



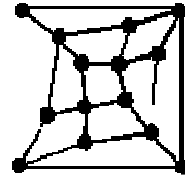
# MATEMATIKAI PROBLÉMÁK

rovatvezető: Csete Lajos

## A kitűzött problémák

**MP. 131.** Egy  $3 \times 3 \times 3$ -as Rubik-kocka minden kis négyzetében üldögél egy-egy hangya. Valamely időpillanatban az összes hangya elkezd mászkálni úgy, hogy mindegyik egy-egy szomszédos oldalú kis négyzetbe mászik át és két szomszédos hangya nem cserélhet helyet. Egy kis négyzetben egyszerre csak egy hangya tartózkodhat. Lehetséges-e, hogy a hangyák addig mászkáljanak ilyen módon, amíg minden egyes hangya visszatér a kiindulási kis négyzetébe? (A hangyáknak nem kell egyszerre megállniuk.)

**MP. 132.** Az ábrán egy térképet láthatunk, amelyen 14 város van feltüntetve, a összekötő úthálózattal. Létezik-e a megadott utakon olyan útvonal, amelyen végigmenve minden várost pontosan egyszer érintünk?



városokat

*Jó munkát kívánok!*

**A megoldások beküldési határideje: 2003. december 9.**

**Beküldési cím: Csete Lajos  
9164 Markotabödöge, Fő u. 127.**

## Korábban kitűzött feladatok megoldásai

**MP. 128.** W. Daniel Hillis Ph.D. a Connection Machine párhuzamos működésű szuperszámítógép főtervezője 65536 darab processzort akart összekötni egymással. Egy pillanat alatt elvetette azt a gondolatot, hogy bármely két processzort összeköt vezetékkel.

a) Hány vezetékre lett volna szüksége amúgy ehhez?

b) A masina ismétlődő alapegysége egy integrált áramköri lapka, amely 16 processzort és egy, a kommunikációs utakat megszabó eszközt tartalmaz. (32 db ilyen lapka helyezkedik el egy áramköri kártyán és 128 áramköri kártya van összerakva egy  $1,5 \text{ m} \times 1,5 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}$ -es kockában, 8 kisebb kockába rendezve.) Hillis terve szerint az azonos lapkán levő 16 darab processzor közül bármely kettő össze van kötve vezetékkel. Másrészt minden lapkát 12 darab másik lapkához kapcsolt ravaszul. Módszerére majd máskor visszatérünk, most csak annyit említünk erről, hogy jelentősen csökkent a szükséges vezetékek száma. Ha a lapkák egymás közötti összekötésére 24576 darab vezetékot használt fel, akkor összesen hány vezetékkel vannak összekötve a processzorok a Connection Machine-ban?

**Megoldás:**

a) Legyen  $n$  a processzorok száma. Egy processzorból  $n - 1$  vezeték indul ki a többi processzorba. Így  $n$  processzorból  $n \cdot (n - 1)$  vezeték indul ki, de így minden vezetékot kétszer számoltunk, hiszen a vezetéknek két vége van. Ezért a vezetékek valódi száma  $\frac{n \cdot (n - 1)}{2}$ . Tehát a feladatban  $\frac{65536 \cdot (65536 - 1)}{2} = 2147450880$  a vezetékek száma. (Amúgy  $65536 = 2^{16}$ .)

*Blázsik Zoltán 7. osztályos tanuló megoldása (Szeged, Radnóti Miklós Kísérleti Gimn.)*

Megoldotta még: Szalkai Balázs 8. osztályos tanuló (Veszprém, Szilágyi Erzsébet Keresztény Ált. Isk.), Török Olivér 4. osztályos tanuló (Gödöllő, Petőfi Sándor Ált. Isk.)

b) Mivel 32 db lapka helyezkedik el egy kártyán és 128 db kártya van, ezért  $32 \cdot 128 = 4096$  db lapka van a gépben. Az a) feladat megoldásához hasonlóan kapjuk, hogy  $\frac{16 \cdot (16 - 1)}{2} = 120$  vezeték van egy lapkán. Így a

lapkákon összesen  $120 \cdot 4096 = 491520$  darab vezeték van. A lapkák egymás közötti összekötésére 24576 darab vezetékot használtak fel. Tehát összesen  $491520 + 24576 = 516096$  darab vezetékkel vannak összekötve a processzorok.

*Szalkai Balázs 8. osztályos tanuló megoldása (Veszprém, Szilágyi Erzsébet Keresztény Ált. Isk.)*

Megoldotta még: Blázsik Zoltán 7. osztályos tanuló (Szeged, Radnóti Miklós Kísérleti Gimn.), Török Olivér 4. osztályos tanuló (Gödöllő, Petőfi Sándor Ált. Isk.)

**Megjegyzések:**

1. a) Tekintsünk  $n$  embert, ahol  $n \geq 2$  egész szám. Ezen emberek kezét fognak egymással, mégpedig mindegyik ember mindegyik másik emberrel kezét fog. Hány kézfogás történt?

b) Legyen adva a síkon  $n$  pont, ahol  $n \geq 2$  egész szám és ezen pontok közül semelyik három pont nincs egy egyenesen. Egy egyenest meghatároz két pontja. Hány egyenest határoznak meg a pontok?

Gondoljuk meg e feladatok megoldásait, amelyek lényegükben megegyeznek az **MP.128./a** feladattal.

2. Az **MP.128./a** feladatot a következőképpen is megoldhattuk volna:

Egy processzort  $n - 1$  darab másikkal összekötünk. Majd kiválasztunk egy másik processzort és ezt minden olyan processzonnal összekötjük, amellyel még nem volt összekötve. Így  $n - 2$  új összekötést kapunk. S így tovább folytatva és összeadva a vezetékek számát, kapjuk, hogy  $(n - 1) + (n - 2) + (n - 3) + \dots + 3 + 2 + 1$ . Már csak meg kell határoznunk az előző összeget. Legyen  $S_{n-1} = (n - 1) + (n - 2) + (n - 3) + \dots + 3 + 2 + 1$  és  $S_{n-1} = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 3) + (n - 2) + (n - 1)$ . Adjuk most össze a két összeget:  $2 \cdot S_{n-1} = n + n + n + \dots + n + n + n$ . A jobb oldalon  $n - 1$  db  $n$  van, ezért:  $2 \cdot S_{n-1} = n \cdot (n - 1)$  Így:  $S_{n-1} = \frac{n \cdot (n - 1)}{2}$  a szükséges vezetékek száma.

A matematika-történet szerint a nagy Carl Friedrich Gauss (1777-1855) német matematikus kiskorában így adta össze az egész számokat 1-től 100-ig egy villanás alatt, amikor a tanítójuk feladta ezt a problémát az osztálynak, hogy egy kicsit nyugton legyen tőlük. (Egy másik történetben 1-től 50-ig adatták össze az egészeket.)

3. W. Daniel Hillis és a Connection Machine létezik. Hillis doktor a híres Massachusetts Műszaki Egyetemen végzett. A Massachusetts Institute of Technology az utóbbi 50 évben tört fel a másodvonalbeli intézmények közül a kutatóegyetemek élvonalába.

Dr. Hillis egy ismeretterjesztő könyve magyarul is megjelent. Daniel Hillis: Üzenet a kövön (Hogyan működik a számítógép?) Vince Kiadó, Budapest, 1999. E könyvben a szerző inkább a számítógép-tudomány elveit mutatja be olvasmányos módon, mintsem a technikai részleteket.

4. Egy régebbi, de érdekes cikk a szuperszámítógépek alkalmazásáról: Elizabeth Corcoran: Kiszámítható valóság?, *Tudomány*, 91/3. 76-83. old. A szerző szerint a különféle tudományágak szakértői nemigen akarnak bíbelődni a programozással. Egy nagyon gyors számítógép "létrehozása kismiska egy olyan rendszer kiépítéséhez, amelyet e szakértők is kényelmesen használhatnak."

5. Néhány alkalmazási területe a szuperszámítógépeknek:

- Tornádók kialakulásának vizsgálata, a tornádó pályájának előrejelzése.
- Időjárási előrejelzés.
- A Föld éghajlatváltozásának modellezése.
- Hitelkártyás vásárlások elemzése.
- A modern elméleti fizika néhány problémájának vizsgálata.
- Repülőgépek, tengeralattjárók körüli áramlások modellezése tervezési célokból.
- Hadászati óceánellenőrzés, óceánfenéki tengeralattjáró-felderítő lehallgató rendszerek által szolgáltatott adatok feldolgozása.
- Tárgyak nyomkövetése a világűrben és egyéb helyeken.
- Dekódolás, a lehallgatott üzenetek megfejtése, elemzése.

Az angolszászok jelenleg a világ teljes elektronikus kommunikációját lehallgatják és elemzik az Echelon és a Carnivore rendszerekkel. Az echelon szót talán "harc lépcső"-nek fordíthatnánk, míg a carnivore szót a magyar szakirodalom "húsevő"-nek fordítja. Valószínűbb, hogy inkább a carnivore szó ritkábban előforduló értelmére gondoltak a katonák: "agresszíven törtető ember". Válogatás nélkül lehallgatják ellenségeik, barátaik, szövetségeseik és a többiek összes telefon, sms, e-mail, fax és egyéb elektronikus üzeneteit.

- Atomfegyverek tervezésére és egyéb értelmes célokra használják a szuperszámítógépeket.