

# *Cserepek*

a magyarországi matematikai  
tehetséggondozó műhelyekből



# *Cserepek*

a magyarországi matematikai  
tehetséggondozó műhelyekből

Ez a könyv a(z) . számú példány.

ALKOTÓ SZERKESZTŐK:

Ács Katalin  
Dr. Kosztolányi József  
Lajos Józsefné

FELELŐS SZERKESZTŐK:

Csordás Mihály  
Nagy Tibor

SZÁMÍTÓGÉPES TÖRDELÉS:

Petényi Dorina  
Szabó Rózsa  
Tuska Henriett

BORÍTÓ:

Háttér Stúdió Kft.

ILLUSZTRÁCIÓ:

Csúzdi Szabó Erika

Minden jog fenntartva, beleértve a sokszorosítás, a mű bővített, rövidített változatának kiadási jogát is. A kiadó írásbeli hozzájárulása nélkül sem a teljes mű, sem annak része semmilyen formában (fotokópia, mikrofilm vagy más hordozó) nem sokszorosítható.

ISBN 978-963-9453-13-5

© Bolyai János Matematikai Társulat – Budapest, 2010

## BEVEZETŐ

A könyv célja a Magyarországon működő és országosan vagy térségi viszonylatban közismert tehetséggondozó műhelyek bemutatása. Tehetséggondozó műhely alatt nem csak a klasszikus műhelyeket értjük, hanem minden olyan tevékenységet is, amely bármilyen formában elősegíti a matematikai tehetséggondozást. Így könyvünkben a tehetséggondozó szakkörök, táborok mellett helyet kaptak a matematikai folyóiratok, országos, regionális és más jelentős versenyek is. Reményeink szerint ezzel is elősegítjük a műhelyek közötti szélesebb körű és szorosabb együttműködést.

A könyvünk célja az is, hogy a matematikatanárok 50. Rátz László Vándorgyűlése alkalmából egyfajta ismertetést adjon a mai hazai matematikai nevelés néhány fontos további területéről, vázlatos betekintést adva a közoktatás országos mérési rendszereibe, a tartalmi szabályozás főbb jellemzőibe.

A könyv felépítése is a fentieket tükrözi. Az első részben kaptak helyet a klasszikus tehetséggondozó műhelyek. Ezt követik a tanulmányi versenyek, melyeket hatókör szerint négy kategóriára bontottunk (országos, regionális, megyei és további jelentős versenyek). Az országos kategóriába a legrégebbi, legnépszerűbb, legismertebb versenyek kerültek. A regionális versenyek között a nem teljes országos elterjedtségű versenyek kaptak helyet. A megyei versenyek a középiskolai megyei matematikaversenyeket jelentik. A további jelentős versenyek közé soroltuk a speciális nevezési feltételeket állító ismertebb versenyeket. A következő fejezet a matematikai folyóiratokat mutatja be. A lapok között található kisiskolásoknak szóló és magasabb matematikai tudást igénylő kiadvány is. A negyedik részben szakkörök, működő és jelenleg nem működő matematikai táborok kaptak helyet. A befejező részben az olvasó a közoktatás mérési rendszereivel ismerkedhet meg.

Sajnos a könyv terjedelme nem tette lehetővé az összes létező tehetséggondozó műhely, verseny, folyóirat, szakkör és tábor bemutatását. Terjedelmi okok miatt az iskolai vagy az iskolai beiskolázást elősegítő (általában igen színvonalas) versenyek, szakkörök sem jelenhettek meg a könyvben. Tervezzük az elkezdett munka folytatását, melynek során a könyvből kimaradt és a későbbiekben készítendő ismertetőket az interneten tesszük közzé a [www.mategye.hu](http://www.mategye.hu) honlapon.

Az ország különböző pontjairól kapott anyagok igazolják, hogy a legnagyobb nehézségek közepette is képesek a tanárok az innovációra, és arra, hogy diákjaik és a maguk számára is örömforrássá tegyék a matematikával való foglalkozást.

A fentiek megvalósítását és a könyv megjelenését a Közoktatásért Alapítvány *NTP-OKA-IV. Tehetségszolgáltató szolgáltatások térségi hálózatának kialakítása* témában nyertes pályázatunk és a Graphisoft anyagi támogatása tette lehetővé.

*Alkotó szerkesztők*

## A matematikai tehetségsegítő szolgáltatások térségi hálózatáról

Magyarországon nem csak államilag szervezett, hanem önkormányzati és egyéb szerveződések (alapítványok, tehetséggondozó műhelyek) tevékenységeiben is megtaláljuk a matematikai tehetségnevelés, tehetségfejlesztés számos alternatív formáját.

Ezek feltérképezésére vállalkoztunk a Közoktatásért Alapítvány pályázatát követően. A pályázat elvárásai között szerepelt a térségi hálózat kialakítása, melyet első körben 16 városban működő programra építettünk. A 16 városhoz kapcsolódó régiók és kistérségek teljesen lefedik az országot. A városokban működő tehetséggondozó programok, továbbképzések, versenyek nem igazodnak a hivatalosan vett igazgatási körzetekhez, hanem a legtöbbször messze átlépve ezeket a határokat már ma is szélesebb hatókörrel rendelkeznek.

Célunk a hálózat kiépítésével elsősorban az volt, hogy a programokon megtalálható értékeket eljuttassuk a hálózat minden pontjába. Terveink szerint a városi műhelyek különböző tehetséggondozó programjainak fontos információit, novumokat, érdekes feladatokat megoldásukkal a Bolyai János Matematikai Társulaton át juttatjuk el egymáshoz, lehetőség szerint a modern technika minden vívmányát kihasználva.

### *A hálózat városai, azon belül a műhelyek nevei a személyi kapcsolatokkal:*

| Város          | Intézmény  | Képviselő                              |
|----------------|--|--|
| Bátaszék       | Tolnamat Alapítvány                                    | Károlyi Károly                         |
| Bonyhád        | Petőfi Sándor Evangélikus Gimnázium                    | Dr. Katz Sándor                        |
| Budapest       | Bolyai János Matematikai Társulat                      | Rákóczi Ildikó                         |
| Debrecen       | Fazekas Mihály Gimnázium<br>DE TTK Matematikai Intézet | Balázs Tivadar<br>Dr. Kántor Sándorné  |
| Eger           | Szilágyi Erzsébet Gimnázium                            | Bíró Bálint                            |
| Győr           | Krúdy Gyula Gimnázium                                  | Dr. Csorba Ferenc                      |
| Gyula          | Erkel Ferenc Gimnázium                                 | Marczis György                         |
| Hajdúszoboszló | Hógyes Endre Gimnázium                                 | Deli Lajos                             |
| Kaposvár       | Táncsics Mihály Gimnázium                              | Kubatov Antal                          |
| Kecskemét      | MATEGYE Alapítvány                                     | Csordás Mihály                         |
| Miskolc        | Földes Ferenc Gimnázium                                | Veres Pál                              |
| Nagykanizsa    | Batthyány Lajos Gimnázium                              | Dr. Pintér Ferenc                      |
| Nyíregyháza    | Bessenyei György Tanárképző Főiskola                   | Dr. Kiss Sándor<br>Róka Sándor         |
| Szeged         | SZTE Természettudományi és Inf. Kar                    | Dr. Kosztolányi József                 |
| Székesfehérvár | Hétvezér Általános Iskola                              | Lángfalvy Péterné<br>Tölgyesi Ferencné |
| Vác            | Boronkay György Műszaki Középiskola                    | Fábián Gábor                           |

*Lajos Józsefné*

# TEHETSÉGGONDOZÓ MŰHELYEK

*„A vadócba rózsát oltok,  
hogy szebb legyen a föld.”*

*Mécs László*

## BOLYAI JÁNOS MATEMATIKAI TÁRSULAT

A Bolyai János Matematikai Társulat (továbbiakban BJMT) civil szervezetként működik 1891 óta, leszámítva a háborús éveket. Jogelődjét 1891-ben (szeptember 5-én) „Matematikai és Fizikai Társulat” néven alapították nagynevű matematikusok és fizikusok (pl. Eötvös Loránd, König Gyula, Rados Gusztáv). Ekkor a legfontosabb alapfeladata egy matematikai és fizikai tárgyú folyóirat folyamatos megjelenítése és a társulati matematikai és fizikai versenyek megindítása volt.

A Társulat 1947-ben (június 21-én) újjá szerveződött és kettévált. „Bolyai János Matematikai Társulat”, illetve „Eötvös Loránd Fizikai Társulat” néven folytatta tovább a munkát.

Az 1966-ban jóváhagyott (azóta is alapjaiban véve érvényes) alapszabály szerint a BJMT elősegíti:

- a matematikai tudományos kutatásokat,
- a matematika alkalmazásainak fokozottabb meghonosítását és széles körű elterjesztését,
- a matematika oktatásával kapcsolatos kérdések megoldását és a matematika népszerűsítését.

A BJMT nagy gondot fordít a gyakorló pedagógusok tájékoztatásában a matematika tudományterület főbb fejlődési irányai, nevezetesebb megoldatlan problémái megismertetésére. Pedagógusoknak szóló programjai szerves részét képezik a BJMT által végzett szélesebb körű tevékenységrendszernek. Megvitatja, és társadalmi úton elősegíti matematikai életünk kérdéseinek megoldását. Szükség esetén javaslatokat dolgoz ki állami szervek részére, illetve felkérésre szakvéleményt ad. E célok és feladatok megvalósítására szervezett lehetőséget biztosít matematikai eredmények ismertetésére, népszerűsítésére, a matematika elvi kérdéseinek elemzésére, időszerű tudomány- és oktatáspolitikai kérdések megvitatására. Kongresszusokat, kollokviumokat, pedagógiai továbbképzést, stb. rendez (önállóan, vagy más szervekkel együtt) a korszerű matematika legélénkebben fejlődő fejezeteiből és az oktatás különböző területein. Felkutatja a matematikai tehetségeket, előmozdítja továbbképzésüket, tanulmányi és emlékversenyeket szervez, pályadíjakat tűz ki és emlékdíjakat ad. A középiskolások nemzetközi matematikai diákolimpiákon való részvételének feltételeit biztosítja. A BJMT különböző díjai az oktatás és a matematikai kutatások, alkalmazások különböző területein kiemelkedő teljesítményt nyújtók munkájának elismeréséül szolgálnak. Matematikai folyóiratokat és kollokviumi kiadványokat szerkeszt és ad ki, támogatja a szakirodalmi tájékoztatást. A Társulat folyóiratai: ABACUS (a MATEGYE Alapítvánnyal közös), Alkalmazott Matematikai Lapok, Combinatorica, Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok (az Eötvös Loránd Fizikai Társulattal közös), Matematikai Lapok, Periodica Mathematica Hungarica.

A világ minden jelentősebb matematikai könyvtárában megtalálható a Társulat által szervezett nemzetközi rendezvények válogatott előadásait tartalmazó (korábban a North Holland Publishing Co.-val közösen, jelenleg a Springer Verlag-gal



közösen kiadott), angol nyelvű könyv-sorozat, melynek eddig több mint 70 tagja jelent meg.

A BJMT kiépíti és ápolja a tudományos és pedagógiai kapcsolatokat hazai és külföldi hasonló egyesületekkel, intézményekkel, tagja a Nemzetközi Matematikai Uniónak és az Európai Matematikai Társulatnak (1996-ban a szervezet II. kongresszusát a BJMT rendezte), reciprocitási egyezménye van az Amerikai Egyesült Államok Matematikai Társulatával.

Társulatunknak jelenleg több mint 1500 tagja van, tevékenységét a következő három szakosztályra tagozódva fejti ki: matematika alkalmazásai-, oktatási- és tudományos szakosztály. A szakosztályokkal párhuzamosan, az állandóan visszatérő feladatok elvégzésére bizottságok működnek.

Az országot behálózva megyei és városi tagozatokban, csoportokban zajlik a társulati élet.

### **Az Oktatási szakosztály bizottságának tagjai**

**Elnök:** Kosztolányi József (Szeged)

**Alelnökök:** Katz Sándor (Bonyhád),  
Pintér Ferenc (Nagykanizsa),  
Somfai Zsuzsa (Budapest)

**Titkár:** Dobos Sándor (Budapest)

**Tagok:** Ács Katalin (Budapest), Csorba Ferenc (Győr), Csordás Mihály (Kecskemét), Deli Lajos (Hajdúszoboszló), Gyengéné Beé Andrea (Budapest), Halmos Istvánné (Budapest), Herczeg János (Budapest), Holló-Szabó Ferenc (Budapest), Juhász Nándor (Szeged), Kiss Géza (Budapest), Kosztolányiné Nagy Erzsébet (Szeged), Kubatov Antal (Kaposvár), Lajos Józsefné (Budapest), Marczis György (Gyula), Nagy Gyula (Budapest), Oláh Vera (Budapest), Pálfalvi Józsefné (Budapest), Pálmay Lóránt (Budapest), Róka Sándor (Nyíregyháza), Schultz János (Szeged), Szabóné Szitányi Judit (Budapest), Számadó László (Budapest), Urbán János (Budapest), Veres Pál (Miskolc)

*Bolyai János Matematikai Társulat  
Oktatási Bizottsága*

## RÁT Z L Á S Z L Ó V Á N D O R G Y Ű L É S

A BJMT egyik fontos szakmai programsorozata a Rátz László Vándorgyűlés, mely évente más-más hazai városban szerveződik elsősorban a közoktatás, de a felsőoktatás matematikát tanítói, kutatói számára.

Ez a programsorozat sok éve akkreditált továbbképzés, melynek célja a közoktatás különböző területein (1-12. osztályokban és felsőoktatásban) dolgozó matematikát oktatók számára

- áttekintést adni az oktatáspolitikára, matematika, matematikai-didaktika, matematikai nevelés központi kérdéseiről,
- felfrissíteni és megújítani a résztvevő tanárok matematikai ismereteit és azok oktatási lehetőségeit, középpontba helyezve a matematikai nevelés konkrét oktatási lehetőségeit és aktuális kérdéseit (a matematikai kompetenciák fejlesztése, új tanulási technikák, matematikai tartalmú szövegek értelmezése, a logikus gondolkodás és a matematika kapcsolata, a kreatív gondolkodási készség kialakítása a tanulóknál),
- lehetőséget biztosítani egymás jó tanítási tapasztalatainak a megismerésére,
- tájékoztatást adni a NAT, a kerettantervek, az érettségi rendszer, a matematikai versenyek változásairól.

A tanúsítványt kérők 5-10 oldalas záró-dolgozatot adnak be, melyben a továbbképzésen hallott bármely szakmai, tartalmi, módszertani témához kapcsolódó, vagy önálló, a matematika tanítás jobbítását szolgáló szakmai munkát nyújtanak be (pl.: új munkaformákat, taneszközöket ismertetnek 2-3 órás tanegységekhez). Az értékelést egy matematikatanárokból álló zsűri végzi, melynek tagjai maguk is részt vesznek a továbbképzésben. Az értékelés arra terjed ki, hogy a dolgozat közvetve vagy közvetlenül mennyire tükrözi a tanfolyamon elhangzottakat, a témához kapcsolódó saját tanítási tapasztalatait. A tanúsítvány kiadásának feltétele a foglalkozások legalább 90%-án való részvétel is.

A Rátz László Vándorgyűlés az egyetlen olyan fórum, ahol a matematikai nevelés szakmai és módszertani kérdései országos szinten a korosztályok teljes vertikumára vonatkozóan megtárgyalásra kerülnek. Jellemzően a következő témákat dolgozzuk fel:

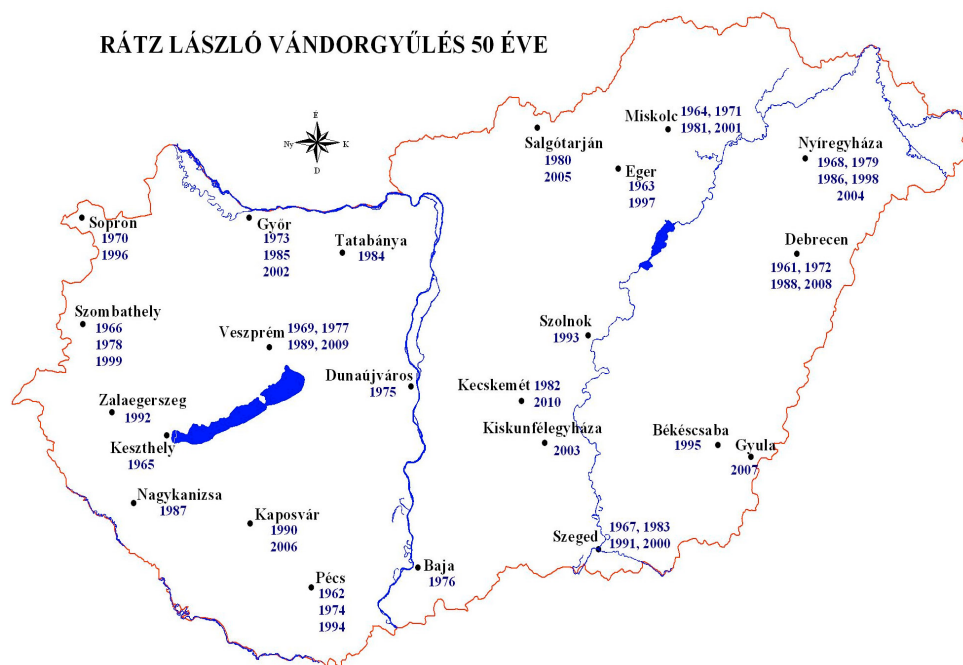
- az oktatáspolitikára kapcsolata a matematikai neveléssel, új matematikai eredmények megjelenítésének lehetőségei a közoktatásban, a matematikaoktatás pedagógiai, lélektani kérdései,
- matematika kerettantervek és helyi tantervek kérdései,
- a fejlesztés-központúság érvényesítésének matematika szakmódszertani kérdései (a tanórai munka módszertana, az értékelés, a tehetséggondozás, felzárkóztatás),
- a tanárok matematikai képességét fejlesztő feladatmegoldás.

A témák feldolgozásának hatékonyságát plenáris előadás, valamint iskolafokozatonként kialakított csoportokban megtartott előadások, kerek-asztal megbeszélések, interaktív feladatmegoldó szemináriumok formájában biztosítjuk. Fontos ele-

me a továbbképzésnek az egymástól tanulás lehetősége, ötletvásár biztosítása. A matematikai kreativitást a feladatmegoldó szemináriumok fejlesztik.

Rendezvényeink rendszeres vendégei, kiállítói a tankönyvkiadók, a matematikai, logikai, kreatív játékok készítői, forgalmazói, az oktatásban felhasználható digitális eszközök, taneszközök kiállítói, ismertetői.

A szervezők fontos feladatuknak tartják olyan kulturális programok szervezését is, melyek lehetővé teszik az adott város és tágabb környezete hagyományainak, nevezetességeinek, kulturális örökségeinek megismerését, melyek közös vacsorával, beszélgetésekkel, egymás személyes megismerésével párosulnak.



*Bolyai János Matematikai Társulat  
Oktatási Bizottsága*

## VARGA TAMÁS MÓDSZERTANI NAPOK

A Varga Tamás Alapítvány és Módszertani Központ 2001 óta képzéseiben, konferenciáival és pályázataiban szorosan együttműködik az ELTE TTK Matematikatanítási és Módszertani Központjának, a Tanító- és Óvóképző Kar Matematika Tanszékének több oktatójával, a Bolyai János Matematikai Társulattal és többéves európai kapcsolatokkal is rendelkezik.

Évek óta kiváló tanárok részére alapított Varga Tamás díjat, ösztöndíjakat oszt, konferenciák anyagát publikálja, bevonva a tanár- és tanítóképzésben részt vevő tehetséges fiatalokat.

Az Alapítvány megalakulása óta minden évben november elején megrendezi a Varga Tamás Módszertani Napok konferenciát. Ezen hazai és külföldi kutatók, tanárok, a közoktatás és a felsőoktatás matematikatanítása iránt elkötelezett szaktekinetélyei tartanak előadásokat, vezetnek foglalkozásokat magyar tanítóknak, tanároknak, érdeklődőknek. Ez a konferencia lehetőséget ad arra, hogy kapcsolatokat teremtsünk és fenntartsunk határainkon belüli és kívüli oktatási intézményekkel, terjesszük módszereinket Varga Tamás munkásságára támaszkodva, elgondolásainak továbbfejlesztésével, és megismerjük a külföldi tapasztalatokat, véleményeket. Az eltelt évek alatt számos neves külföldi előadónk volt: angol, német, finn, amerikai, olasz, lengyel professzorok.

A tavalyi konferencia részleteiről a <http://mathdid.elte.hu/html/vtsz.html> honlapon olvashatnak.

2009-ben megindítottuk az évi Varga Tamás Módszertani Napok diákszekcióját, ahol az egyéb programok mellett diákok csoportos versenyét is megrendeztük, a csoportokban tanárok együtt dolgoztak saját tanítványaikkal. Mintegy 60 diák és velük együttműködve 10 tanár vett részt a matematikai játékokban, speciális előadásokon. Ezekre a diákokra alapozva 2010-ben a „Játéktól a kutatásig” 60 órás tehetséggondozó sorozat már másodszor is elindult.

A Varga Tamás Tanítványainak Emlékalapítványát Varga Tamás volt munkatársai és tanítványai alapították 1991-ben, 2001 óta közhasznú alapítványként működik. Az Alapítvány célja, hogy a rendelkezésére álló eszközeivel a tudományok szellemében való ismeretterjesztést, tanítást és ehhez kapcsolódó kutatásokat segítse különös tekintettel a matematikára.

Az Alapítvány hazai konferenciák mellett (Varga Tamás Módszertani Napok) több évben indított módszertani továbbképző sorozatot tanítók és tanárok részére Varga Tamás Akadémia néven. A Varga Tamás Akadémiát, amely a két konferencia közti időszakban nyújt továbbképzési lehetőséget, szakmai megújulást és szakmapolitikai tájékoztatást is nyújtva a kollégáknak, idén újítjuk fel. Ezzel a két egymást követő Varga Tamás konferencia közötti időszakban kívánjuk folytatni a konferencián felmerült témákat, illetve a résztvevő tanárok számára pályázatok ki-tűzésével készítjük elő a következő konferenciát. A Varga Tamás Akadémia jó alkalom munkánk hatékonyságának felmérésére, szakmai elemzések készítésére.

2007-ben az Alapítvány megrendezte a CIEAEM 59 (Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques) konferenciát Dobogókőn.

Varga Tamás (1919–1987), a magyar matematikatanítás kiemelkedő alakja hazai és nemzetközi elismerést szerzett az ún. komplex matematikatanítási módszer kidolgozásával az 1960-70-es években. Az általa vezetett komplex matematikatanítási kísérlet tapasztalatai, alapelvei alkalmazásával jött létre 1978-ban az új egységes általános iskolai matematika tanterv.

1971-ben jelent meg Varga Tamás „A kivételesek vannak többen” című cikke, mely szerint a gyerekek értelmi-, szellemi-, lelki-, azaz mentális kora egy adott évfolyamon igen nagy szórást mutat. Ezért nem szabad minden gyerekkel ugyanúgy foglalkozni és ugyanazt számon kérni. Mind a lemaradók, mind a tehetségesek más-más módszereket igényelnek. A korábban szinte egyedüli frontális osztálymunkával szemben hirdette a munkaformák változatosságát, a csoportos tevékenység, a játék hatékony alkalmazási lehetőségeit és mindehhez gazdag anyaggal járult hozzá könyveivel, előadásaival, kisebb írásaival.

Az 1980-as években az elsők között ismerte fel a számítástechnika alkalmazásában rejlő lehetőségeket a matematikatanítás módszereinek megújításában.

Koncepcióját a világ sok országában megismerték, alapelveit elfogadták és alkalmazták.

Bár elképzelései Magyarországon csak kismértékben valósultak meg, a magyar matematikatanítás valamennyi szintjén – az óvodától az egyetemig – érezni lehet Varga Tamás gondolkodásának a hatását. A NAT tartalmában, szellemiségében könnyen felismerhető a Komplex matematika tanterv és az erre épülő 1978-as tanterv hosszú távon is maradandó hatása.

Korunk matematikatanítása előtt újabb kihívások állnak: a nemzetközi kutatások és mérések, a kompetencia alapú képzés, a hatékonyan alkalmazható tudásszerzés, az esélyegyenlőség, a tehetségfejlesztés módszertani problémáinak megoldásához Varga Tamás munkásságára támaszkodva módszereinek, elgondolásainak továbbfejlesztésével léphetünk előre.

A ma kompetenciafejlesztő oktatásként újra felfedezett módszer szerint a matematika tanításában a legfontosabb, hogy az absztrakt fogalmakat, ismereteket a gyerekek tapasztalataira, felfedezéseire építve fejlesszük, a kialakításukra hosszú érlelési időt biztosítva. Szükséges, hogy ez a fejlesztési folyamat a gyerekek különböző képességeinek, előismereteinek figyelembevételével differenciáltan történjen. Fontos, hogy olyan, közös tevékenységekre, játékokra épülő, kreatív feladatokat adjunk az órákon, amelyek felkeltik a gyerekek érdeklődését, megmutatják a matematika alkalmazhatóságát és szépségét. A matematikai gondolkodásmód elterjesztése a természettudományok oktatását nagymértékben segítheti, erre szeretnénk jó példát adni.

*Dr. Pálfalvi Józsefné*

## M A T E G Y E A L A P Í T V Á N Y

*Név: Matematikában Tehetséges Gyermekéért Alapítvány*

*Alapítók: Agrobank Rt., Csordás Mihály és Gálné Szalontai Mária*

*Alapítás éve: 1992*

*A kuratórium elnöke: Dr. Palotainé Böröczki Mária*

*A kuratórium tagjai: Csordás Mihály, Dr. Fazekas István, Nagy Tibor, Szabó István*

*Az alapítvány képviselője: Nagy Tibor*

*Telefon: 06-76/483-047*

*E-mail: [mategye@mail.datanet.hu](mailto:mategye@mail.datanet.hu)*

*Fax: 06-76/483-047*

*Honlap: [www.mategye.hu](http://www.mategye.hu)*

### Az alapítvány bemutatása

**Az alapítvány története:** A MATEGYE Alapítvány két kecskeméti matematikatanár és egy bank kezdeményezésére jött létre a Zrínyi Ilona Matematikaverseny anyagi háttérének biztosítására. Az első néhány évben az alapítvány tevékenysége csak a verseny szervezésére irányult. Ezt a munkát ebben az időszakban a Zrínyi Ilona Általános Iskolában társadalmi munkában végezték a kuratórium tagjai és az iskola pedagógusai. A Zrínyi verseny rendkívüli népszerűsége miatt az iskolai kereteket gyorsan kinőtte az alapítvány – mind az infrastruktúrát, mind a humán erőforrásokat tekintve. 1994-ben ezért egy bérelt lakásban, két főállású alkalmazottal alapítványi irodát hoztunk létre, amelynek munkáját Csordás Mihály irányítja. Az alapítványi iroda munkájának felügyelete és segítése a Matematikában Tehetséges Gyermekéért Alapítvány kuratóriumának feladata. Az iroda létrehozása lehetővé tette a tevékenységi kör bővítését. Jó stratégiai tervek tudatos megvalósításával, ésszerű gazdálkodással 2002-re elértük, hogy saját irodánkban, korszerű, jól felszerelt környezetben dolgozhat az alapítványi iroda három főállású és két részmunkaidős munkatársa. Az alapítvány 2001-től közhasznú lett, 2008-tól pedig tehetségpontként is tevékenykedik.

#### **Az alapítvány főbb tevékenységei:**

- A Zrínyi Ilona Matematikaverseny szervezése (1992-től)
- ABACUS, matematikai lapok 10-14 éveseknek újság kiadása (1998-tól)
- Gordiusz Matematika Tesztverseny szervezése (2004-től)
- A versenyekhez kapcsolódó könyvek kiadása (2004-től)
- Kecskeméti matematikai füzetek sorozat kiadása (2006-tól)
- Városi matematikai szakkörök működtetése (1999-2001, majd 2009-től)
- Matematikából tehetséges gyerekek tanulmányainak támogatása

#### **A tevékenységek rövid bemutatása:**

**Zrínyi Ilona Matematikaverseny:** az iskolák 3-8. osztályos tanulói számára szervezett feleletválasztós tesztverseny. Az első, 1990. évi verseny 27 iskolájának 470 indulójával szemben mára már évente több mint 2500 iskola közel 60 000 diákja vesz részt a versenyen, köztük 12 000 határainkon túl élő diák.

*ABACUS, matematikai lapok 10-14 éveseknek:* az iskolák 3-8. osztályos tanulói számára készült újság, melyet Róka Sándor alapított, és melynek elsődleges célja a matematika és természettudományos műveltség népszerűsítése, a matematika megkedveltetése. A laphoz kapcsolódó levelező pontversenyek a résztvevők problémamegoldó képességének fejlesztését, a versenyekre való felkészülést segítik. Az újság előzetői példányszáma 1994-ben 1200 volt, 2004-re 3000 példány fölé emelkedett. A pontversenyben résztvevők száma 850 főről 2000 főre nőtt.

*GORDIUSZ Matematikai Tesztverseny:* a pécsi MATEK Alapítvány által elindított, középiskolák 9-12. osztályos tanulói számára szervezett feleletválasztós tesztverseny. A résztvevők száma 11 000 fő volt az elmúlt tanévben, közülük 4000 fő határainkon túli diák.

*Könyvkiadás:* 1994-től a Mozaik Oktatási Stúdió gondozásában *Matematikai versenytesztek*, majd 2004-től saját kiadásban ZRÍNYI + évszám címmel minden évben megjelentetjük a Zrínyi verseny feladatsorait és a feladatok megoldásait, valamint az eredményeket. Ezek a könyvek a tehetségnevelést segítik, és a legnépszerűbb matematikai kiadványok közé tartoznak. 2006-tól Kecskeméti matematikai füzetek címmel könyvsorozatot indítottunk. A sorozat köteteiben a matematika különböző témaköreihez kapcsolódó cikkek, feladatgyűjtemények kapnak helyet. A sorozatnak eddig nyolc kötete jelent meg.

*Tehetséggondozó matematika szakkörök:* a városi és környékbeli iskolák 3-11. osztályos tanulói (9 korszoport) számára szervezett tehetséggondozó szakkör heti 2 tanítási órában. Az idei tanévben a szakkörökön 181 tehetséges tanuló vett részt.

*Matematikából tehetséges tanulók támogatása:* az alapítvány rendszeresen támogatja a matematikából tehetséges, hátrányos helyzetű tanulókat.

*Az alapítvány jövőbeni célkitűzései:* Az eddigi sikeres tevékenységek folytatása, bővítése:

- 2010. októberétől ingyenes internetes verseny beindítása.
- 2011. szeptemberétől iskolák közötti csapatverseny szervezése.
- A Zrínyi Ilona Matematikaverseny külföldi népszerűsítése, elterjesztése.
- A Kecskeméti matematikai füzetek sorozatban szakköri kiadványok készítése 3-11. osztályos tanulók részére.
- A Kecskeméten eredményesen működő városi tehetséggondozó szakköri rendszer más városokban történő meghonosítása.

A Matematikában Tehetséges Gyermekéért Alapítványnak érdemes és eredményes munkássága elismeréseként 2000-ben a Bács-Kiskun Megyei Közgyűlés *A Bács-Kiskun Megye Ifjúságának Neveléséért* díjat adományozta.

*Dr. Palotainé Böröczki Mária*

## ZALAMAT ALAPÍTVÁNY

*Név:* Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány

*Alapítók:* Hóman Zoltán és Szabó Imre

*Alapítás éve:* 1993

*A kuratórium elnöke:* Dr. Polay József

*A kuratórium titkára:* Dr. Pintér Ferenc

*A kuratórium tagjai:* Lukács Mártonné, Marosfalvi László,  
Némethné Szerdahelyi Éva és Simon Pál

*Telefon:* 06-93/516-153

*E-mail:* info@zalamat.hu

*Fax:* 06-93/310-435

*Honlap:* www.zalamat.hu

### Az alapítvány fontosabb tevékenységei

*Nemzetközi Kenguru Matematikaverseny:* Az egyik legfontosabb és legmunkaigényesebb feladatunk, ami egész évben rengeteg munkát ad. A résztvevő iskolákkal való kapcsolattartást két főállású adminisztratív dolgozó kell, hogy segítse. A verseny előkészítése előző nyáron kezdődik, hiszen szeptemberig el kell küldeni a központba a magyar feladatjavaslatokat. Ezután egyrészt megkezdődik ősszel a jelentkezések fogadása, másrészt sor kerül a feladategyeztető konferenciára, ahol a résztvevő 46 ország képviselői kiválasztják a javasolt feladatok közül legjobbnak vélteket, és összeállítják a feladatsorokat. Ezután a feladatokat magyarra fordítjuk, elvégezzük a szükséges módosításokat, majd a feladatsorok nyomdai előállítására kerül sor. A jelentkezés lezárása után télen a névre szóló kódlapokat, illetve a jelentkezők számának megfelelő mennyiségű feladatsorokat iskolánként csomagoljuk és postázzuk. Közben elkészül a feladatokat és megoldásokat tartalmazó füzet, amely diákoknak, tanároknak hasznos olvasmány. De ekkor még nem mehet a nyomdába, hiszen bele kell kerüljenek az eredmények is! Márciusban lezajlik a verseny, ezután postai úton a több tízezer kitöltött kódlap beérkezik az alapítvány központjába, ahol több napon keresztül dolgoznak a szkennerek. A végeredmény bekerül a kiadványba, továbbá értesítjük a díjazottakat, megszervezzük részükre az április végi eredményhirdetést Budapesten. Aztán májusban figyelhetünk kicsit egyéb dolgainkra – például a táborra –, hogy a nyárral kezdődjön minden előlről...

*Országos Angol-Német-Francia Nyelvi és Országismereti Verseny:* Sokan kérdezhetik, hogy kerül egy matematikai alapítvány programjába egy nyelvi verseny. A Nemzetközi Kenguru Matematikaverseny feladategyeztető konferenciáján merült fel az ötlet, hogy a meglévő eszközökkel és szervezettel lehetne más jellegű versenyt is rendezni. A romániai szervező sikeres versenyeket rendez nyelvekből, továbbá természettudományokból és informatikából is. Ezen felbuzdulva meghirdettük az egyre sikeresebbé váló nyelvi és országismereti versenyt.

*Országos Matematika Verseny-Tréning:* 1993 óta minden évben, a Balaton partján 250-270 diák (7. osztályostól 11. osztályosig) részére szervezzük az Országos Matematika Tréning-Versenyt. Az egész történet azonban sok évtizeddel ezelőtt kez-



dődött, hiszen a tréning „jogelődjenek” a komoly múlttal rendelkező Zala megyei matematika tábor tekinthető. Ez az alapítvány egyik legkorábbi tevékenysége, tulajdonképpen a megyei tábor és a megyei szakkörök megszervezése körül felmerülő problémák megoldására hoztuk létre annak idején az alapítványt.

*Kalmár László Matematikaverseny megyei fordulója:* Megpróbálunk támogatni minden olyan matematikával kapcsolatos kezdeményezést, amely a diákok tehetségének fejlesztését célozza, így támogattuk a Kalmár László Matematikaversenyt is. A zalai diákok a megyei fordulón éveken át jelentősen kisebb összegért (200 Ft) vehettek részt, mint nagyon sok más megyében hasonló korú társaik.

*Megyei középiskola matematikaverseny:* Évtizedek óta van Zala megyében megyei verseny, amelyet a 2008-2009-es tanévtől a Zala Megyei Pedagógiai Intézettel együttműködve alapítványunk szervez. Vállalásunknak több célja is volt. Egyrészt alapítványunk biztosítani tudja a verseny szervezésével kapcsolatos költségeket, amit fontosnak gondolunk, nem értve egyet azzal a tendenciával, hogy a megyei versenyek többsége immár 1000-2000 forintos nevezési díjat kér a gyerekektől. Másik célunk az elszigeteltség megszüntetése volt. Baranya, Somogy és Tolna megyével együttműködve, közös feladatsorokkal dolgozunk, így az eredmények összehasonlítására és az ebből adódó tanulságok levonására is van lehetőség. A legjobbak összemérhetik erejüket a Négy Megye Versenyén.

*Olimpiai szakkör:* Hol a Bolyai János Matematikai Társulat támogatásából, hol ezt kiegészítve rendszeresen működtetjük a megye legjobb tanulói számára az olimpiai szakkört, dr. Pintér Ferenc és Erdős Gábor tanár urak vezetésével.

*Akkreditált matematika tanári továbbképzés:* A hagyományos kétévente megrendezett nagykanizsai matematikai konferencia az új időknek megfelelően akkreditált tanári továbbképzéssé alakult. Akik ezt az őszi hétvégét Nagykanizsán töltik, nem csalódnak, hiszen a megszokott magas színvonalon, remek előadók várják az érdeklődőket, általános iskolai és középiskolai szekcióban.

*Közép-európai Matematikai Diákolimpia (MEMO):* A versenyen a következő 10 ország 6-6 fős csapatai vesznek részt: Ausztria, Csehország, Horvátország, Lengyelország, Litvánia, Magyarország, Németország, Svájc, Szlovákia, Szlovénia. A versenyt a Nemzetközi Matematikai Diákolimpia (IMO) szabályaival egyező módon rendezik minden évben azzal a céllal, hogy a fiatalabb korosztály részére is lehetővé tegyék a nemzetközi rutin megszerzését, a tudatos utánpótlás-nevelést. A versenyen csak olyan diák vehet részt, akik még az IMO-n nem indult. Magyarország részvételét két civil szervezet, a „Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány” és „A Matematika Műveléséért és Oktatásáért Alapítvány” együttműködése tette lehetővé az NCA pályázatán nyert összeg segítségével.

*Könyvkiadás:* A Nemzetközi Kenguru Matematika Verseny feladatsorait évente rendszeresen megjelentetjük füzetek formájában, háromévenként pedig könyvként. Ezen kívül megjelentettük Katz Sándor versenyfeladatok gyűjteményét, a Fejér Lipót verseny 20 éves anyagát. Minden évben igyekszünk egy-egy újabb, a matematikai tehetséggondozásban használható könyvet megjelentetni. Minden kiadványunk megvásárolható az alapítvány honlapján keresztül.

*Erdős Gábor és Dr. Pintér Ferenc*

## TOLNAMAT ALAPÍTVÁNY

*Név:* Tolna Megyei Matematikai Tehetséggondozó Alapítvány

*Alapítók:* Károlyi Károly és Dr. Katz Sándor

*Alapítás éve:* 1991

*Kuratórium elnöke:* Károlyi Károly

*Kuratórium titkára:* Katz Sándor

*Kuratórium tagjai:* Károlyi Károly, Dr. Katz Sándor és Fűrész János

*Telefon:* 06-74/591-407

*E-mail:* tolnamat@freemail.hu

*Fax:* 06-74/591-408

*Honlap:* www.c3.hu/~tolnamat/

### Az alapítvány bemutatása

Tolna megyében nagy hagyományai vannak a matematika tehetséggondozásnak. Az általános iskolai tehetségfejlesztés centruma Bátaszék, itt Károlyi Károly irányításával sokrétű munka folyik levelezős versennyel és a háromfordulós Bátaszéki versennyel, tanártovábbképzésekkel. A középiskolai tehetséggondozás központja a Bonyhádi Petőfi Sándor Evangélikus Gimnázium. Itt dr. Katz Sándor vezetésével folyik a megyére és a régióra kiterjedő tehetségfejlesztő munka.

A sokirányú szakmai és tehetségfejlesztő tevékenységek támogatására 1991-ben Károly Károly és Katz Sándor a két önkormányzat segítségével létrehozta a Tolna Megyei Matematikai Tehetséggondozó Alapítványt, és ez vezetésükkel azóta is segítséget nyújt a különböző megyei programoknak. Az alapítvány tevékenységének két legfontosabb eleme a megyei és regionális versenyek szervezése ill. a középiskolás tanulók számára szervezett megyei szakkörök támogatása.

A középiskolai matematika szakkörök több mint harminc éve működnek a megyében. A 9-10. évfolyam szakkörét Dombóváron harmincöt éve vezeti Freller Miklós, igen nagy szakértelemmel. A 11-12. évfolyam szakköre korábban Szekszárdon volt Kertes Lázár irányításával, de már 10 éve Bonyhádon szervezzük.

A két szakkörön nagyon sok kiváló szakemberrel találkozhatnak a megye tanulói. Hortobágyi István, Molnár Emil, Dobos Sándor, Kiss Géza, Kubatov Antal mellett a tehetséggondozásban leginkább járatos megyei szakemberek tartanak havonta egy foglalkozást mindkét szakkörön. Az előadások házi feladatokból álló feladatmegoldó versennyel és záróversennyel egészülnek ki.

A korábbi években a megyében szakkör- és versenyrendszer folyamatos és színvonalas tanártovábbképzésekkel egészült ki. Rendszeresen szerveztünk tehetséggondozást segítő tanfolyamokat és évente legalább két alkalommal szakmai rendezvényt az ország legjobb szakembereinek meghívásával. Ötvennél több kiváló szakemberrel találkozhattak a Tolna megyei tanárok az elmúlt 25 évben.

Amióta a megyei szakatanácsadói rendszer megszűnt, a szakmai munkának ez a területe kissé visszaszorult. A szakatanácsadók által szervezett pedagógus-továbbképzések pótlását is szolgálja a Bonyhádi Petőfi Sándor Evangélikus Gimnázium-

ban két évente tavasszal megrendezésre kerülő Tehetségkonferencia. Eddig három alkalommal rendeztük meg ezt a fórumot. A nagy érdeklődésre számot tartó plenáris előadások mellett természetesen fontos szerepet kapott ebben a matematika tehetséggondozással foglalkozó szekció.

A megyében és régióban folyó munkáról szóló beszámolót egy igen lényeges és időszerű megjegyzéssel zárom: Nagyon fontos lenne a szaktanácsadói rendszer visszaállítása, nemcsak a regionális tehetséggondozás és szakmai fejlesztőmunka segítésére, hanem az órakedvezményel rendelkező szaktanácsadóknak az országos szakmai tevékenységekbe való bekapcsolódása miatt is.

### Válogatás a Tolna megyei középiskolás szakkörök feladataiból

Néhány feladat a Dombóváron működő „Kezdő”, 9-10. osztályos szakkör anyagából:

**1. feladat:** Szerkesszük meg az  $OP$  egyenest (egy darabját), ha  $O$  nem hozzáférhető!



**2. feladat:** Egy szabályos ötszög csúcsaiba egy-egy valós számot írtunk. Ezután az oldalakra és az átlókra ráírtuk a végpontokban álló számok összegét. Az így kapott 10 szám közül 7 egész. Mutassuk meg, hogy a maradék 3 szám is egész.

**3. feladat:** Egy-egy bogár ül a  $9 \times 9$ -es tábla minden mezéjén. Adott jelre minden bogár átmegy az egyik átlósan szomszédos mezőre. Így egyes mezőkön több bogár is lesz, mások üresen maradnak. Határozzuk meg az üres mezők minimális számát!

A Bonyhádon működő „Haladó”, megyei szakkör 2010. évi záróversenyének feladatai:

**1. feladat:** a) Igazoljuk az  $(a+b)(a+2)(b+2) \geq 16ab$  egyenlőtlenséget, ha  $a, b$  pozitív!

b) Határozzuk meg  $x^4 + y^4 + \frac{2}{x^2 y^2}$  minimumát, ha  $xy \neq 0$ !

**2. feladat:** Oldd meg a következő egyenleteket ill. egyenletrendszereket!

a)  $\sqrt[3]{24+x} + \sqrt{12-x} = 6$

b)  $3x^2 - 42x - 38 = 7 \cdot \sqrt{x^2 - 14x - 14}$

c)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - y^2 = 2xy \end{cases}$

d)  $\begin{cases} x + y = \sqrt{8} \\ xy - z^2 = 2 \end{cases}$

**3. feladat:** Az  $ABCD A'B'C'D'$  téglalapban az  $A$  csúcsból induló élek vektorai  $\overrightarrow{AB} = \underline{x}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \underline{y}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \underline{z}$ . Hosszuk  $|\underline{x}| = 4$ ,  $|\underline{y}| = 5$ ,  $|\underline{z}| = 3$ . A  $BC$  él  $C$ -hez közelebbi harmadolópontja  $H$ . Az  $AC'$  testátló felezőpontja  $F$ . Fejezd ki az  $\underline{x}$ ,  $\underline{y}$ ,  $\underline{z}$  vektorokkal az  $\overrightarrow{FH}$  vektort! Az  $AC'$  átló mely  $P$  pontjára lesz  $HP$  a legrövidebb? (Mennyi erre a  $P$  pontra  $AP$ ?)

Dr. Katz Sándor

## ERDŐS ISKOLA

*Név: Erdős Pál Matematikai Tehetséggondozó Iskola*

*Szervező: Pannon Egyetem Műszaki Informatikai Kar*

*Felelős személy: Dr. Pintér Ferenc*

*Az iskola fővédnöke: Dr. Tuza Zsolt, a matematikai tudományok doktora*

### **Az iskola története, bemutatása**

A Pannon Egyetem Műszaki Informatikai Kara 2001-ben alapította az Erdős Pál Matematikai Tehetséggondozó Iskolát. Az iskola létjogosultságát, létrehozását elsősorban az indokolta, hogy általában a tehetséggondozás, így a matematikaié is, egyre több nehézségbe ütközött a középiskoláknál, mivel a szűkös anyagi lehetőségek csak kevés helyen tették ezt lehetővé. A megalapításkor is, és azóta is mindig deklaráljuk, hogy nem kisajátítani akarjuk az ő eredményüket, hanem segíteni, kiégyesíteni akarjuk az iskolai tehetséggondozást. Az elsődleges eredmény mindig az övék, a diákkal nap mint nap foglalkozó pedagógusoké, mindenki más csak ezután következhet. Az iskola veszprémi központtal, dunántúli beiskolázással, 80 diákkal indult, majd a létszám és a jelentkezők területi körének lényeges bővülése miatt Kecskeméten is indítottunk képzést, amely 2008-ban átkerült Szolnokra. Így napjainkban kb. 210 diák vesz részt az ország különböző pontjairól a foglalkozásainkon. Az iskola működése több szempontból egyedülálló és példaértékű, hiszen korábban nem volt példa arra, hogy felsőoktatási intézmény rendszeres, középiskolai tehetséggondozó programot támogat.

Az Erdős Iskola sikerének egyik fő oka, hogy sikerült olyan tanáregyeniségeket megnyerni, akik élnek-halnak a szakmájukért és élményt jelent nekik, hogy a legtehetségesebbekkel foglalkozzanak. Az iskola igazgatója a Rácz Tanár Úr Életműdíjas Pintér Ferenc, de soraink között tudhatjuk Katz Sándort is, aki szintén ennek a matematikatanárok körében legnagyobb megtiszteltetést jelentő díjnak a büszke tulajdonosa. A többi kiváló kolléga munkáját is több alkalommal elismerték már Beke Manó, Ericsson és Graphisoft díjakkal. A tantestület oszlopos tagjai – a teljesség igénye nélkül: Ábrahám Gábor, Bíró Bálint, Dobos Sándor, Erdős Gábor, Keszegh István, Kiss Géza, Kiss Sándor, Kubatov Antal, Laczkó László, Lányi Vera, Marczis György, Róka Sándor, Schultz János, Szoldatics József, Varga József, Veres Pál. Többször hallottuk jelentős tudósoktól, hogy milyen nagy hatással volt rájuk a középiskolai matematikatanáruk. Ehhez az élményhez is hozzásegítjük a diákjainkat és bízunk benne, hogy olyan lökést kapnak, hogy ők is ilyen sikeresek, híres tudósok lesznek. Sokat segít ebben iskolánk fővédnöke, a kombinatorika nemzetközileg elismert szaktekintélye, Tuza Zsolt professzor, aki nem csak nevét, de szívét, tudását is adta a programhoz. Minden alkalommal köztünk van, velünk tölti a hétvégéket, diákokkal, tanárokkal beszélget, konzultál, ötleteket ad, kutatási problémákat vet fel. A siker másik oka a kiváló diákok sora, akik az iskola padjait koptatták az elmúlt években: többségük már a jelentkezési lapjára is remek ered-

ményeket tudott felsorolni, és ezek az eredmények az Erdős Iskola foglalkozásainak hatására még jobbak lettek.

Az iskola 5-5 hétvégén működik Veszprémben és Szolnokon. Egy-egy hétvégén tizennégy 90 perces matematika foglalkozáson vesznek részt a diákok. Ezen kívül igyekszünk olyan előadásokat is szervezni a számukra, melyek hatására figyelmük egy-egy olyan területre irányul, mely meghatározza későbbi pályaválasztásukat. A tanév ünnepélyes tanévnyitóval kezdődik, és évvégén tanévzáró értékeléssel fejeződik be, amikor a tanév teljesítéséről tanúsítványt kapnak azok, akik legalább 4 foglalkozáson részt vettek. Az iskola sikerének másik pillére, hogy eredményesek a foglalkozásokon rendszeresen részt vevő diákok, a különböző tanulmányi versenyek élmezőnyében végeznek.

Az egyetemi háttér ellenére a diákoknak semmilyen elkötelezettségük nincs a Pannon Egyetem felé, nem kötelező ide jelentkezniük. A célunk az Erdős Iskolával, hogy a diák sikereket érjen el, itt háttérben marad a Műszaki Kar. Azoknak a diákoknak, akik végül a karra jelentkeznek, igyekszünk biztosítani minden lehetőséget, további tehetséggondozásban vesznek részt: a második félévtől tanársegédi munkakörülményeket kapnak a teljesítményüktől, kutatási munkájuk eredményeitől függően, amelyet témavezető mellett végezhetnek. Az ilyen képzésben részt vevő diákjaink a diploma átvételekor általában már nemzetközi folyóirat-publikációval rendelkeznek, amely nagyban elősegíti a doktori fokozat feltételeinek a teljesítését. Hangsúlyt helyezünk arra is, hogy a tanulás, kutatás mellett megtanuljanak előadni is – külföldön, idegen nyelvű konferenciákon szerezhettek előadói tapasztalatot a hallgatóink. Azon diákjaink, akik inkább a fejlesztési irányt választják, lehetőséget kapnak, hogy az Egyetem fejlesztési projektjein dolgozzanak. Ennek előnye, hogy a diák megismerje az ipari projekteket, megtanuljon teamben dolgozni, s mire végez, referenciákkal rendelkezzen. Ezzel teljesíti a munkaerőpiacon a kiemelt állásajánlatok feltételeit.

Az Erdős iskola tanárai is tapasztalták munkájuk során, hogy a pályakezdő matematikatanárok – de talán még szélesebb körben – nem kapnak olyan szakmai felkészítést, hogy aktívan részt tudjanak venni a kiemelkedő tehetségekkel történő foglalkozásokban. Ebből a tapasztalathból kiindulva négy éve beindítottunk egy, ezt a hiányt pótló akkreditált továbbképzést, amely elég népszerű a pedagógusok körében. De a továbbképzéstől függetlenül nyitottan működik az iskola, bármely kolléga, bármikor megfigyelőként részt vehet egy-egy hétvégén és tanulmányozhatja az itt folyó munkát.

Az Erdős Iskola igyekszik minél szélesebb körben együttműködni a középiskolákkal, szeretnénk szorosabbá tenni a műszaki szakközépiskolákkal is a kapcsolatunkat. Részben ezért építjük az iskola „bázisiskola” hálózatát, és hoztuk létre a Pólya György díjat. Utóbbi díjat azok az Erdős iskolában nem tanító tanárok kaphatják, akik kimagasló munkát végeznek iskolájukban a matematikai tehetséggondozásban és tevékenységükkel elősegítik az Erdős Pál Matematikai Tehetséggondozó Iskola munkáját.

*Dr. Pintér Ferenc*

## A MATEMATIKAOKTATÁS JELENE ÉS JÖVŐJE

Ezen a címen 2006. óta évenkénti rendszerességgel szerveződik egy országos konferencia Békéscsabán, amelyen a matematikaoktatás helyzete, problémái és a megoldás lehetőségei állnak a középpontban, sokszor csak elvi, de gyakran egészen konkrét javaslatokkal, igaz jóval szélesebb értelemben, mint más hasonló tanári rendezvényeken. Kezdetől fogva az oktatáspolitikai képviselői is meghívást kaptak, de emellett igazi univerzalitást jelent az előadások sokfélesége, s a szekciók, illetve szemináriumszerű foglalkozások témái.

A program és a konferencia elindítója Kmetykó András matematikatanár, aki a szervezőbizottságba felkérte Pálmay Lórántot és Vancsó Ödönt. Ez a trió szervezte az eddigi négy konferenciát, és Matyuska Ferenc igazgatóval, valamint Marczis György szaktanácsadóval kiegészülve szervezi az ötödiket, amely az idén kerül megrendezésre. A konferenciát Koós Géza matematikatanár emlékének ajánlotta tanítványa, Kmetykó András. A program szakmai színvonalát a minden évben igen rangos előadói gárda biztosítja, matematikusok, matematika-didaktikusok, tanárok. Emellett nem szeretnénk megfeledkezni más olyan neves szakemberekről, mint például Czeizel Endre, aki a genetika és a tehetség kapcsolatáról már több alkalommal, más-más aspektusból, vagy Hoffman Rózsa, aki a pedagógusetikáról, vagy legutóbb a nevelés általános mai problémáiról beszélt. Pálinkás József szintén rendszeres előadó, már az MTA elnökeként is ellátogatott és „A tudomány tanítása – a tanítás tudománya” címmel tartott nagyszerű előadást. Korábban Winkler Márta vezetett egy egész délutános szekciót tanítóknak. A szegedi egyetem kiválóságai rendszeresen fellépnek a konferenciákon. 2006-ban és 2007-ben előadást tartott Szendrei János, 2006-ban Csíkos Csaba, és Mészáros Tamás, 2008-ban Csapó Benő, és Szilassi Lajos. Minden évben fellépő előadók Kosztolányi József, Németh József, Szalay István. Budapestről Pálmay Lóránt és Vancsó Ödön évenként tartott előadást. Lovász László akadémikus, és – érdekes színfoltként – fia, Lovász László Miklós is szerepelt 2009-ben. Előbbi gráfokkal kapcsolatos érdekességekről, a gráfelmélet hatalmas változásairól, utóbbi a madridi diákolimpiáról beszélt, ahol aranyérmert nyert a negyedik legjobb eredménnyel. De nem lehet kihagyni Reisinger János érdekes irodalomtörténeti előadásainak megemlézését Pascal gondolatairól, avagy legutóbb Babitsról, mint matematikusról. Gombocz János előadása a nevelés, mint az emberiség legnagyobb feladata, igen komoly visszhangot váltott ki. Kovács László pedig 2008-ban Pólya Györgyről, 2009-ben a fasori csodáról tartott kitűnő előadást. A tanártársadalomból ebben a rövid időben még csak egy szűk, de neves gárda kapott lehetőséget, így az alsós C. Neményi Eszter, Szendrei Julianna, Wéber Anikó, Winkler Márta, vagy a felsős Kovács Csongorné, a középiskolából Kovácsné Hadas Ildikó, Laczkó László, Majoros Mária.

Fő célunk a matematikatanárok horizontjának tágítása, a folyamatos tanulás és fejlődés hangsúlyozása, s annak a szervezők által vallott hitnek a széleskörű terjesztése, hogy semmilyen oktatási reformot nem lehet a tanárok nélkül, a tanárok ellenére vagy rovására megvalósítani. Emellett igen fontos cél annak a megfogalmazása, hogy a tanár értelmiségi ember, s hivatása gyakorlásához önállóságra és

személyének komolyan vételére van szükség. Ehhez azonban kihagyhatatlan a nemzetközi trendek megismerése, a jó hazai tapasztalatok terjesztése, s a saját szakmai muníció folyamatos gazdagítása. A tanártovábbképzések fontosságának hangsúlyozásával, s azzal hogy nem csak új pedagógia módszerek tömeges elterjesztése szükséges, hanem a diszciplináris didaktikai képzéseknek is nagyobb szerepe lenne, amire az utóbbi években egyre kevesebb példa van (főleg az oktatáspolitikai anyagi elvonásai és gyakran rossz helyekre történő összpontosításai miatt).

A konferencia szellemisége mellett a hangulata is fontos tényező. Minden résztvevő rendszeresen kiemeli az előadók nyitottságát, az őszinte párbeszédet. Igazi mélyre menő elemzések és problémafelvetések hallhatók, amelyek nélkül nehéz lenne bármilyen továbblépés. Ennek egy összefoglalása lesz majd az idén Vancsó Ödön: „Miért beteg a magyar matematikaoktatás? – diagnózis és gyógymódok” címmel meghirdetett előadása. A tőle megszokott, a lényegyet kiemelő, az érdeklődést felkeltő és fenntartó, mindenkor színes előadásra számíthatunk.

Az oktatás egészének újragondolása a következő évek nagy kihívása, s ebben a matematika is komoly résztvevő. A Bölcsék Tanácsa anyagát „Szárny és teher” címmel tavaly decemberben ismertük meg. Sok, ebben leírt gondolat felmerült már a konferenciákon is. Remélhetőleg hozzá is tudunk majd járulni az oktatás megújulásához. Ki kell emelnünk Pálmay Lóránt sokrétű tapasztalatát és személyiségét, előadásai is felejthetetlen pillanatai a konferenciáknak. Nem hagyhatjuk ki Kmetykó András kitartásának és akadályt nem ismerő szervező munkájának méltatását sem. A város és a megye is a rendezvények állandó támogatója. Köszönet Vantara Gyula polgármester és Domokos László megyei elnök uraknak, akik védnökségükkel, anyagi támogatásukkal és a rendezvény lebonyolításában történő segítségükkel felülmúlhatatlan érdemeket szereztek. Köszönet a Békés Megyei HUFÍK-nak és jogutódjainak a konferencia szervezéséért.

Az egyes előadásokon átlagosan 150-180 hallgató vett részt. Ehhez nyilván hozzájárul, hogy hasonló szellemiségű összejövetel kevés szerveződik országszerte. A jó hangulat, az előadók és a hallgatók gyümölcsöző beszélgetései a problémák meghallgatása jegyében zajlanak. Meggyőződésünk, hogy az itt összegyűlt tapasztalatok is segíthetik majd az oktatáspolitikusok jó döntéseit.

A konferencia fő munkaformái: előadás és utána diszkusszió, szekció program, munkacsoportok, plenáris diszkussziók a konferencia befejezéseként. Fejleszthető lenne még az interaktivitás, a résztvevők még komolyabb bevonása a munkába. A konferenciákon kitöltött kérdőívek a résztvevők részéről komoly elismerésben részesítették a szervezőket és a közreműködő előadókat, csoportvezetőket.

A résztvevőknek, tanítóknak, általános és középiskolai tanároknak az augusztus huszadika utáni két-három napos konferencia jó indítás a következő tanév munkájához. Mind a jó hagyományokhoz, mind a gyakorlati matematikatanításához szakmai és módszertani segítséget ad. Emellett arra is mindig jut idő, hogy a távolról érkezők Békéscsaba egyes nevezetességeit megismerjék.

*Kmetykó András, Pálmay Lóránt és Vancsó Ödön*

## NEMZETKÖZI MATEMATIKAI DIÁKOLIMPIA

1959 óta rendezik nyaranta a Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát. A kezdetben szűk körű rendezvény igazi világversennyé vált, mára 100 ország több, mint 500 versenyzője méri össze tudását. Tavaly nyáron 50. alkalommal rendezték meg, a vendéglátó Németország volt. Magyarország, lélekszámához viszonyítva, eddig nagyon jól szerepelt. Az 50 éves születésnap ünneplésére meghívtak 6 matematikust a világból, akik az olimpián indultak. A hat között két magyar volt, Bollobás Béla és Lovász László. Ez komoly elismerése nem csupán személyesen a két tudósnek, hanem az egész magyar matematikának.

Az utóbbi időben egyre több ország komoly áldozatokat hoz a felkészítés érdekében. Így egyre nehezebb az élmezőnyben maradni. Hagyományaink ápolása mellett szükségünk van nekünk is az állandó megújulásra, a következő nemzedékek felnevelésére és oktatására. A magyarországi munkát több évtizeden át hűségesen és magas színvonalon végezte Hódi Endre és Reiman István. A csapat vezetője jelenleg Pelikán József, aki diákként négy olimpián részt vett, 20 éve a nemzetközi zsűri tagja, sőt az olimpiát irányító *Advisory Board* elnöke. Helyettese és a felkészítést végző tanár Dobos Sándor az utóbbi bő évtizedben. A szervezési és háttér-munkák lelkiismeretes elvégzéséért köszönet illeti a Bolyai Társulat munkatársait.

Reiman István könyve az olimpiáról egy kitűnő bevezetővel indul, amelyben elemzi, hogy az olimpia nem csupán versenyzés. Hatása jóval nagyobb a tehetség-gondozásra, motiváló ereje az országot képviselő 6 tagú csapatnál sokkal szélesebb réteget serkent komoly tanulásra. Az olimpiai feladatok nehézsége olyan mérce, amely nem engedi lankadni az ország legjobbait. A továbbiakban áttekintjük a felkészülés programját, ismertetjük az utóbbi évek változásait.

**Előkészületi versenyek:** A csapat kiválasztása több verseny eredménye alapján történik. Időrendi sorrendben haladva az év első rangos versenye a Kürschák verseny. Ezt követi az OKTV. A tavasz során két további válogatóversenyt szervez a Bolyai Társulat. Az elsőt kb. 60 diák vesz részt. Ez a verseny két éve a „Surányi János emlékversenyt”. A másodikra a hattagú csapatba kerülésre esélyes diákok mellett azok kapnak meghívást, akik a jövő évi csapat építése szempontjából arra érdemesek. Ezen 20-30 diák vesz részt.

A hazai versenyek mellett meg kell említeni, hogy 2001 óta téli közös edzőtábor rendez a magyar és a brit csapat, a táborban is írnak olimpiai jellegű tesztet a diákok. A Gillis-Turán verseny az izraeli csapattal méri össze a magyarok tudását, felváltva a két ország vállalja a szervezést.

Meg kell említeni a KÖMAL-t. A pontversenyben való részvétel hatalmas rutint biztosít a megoldások leírásánál. Remek felkészülés a B pontversenyben való részvétel, az A feladatok pedig megismertetik a diákokat, milyen dolog is komoly problémákon hosszan gondolkozni.

A csapat összeállításánál igyekszünk mindezen eredményeket figyelembe venni.

**Nemzetközi előkészület:** Az első válogató után a tavaszi szünetben rendezik a Gillis-Turán magyar-izraeli matematikaversenyt. Olimpiai rendszerben két napon



négy és fél óra alatt kell megoldani 3-3 feladatot. Végül egy kijelölt témához kapcsolódva csapatversennyel zárul a találkozó. A csapat tagjainak az utazás egyben hatalmas kulturális élmény.

A nyári három hetes edzőtábor középső hetében a románokkal együtt tréningeztünk 1998-2006 között. Ott délelőttönként előadás, délután feladatmegoldás alkották a programot. A hetet közös kirándulás zárta. Ez az együttműködés az érettségi rendszer változása és anyagi okok miatt megszakadt.

A téli szünetben egy hétig az angolokkal közösen edz 20 magyar diák tíz éve. A táborban minden foglalkozás angol nyelvű. Egyéni feladatmegoldás, előadások, csoportos munka megy egy héten keresztül. Az angol anyanyelvi közegben rengeteget tanulnak a diákok. A tábor kezdetben Budapesten volt, majd legtöbbször Tátán. Viszonzásként 2007-ben és 2009-ben 3-3 diák részt vehetett a brit csapat négy napos edzőtáborában Cambridge-ben, amelyet a Trinity College szervezett.

**Nyári edzőtábor:** Hagyományosan az olimpia előtt három hetes edzőtábor van. Délelőttönként intenzív 4-5 órás foglalkozásokkal, ahol a csapat tagjai feladatokat oldanak meg. A középső hét egy időben a románokkal közösen volt. Az utóbbi években magyarországi edzőtábort szerveztünk, amelyre a MEMO (Középeurópai Matematikai Olimpia) csapat tagjai is eljöttek. A nyári edzőtábor munkájába korábbi olimpiákon is bekapcsolódnak. Több alkalommal besegített Kós Géza, aki a KOMAL pontversenyének gazdájaként, az egyetemisták nemzetközi versenyének (IMC) motorjaként és nem utolsósorban az IMO problémakiválasztó bizottságának tagjaként igazi mestere a matematikának, szakembere a versenyeknek.

**Új utak:** Az országos szakkörhálózat működtetése nagyon nagy anyagi terhet jelent. Sajnos az utóbbi időben az utazási költségek jelentős emelkedése miatt a szakkörökön való részvétel is csökkent. E mellett meg kell említenünk, hogy a Pannon Egyetem néhány éve elindította az Erdős Pál Tehetséggondozó Iskolát, amely egyedülálló lehetőséget teremt a matematikai tehetséggondozásra. Tanárai között ott találjuk az olimpiai szakkörök vezetőit. A tanév során öt hétvégen igen intenzív, magas színvonalú munka folyik hétvégeként 14 órában. A nehezen szervezhető rendszeres heti szakköröknél valószínűleg hatékonyabb egy olimpiai csoport beindítása az Erdős Iskola keretein belül.

Az internet új lehetőségeket nyit. Több olyan honlap van, amelyen nyomon követhetők különböző nemzetközi versenyek. A központi szakkör feladatanyaga a világhálón is elérhető (<http://home.fazekas.hu/~dobos/olimpia/cimlap.htm>). Ezen a téren még sokat lehetne tenni.

Az olimpiai felkészítéssel kapcsolatban vannak további ötletek. Ezek megvalósításához sokakban van kellő lelkesedés, de sokkal kevesebb az emberek energiája, ideje. Nagyon sokat segítené, ha lenne komolyabb állandó támogatója a munkának. Köszönet a Minisztériumnak, a Bolyai János Matematikai Társulatnak és a Matematika Műveléséért és Oktatásáért Alapítványnak, akik a felkészítés anyagi oldalát eddig biztosították.

### *Érdekességek az olimpiáról*

- Magyarország eddig három alkalommal adott otthont Nemzetközi Matematikai Diákolimpiának: a rangos verseny 1961-ben Veszprémben, 1970-ben Keszthelyen, 1982-ben pedig Budapesten került megrendezésre.
- Magyarországon legtöbbször a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnáziumból jutottak ki az olimpiára. 1962 óta nem volt olyan év, hogy fazekasos diák ne lett volna a csapat tagja, sőt az is előfordult, hogy az összes magyar versenyző ebből az iskolából került ki.
- A román Ciprian Manolescu háromszor is maximális pontszámot ért el, vagyis 42-ből 42-t, ebből egy alkalommal ráadásul egyedül neki sikerült teljes pontszámot elérnie.
- A legsikeresebb női versenyző Eugenia Malinnikova volt, aki kétszer 42, egyszer 41 ponttal nyert aranyérmeket a Szovjetunió csapatában, így egyetlen ponttal marad el Manolescu teljesítményétől.
- Az amerikai Reid Barton volt az első, akinek sikerült 4 aranyérmeket szereznie (1998-2001). Rajta kívül ez eddig csak a német Christian Reihernek sikerült (2000-2003), aki 1999-ből már egy bronzéremmel is büszkélkedhet.
- 1994-ben az Egyesült Államok csapatának mind a 9 tagja 42 pontos eredményt ért el. Erről a *Time* magazin is megemlékezett.
- Az ausztrál Terence Tao a legfiatalabb aranyérmes, 1988-ban 13 évesen érte el ezt az eredményt. Tao a megelőző két évben már nyert egy ezüst- és egy bronzérmeket, ám ezt követően – egyetemi tanulmányainak megkezdése miatt – nem indult.
- A legtöbb részvétellel Kunszenti-Kovács Dávid büszkélkedhet, aki 7 alkalommal szerepelt Norvégia csapatában, többek közt megszerezve az ország első aranyérmét. Dávid első olimpiai szereplésekor csak 11 éves volt.
- Legeredményesebb magyar versenyzők: Lovász László és Pelikán József négy éven át (1963-1966) vettek részt a versenyen; 3-3 arany-, és 1-1 ezüstérmeket szereztek. (Mellesleg osztálytársak voltak.) Szintén három aranyérmeket szerzett Terpai Tamás (1997-1999) és Rácz Béla András (2002-2004).
- A magyar csapat 2008-ig 48 olimpián vett részt, ahol összesen: 74 arany-, 138 ezüst-, 77 bronzérmeket és 4 dicséretet szerzett a 324 versenyző. Ezzel a teljesítménnyel Magyarország a 4. helyen áll a nemzetek összesített rangsorában.

*Dobos Sándor*

# VERSENYEK

*„Megmarkolom és nem hagyom,  
ha le is szakad a két karom,  
ha két lábam térdig kopik:  
de feljutok a csúcsokig.”*

*Wass Albert*

## KÜRSCHÁK VERSENY

**Név:** Kürschák József Matematikai Tanulóverseny

**Szervező:** Bolyai János Matematikai Társulat

**Felelős személy:** Fleiner Tamás

**Résztvevők:** az adott évben érettségizettek és középiskolai tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1894

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (országos):** október első fele

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 105 fő

**Telefon:** 06-1/225-8410

**E-mail:** bjmt@renyi.hu

**Fax:** 06-1/201-6974

**Honlap:** www.bolyai.hu

### A verseny története, bemutatása

A Kürschák József Matematikai Tanulóversenyt 1894-ben indította a Bolyai János Matematikai Társulat és az Eötvös Loránd Fizikai Társulat közös elődje, a Matematikai és Physikai Társulat abból a célból, hogy maradandó emléket állítson báró Eötvös Lorándnak, a társulat akkori elnökének vallás- és közoktatásügyi miniszterré történt kinevezése alkalmából. A versenyt eleinte a „Mathematikai és Physikai Társulat versenye”-nek nevezték, később „Mathematikai tanulóverseny”-ként említették, majd Eötvös báró halála után az „Eötvös Loránd matematikai tanulóverseny” lett a kialakult elnevezés. (Voltak időközben kisebb eltérések, a KöMaL beszámolója szerint például 1926-ban „Eötvös Lóránt’ XXIX. matematikai tanulmányverseny”-t rendeztek.) A versenyen eleinte 100, ill. 50 koronával járó I. és II. b. Eötvös díjban, ill. dicséretben részesítették a legjobb versenyzőket. A verseny eredetileg megjelölt célja ugyan a matematika és fizika szaktárgyak művelésére való rátermettség megállapítása volt, fizika feladat sosem szerepelt a versenyen. A versenyen érettségizett tanulók indulhattak és használhatták a magukkal hozott könyvet és jegyzetet. A kezdetektől egészen a mai napig érvényes, hogy egyetlen fordulóban három feladatra 4 óra munkaidő áll rendelkezésre. A KöMaL eleinte részletesen beszámolt a versenyről, a díjakat pedig maga Eötvös Loránd adta át. A későbbi KöMaL beszámolók a feladatok és megoldásaik ismertetésén túl csak a nyertesek adatait közölték néhány sorban.

A versenyeket az első világháborúig Budapesten és Kolozsvárott rendezték meg, az 1919 és 1921 közötti három évben érthető okokból nem volt verseny, majd 1922-től Kolozsvár helyett Szeged lett a második helyszín. A második világháború alatt ismét kényszerű szünet következett: 1944 és 1946 között ismétlen kimaradt 3 év, de egyúttal az Eötvös Lorándról elnevezett matematikaversenyeknek is vége

szakadt. Az alapító jogutódja, a Bolyai János Matematikai Társulat 1947-ben szervezte újra a versenyt, ám azt ekkor Bolyai Jánosról nevezték el. A szabályok pedig annyiban változtak, hogy az érettségi előtt álló tanulóknak is megengedték az indulást. A verseny 1949-ben kapta meg a jelenlegi elnevezését. Az újraindulás után minden évben megrendezték a versenyt valamikor október eleje és november eleje között, az egyetlen kivétel érthetően 1956 volt. (Az 1990-es taxisblokádtól is megtartották a versenyt: Budapesten gyalog vagy kerékpáron érkeztek a versenyzők az Árpád gimnáziumba.)

A Kürschák verseny sikerének két fontos tényezőjét emeljük ki. A kitűzött feladatok kiválóan megfelelnek a kezdetben megfogalmazott céloknak: a megoldáshoz a középiskolában tanított ismereteken túl nincs szükség további tudásra, hanem sokkal inkább a matematikai gondolkodásmód alkalmazásával lehet elérni a sikert. Íratlan hagyomány, hogy a feladatok megoldásához lehetőleg ne fásasztó számolás, hanem az összefüggések átlátása illetve egy-egy jó ötlet vezessen. Ebben a tekintetben a verseny talán a világon is egyedülálló.

A verseny sikerének másik kulcsa a Kürschák által elindított munka, a Matematikai versenytételek. Ez az a könyv, amiben az 1894 és 1928 közötti versenyek feladatait (tétéleit), azok megoldását és a díjazottak neveit találjuk. Szemben a KöMaL-ban megjelenő feladatmegoldásokkal, amiket a versenyzők dolgozataiból válogattak, Kürschák több jól átgondolt megoldást is közölt az egyes feladatokra, amiket számos esetben kiegészítésekkel, „jegyzetekkel” látott el. Ezekben a jegyzetekben a feladatok háttérére világított rá, rámutatott a lehetséges általánosításokra, és olyan tétéleket, módszereket ismertetett, amik az adott problémakör jobb megértését segítették elő.

Kürschák 1933-ban bekövetkezett halála után a verseny továbbra is a fentiek jegyében folyt. 1964-ben megjelent a Matematikai versenytételek második kötete, Hajós György, Neukomm Gyula és Surányi János szerkesztésében. A kötet az 1929 és 1963 közötti versenyeket dolgozza fel, felépítése hűen követi a Kürschák-féle formátumot, azzal a különbséggel, hogy a díjazottak osztályát is jelzi, amennyiben azok a verseny idején még nem érettségiztek. A munka sikerét jól mutatja, hogy a versenytételek nemcsak a hazai, matematikai versenyeken induló középiskolásoknak lett „kötelező olvasmánya”, hanem 1963-ban napvilágot látott a Random House kiadásában megjelent angol fordítás „Hungarian Problem Book” címmel, amit később tovább fordítottak japánra. A könyv 1972-ben megjelent román nyelven, majd 1974-ben az orosz nyelvű kiadás következett, és azóta több más nyelven is elérhetővé vált a munka, így tudunk például a perzsa változatról is.

A versenytételek evolúciója egyébként a megjelenésük után is folytatódott: további jegyzetekkel és megoldásokkal egészült ki az újabb kiadások során. A szerzők hangsúlyozták, hogy a szerkesztés mindvégig az eredeti elgondolás szellemében folyt. Neukomm Gyula 1957-ben, Hajós György pedig 1972-ben hunyt el, ezt követően az utolsó „nagy öreg”, Surányi János lett a szervezőbizottság elnöke. Az ő önálló munkája a versenytételek 3. és 4. kötete, amiben az 1964 és 1987 közötti, ill. az 1988-tól 1997-ig rendezett versenyeket dolgozza fel. Surányi János 1998-ban lemondott a szervezőbizottságban betöltött elnöki tisztségéről. Helyét Károlyi

Gyula vette át, aki 2002-ig volt tagja a bizottságnak, majd érintettsége okán visszavonult. Surányi János azonban 2006-ig, egészen haláláig (a bizottság tiszteletbeli elnökeként) részt vett a munkában: a feladatok kiválasztásában és a dolgozatok javításában egyaránt. Különös egybeesés, hogy a verseny újraindítását követő 60. évben szervezett Kürschák verseny eredményhirdetése volt életének utolsó napja.

A Kürschák versenyen elért díj volt az egyik első sikere számos, később komoly tudományos karriert befutott egykori versenyzőnek. A már nem élők közül a teljeség igénye nélkül az alábbiakat emeljük ki (időrendben): Fejér Lipót, Kármán Tivadar, König Dénes, Haar Alfréd, Szegő Gábor, Radó Tibor, Rédei László, Kalmár László, Teller Ede, Bakos Tibor, Gallai Tibor, Szele Tibor, Schweitzer Miklós. Ahogy említettük, a háború után az érettségi előtt álló tanulók is elindulhattak, így ugyanaz a versenyző több díjat is nyerhetett. Az alábbi versenyzők többször is Kürschák díjazottak voltak, nevük után zárójelben az elnyert díjaik száma áll: Szkerka Pál (2), Kálmán Lajos (2), Vigassy József (2), Bollobás Béla (3), Kóta József (2), Máté Attila (2), Gerencsér László (2), Lovász László (2), Bajmóczy Ervin (3), Ruzsa Imre (2), Kollár János (2), Próhle Péter (2), Tardos Gábor (4), Bohus Géza (2), Magyar Ákos (2), Erdős László (2), Kós Géza (3), Montágh Balázs (2), Sustik Mátyás (2), Kálmán Tamás (2), Burcsi Péter (2), Braun Gábor (2), Lippner Gábor (3), Kun Gábor (2), Terpai Tamás (2), Csikvári Péter (2), Csóka Endre (2), Rátz Béla András (2), Jankó Zsuzsanna (3), Nagy Csaba (2), Korándi Dániel (2), Lovász László Miklós (2), Éles András (2), Nagy János (2), Tomon István (2).

Érdemes néhány szót ejteni a Kürschák versenynek a magyarországi matematikai versenyek között betöltött szerepéről. A háború után jó darabig a Kürschák verseny mellett a III. és IV. osztályosoknak az OKTV és az I. és II. évfolyamon az Arany Dániel verseny jelentett további megmérettetési lehetőséget. Mindkét versenyen számos kategóriában, több forduló után választották ki a legjobbkat. Mivel a Kürschák versenyen mindez egy fordulóban történt, és a teljes középiskolás mezőny mellett az adott évben érettségizők is részt vehettek, a Kürschák díj tekinthető a legrangosabb elismerésnek, amit hazai matematikaversenyen középiskolás diák elérhetett. A Kürschák versenyen elért helyezések (akárcsak most) számítottak a nemzetközi matematikai diákolimpiára készülő csapat kerettagjainak kiválasztásakor. További lényeges vonzerő volt, hogy az OKTV-hez hasonlóan, a Kürschák verseny első tíz helyezettjének nem kellett matematikából érettségiznie, és az egyetemi felvételi vizsgát is maximális pontszámmal számították be. Tekintve, hogy nem a minisztérium szervezte a versenyt, ez a Bolyai Társulatnak és a versenynek is egyfajta elismerése volt.

Az 1990-es éveket követően fokozatosan megváltoztak a fenti feltételek. A felvételi rendszer reformjával megszűnt a kötelező felvételi kedvezmény: a lehetőséget az egyes egyetemekre bízta a minisztérium. Megjelentek új, másfajta tudást mérő matematikaversenyek is, amikben könnyebb volt helyezést vagy díjat elérni. Nem utolsó sorban megszűnt a sorkötelezettség. Emlékezetes: a 70-es és 80-as években a Gólyavárban rendezett versenyeken külön sor állt egyenruhában, igazolásra várva. (Akkortájt a Társulat bélyegzője elengedhetetlen kelléke volt a verseny

sikeres lebonyolításának.) A legenda szerint az első sorkatona versenyzők nemcsak eltávoztak kaptak, hanem még engedélyt civil ruha viselésére is, ám mihelyt kialakult az előfelvételizsek „versenyláza”, úgy mérsékelte a néphadsereg a kedvezményeket is. Mindez számokban azt jelentette, hogy például az 1979-es versenyen 650 indulóból mindössze 457 dolgozat érkezett be, amiből nem túlzás arra következtetni, hogy a résztvevőknek bő negyedrésze sorkatona volt.

A mai versenyek közönsége a fenti okok miatt ennél sajnos jóval kisebb. Mára ott tartunk, hogy az utóbbi években a beadott dolgozatok száma 100 és 130 közé esett vissza. Ennél persze valamivel többen vesznek részt a versenyen, de a Budapesten kívüli 19 másik helyszínről általában nem érkezik adat a résztvevők számáról. A verseny lebonyolítása is megváltozott. A versenyzők 2003 óta nem használhatnak sem írott, sem elektronikus segédeszközt. Komoly vita előzte meg a döntést, de utólag elmondható, hogy a verseny ezzel nem veszített. Érdekes illusztrációja ennek a 2006-os verseny itt is közölt harmadik feladata. Ez a chip-firing játékkal kapcsolatos, és mint utólag kiderült, a Fazekas gimnáziumban tartott szakkörökön rendszeresen foglalkoznak a témával. A kitűzés évében versenyző tanulók úgy tűnik, nem ismerték korábról ezt a területet így a megoldóknak a verseny alatt kellett rájönniük a helyes bizonyításra.

A versenyen legeredményesebben szereplő iskola hosszú idő óta a budapesti Fazekas gimnázium. A számos Fazekasban érettségizett tagot számláló versenybizottságnak az a véleménye, hogy mindenkinek szerencsés lenne, ha több iskola diákjait is díjazhatnánk. Ezért és egyúttal a részvétel ösztönzésekképpen bevezetésre került, hogy az eddig megszokott Kürschák díjak és dicséretetek mellett oklevelet adunk azoknak a versenyzőknek, akik a versenyen érdemi teljesítményt nyújtottak. Az elismerésben részesült diákok iskoláit pedig levélben értesíti a Társulat az elért eredményről. A versenybizottság törekvése talán nem hiábavaló: a legutóbbi, 2009-es versenyen a 12 díjazott öt középiskolából érkezett, a győri Révaiból ketten is első díjat nyertek, és további kilenc iskola tanulói kaptak oklevelet.

A verseny ismertetésének végétével ejtsünk néhány szót a versenyen kitűzött feladatokról. A hagyomány szerint mindig eredeti, más versenyen még nem szerepelt feladatokból áll össze a példasor, és ezt a bizottság továbbra is szem előtt tartja. Fontos szempont még, hogy a feladatok megoldása minél kevesebb előismertetet, ám annál több ötletességet és lényeglátást igényeljen. Jó példa erre az alábbi válogatásban is szereplő feladat, ami a második volt az 1962. évi versenyen. Azt kell megmutatni, hogy egy konvex  $n$ -szögnek legfeljebb  $n$  páronként metsző átlója választható ki. A verseny eredményhirdetése után hagyományosan elhangzanak a kitűzött feladatok megoldásai. Akkortájt Hajós György volt a bizottság elnöke, ő ismertette a megoldásokat. Akik ott voltak, arról számolnak be, hogy ezek élményszámba mentek: a kicsiszoltság, elegancia és előadóművészet ötvözete volt mindegyik. A szóban forgó feladat megoldása valahogy így hangzott: a konvex  $n$ -szög alakja nem számít. Feltehető tehát, hogy a szabályosról van szó. Ebben az átlók iránya  $n$ -féle, legfeljebb ennyi tehát a páronként metszők száma is.

Utolsó megjegyzésünk a 2007. évi verseny alább olvasható harmadik feladatára vonatkozik. Utólag elmondhatjuk, hogy a bizottság itt „emberkísérletet” végzett.

Jól ismert, de a középiskolában talán méltatlanul hanyagolt témakör a stabil házasságokkal kapcsolatos probléma. Gale és Shapley tétele szerint, ha adott  $n$  férfi és  $n$  nő, akik mindegyike a saját szimpátiája szerint sorba rendezi az ellentétes nem képviselőit, akkor a férfiak és nők mindig összeházasíthatók egymással úgy, hogy ne legyen olyan férfi és nő, akik nincsenek összeházasodva, ám egymást kölcsönösen szimpatikusabbnak tekintik a házastársuknál. A Gale-Shapley tétel híres bizonyítása a lánykérő algoritmuson alapul. Ebben felváltva minden fiú megkéri a számára legszimpatikusabb lány kezét és minden lány kikoszorúzza a legjobb kérőjénél kevésbé szimpatikus kérőt. Az algoritmus akkor ér véget, amikor nincs több lánykérés, ugyanis ekkor minden fiú összeházasodik a menyasszonyával. A verseny szóban forgó feladata a stabil házassági tételnek egy nemtriviális általánosítása, a lánykérő algoritmus értelemes módosítása pedig egy lehetséges megoldáshoz vezet. A „kísérlet” eredménye az a magyarországi matematikaoktatásra nézve igen kedvező adat, hogy a versenyen rendelkezésre álló négy óra alatt, más feladatok megoldása mellett három versenyző is tökéletesen kidolgozta a Gale és Shapley által leírt algoritmuson alapuló megoldást.

(A szerző köszönetet mond Pelikán Józsefnek a verseny történetének leírásban való közreműködésért.)

### Válogatás a verseny feladataiból

**Az 1962. évi verseny 2. feladata:** Bizonyítsuk be, hogy egy konvex  $n$ -szög átlói közül nem lehet  $n$ -nél többet úgy kiválasztani, hogy bármely kettőnek legyen közös pontja!

**A 2006. évi verseny 3. feladata:** Egy kör alakú asztalnál  $n$  játékos foglal helyet, akik között valahogyan szétosztunk  $n - 1$  kártyalapot. Ezután a játékosok a következő szabály szerint cserélgetik egymás között a lapjaikat: ha létezik olyan játékos, akinél legalább két kártyalap van, akkor valamelyik ilyen játékos átad egy-egy kártyát a két szomszédjának. Bizonyítsuk be, hogy bárhogyan is cserélgetnek, előbb-utóbb minden játékosnál legfeljebb egy kártyalap lesz!

**A 2007. évi verseny 3. feladata:** Bizonyítandó, hogy a sík rácspontjainak tetszőleges véges  $H$  halmazából kiválasztható olyan  $K$  részhalmaz, melyre teljesülnek az alábbi tulajdonságok:

- a)** a sík bármely tengelypárhuzamos (azaz függőleges vagy vízszintes) egyenese  $K$ -t legfeljebb 2 pontban metszi,
- b)**  $H \cap K$  bármely pontja rajta van egy  $K$ -beli végpontokkal rendelkező, tengelypárhuzamos szakaszon.

Fleiner Tamás



Érdekességként az alábbiakban a verseny első, a második világháborúban az utolsó évi (a háború után 1947-ben indul újra a verseny) és idei feladatsorait közöljük.

### Az 1894. évi verseny feladatai

1. **feladat:** Bizonyítsuk be, hogy a  $2x+3y$  és  $9x+5y$  kifejezések  $x$  és  $y$  ugyanazon egész értékeire oszthatók 17-tel.
2. **feladat:** Adva van egy kör és két pont,  $P$  és  $Q$ ; szerkesszünk ebbe a körbe írt derékszögű háromszöget, amelynek egy-egy befogója a  $P$ , illetve  $Q$  ponton megy át. A  $P$  és  $Q$  pontok milyen fekvése zárja ki a megoldás lehetőségét?
3. **feladat:** Egy háromszög oldalai olyan számtani sorozatot alkotnak, amelyeknek különbsége  $d$ ; a háromszög területe  $t$ . Mekkora  $e$  háromszög oldalai és szögei? Oldjuk meg ugyanezt a feladatot, ha  $d=1$  és  $t=6$ .

### Az 1943. évi verseny feladatai

1. **feladat:** Bizonyítsuk be, hogy bármely társaság társaság azon tagjainak száma, akiknek  $e$  társaságban páratlan számú ismerősük van, mindenkor páros.
2. **feladat:** Jelentsen  $P$  egy hegyesszögű háromszög belsejében fekvő pontot. Bizonyítandó, hogy a háromszög kerületén fekvő pontoknak  $P$ -től való távolságai közül a legnagyobb ( $D$ ) legalább kétszer akkora, mint a legkisebb ( $d$ ). Mikor áll fenn  $D=2d$ ?
3. **feladat:** Legyen  $a < b < c < d$ ! Hány különböző értéket vesz fel  $n(x, y, z, t) = (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-t)^2 + (t-x)^2$ , ha  $x, y, z, t$  helyébe valamilyen sorrendben az  $a, b, c, d$  számokat helyettesítjük? Milyen sorrendnek felel meg a legnagyobb, illetve a legkisebb értéke?

### A 2009. évi verseny feladatai

1. **feladat:** Egy  $n \times k$ -as táblázatba úgy írunk be egész számokat, hogy mind az  $n$  sorban szerepeljen 1-től  $k$ -ig minden egész szám. Jelöljük  $S$ -sel a kapott  $k$  oszlopösszeg legnagyobbikát! Minden  $n$ -re és  $k$ -ra adjuk meg  $S$  lehetséges legkisebb értékét!
2. **feladat:** Határozzuk meg azokat a pozitív egészekből álló  $(a,b)$  számpárokat, amelyekre igaz az alábbi állítás: a pozitív egészek halmaza felbontható két diszjunkt halmazzá,  $H_1$  és  $H_2$  uniójára úgy, hogy sem  $a$ , sem  $b$  nem írható fel sem két  $H_1$ -beli, sem két  $H_2$ -beli szám különbségeként.
3. **feladat:** Határozzuk meg azokat a  $f$  függvényeket, amelyekre
  - (i)  $f$  az egész számok halmazán van értelmezve;
  - (ii)  $f(z)$  racionális szám minden  $z$  egész szám esetén;
  - (iii) ha  $f(x) < c < f(y)$  és  $c$  racionális, akkor  $f$  felveszi a  $c$  értéket; és
  - (iv) ha  $x, y, z$  egészek és összegük nulla, akkor  $f(x) + f(y) + f(z) = f(x)f(y)f(z)$  teljesül.

## OKTV

**Név:** Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny

**Szervező:** Oktatási Hivatal

**Résztevők:** 11-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1923

**Fordulók száma:** I. és II. kategória 3 forduló, III. kategória 2 forduló

**1. forduló (iskolai):** október

**2. forduló (középdöntő):** január eleje

**3. forduló (országos döntő):** március eleje

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** I. kategória: 1342 fő II. kategória: 4042 fő III. kategória: 262 fő

**2. forduló:** I. kategória: 110 fő II. kategória: 299 fő

**3. forduló:** I. kategória: 50 fő II. kategória: 47 fő III. kategória: 46 fő

**Telefon:** 06-1/374-2100

**E-mail:** info@oh.gov.hu

**Fax:** 06-1/374-2485

**Honlap:** www.oh.gov.hu

### A verseny története, bemutatása

A matematikát szerető és azt eredményesen tanuló diákok teljesítményének összemérésére a 11. és a 12. évfolyamon a matematika OKTV ad lehetőséget. A versenyzők legjobbjai közül sok évtizede országosan, illetve az egész világon elismert matematikus, közmegebecsülésnek örvendő matematikatanár, alkotó természettudós és mérnök került ki.

A matematika országos versenye 1947-ben indult el, de Országos Középiskolai Tanulmányi Versenynek csak 1957-től nevezték. 1967-ig egy kategóriában versenyeztek a diákok, 1967-től 1973-ig két kategóriát, 1973-tól 1984-ig három kategóriát szerveztek. Négykategóriás rendszer működött 1984-től 1990-ig, ebben az időszakban jelent meg először önálló kategóriaként a szakközépiskola. A szakközépiskolások I., a nem speciális matematika tagozatos gimnazisták II., végül a speciális matematika tagozatosok III. kategóriájának rendszere 1990 óta biztosítja az ország legjobb középiskolás matematikusainak, hogy képességeiket összemérhessék a versenyen. Az évek során sok változáson átment OKTV egy-egy versenybizottságának élén olyan kitűnő tanár kollégák álltak, mint Bakos Tibor, Hódi Endre, Tusnády Gábor, Reiman István, Surányi János és Czapáry Endre.

1995-től több javaslat hangzott el a szakközépiskolai és gimnáziumi kategória összevonására, de a versenybizottságok ezt szakmai és pedagógiai indokokra hivatkozva végül elvetették.

Ma a verseny az I. és a II. kategóriában három fordulóban, a III. kategóriában két fordulóban zajlik, és minden forduló után a versenybizottság állapítja meg a továbbjutás ponthatárát. Két éve az I. kategóriában a versenybizottság javaslatára és az Oktatási Hivatal egyetértésével és engedélyével a második fordulóban elért pontszám 20%-át a döntőben elért pontszámhoz hozzáadjuk, és ezzel alakul ki a végleges sorrend. A második fordulóba hívható versenyzők létszáma a verseny első fordulójára jelentkezők számától függ, a döntőbe hívható versenyzők számát a versenybizottság állapítja meg, ez utóbbi 50-nél nem lehet több.

Az I. kategóriában a versenybizottság igyekszik változatos, alkalmanként a szakközépiskolák oktatási gyakorlatához közelebb álló feladatokat kitűzni a versenyen. A második kategóriában a versenybizottság többek között arra törekedett, hogy a tananyagban, az utóbbi években nagyobb hangsúlyt kapott új témák is megjelenjenek a kitűzött feladatokban. A III. kategória feladatai továbbra is a magas színvonalon tanult elméleti anyag ötletes alkalmazását igénylik. Az alábbiakban három feladatot ismerhet meg a kedves olvasó az I., illetve a II. kategória idei versenyeiről. E sorok írói igazán nehéz helyzetben voltak a feladatok kiválasztásánál, mert helyhiány miatt több olyan színvonalas kitűzött feladatot nem ismertethetnek, amelyet a kitűzőn együttműködő versenybizottságok tagjai javasoltak.

Az OKTV-n szereplő feladatok megismerése természetesen lehetséges, hiszen az utóbbi évek feladatai és megoldásai az Oktatási Hivatal honlapján megtalálhatók, régebbi feladatok pedig könyvekben, illetve a versenyvizsga.hu internetes oldalon hozzáférhetők. Sok éve versenybizottságában dolgozó tanárként és a tehetőséggonozó munkánk részeként versenyző diákok felkészítő szaktanáraként is reméljük, hogy azon évek feladatai, amelyek anyagi forrás híján eddig nem kerültek kiadásra, rövidesen könyv alakban is megjelenhetnek.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Az  $ABC$  hegyesszögű háromszög  $M$  magasságpontja a  $CC_1$  magasságvonalon úgy helyezkedik el, hogy  $CM:MC_1=3:1$  ( $C_1$  a magasság talppontja). Mekkora az  $AFB\hat{x}$ , ha  $F$  a  $CC_1$  szakasz felezőpontja?

**2. feladat:** Palkó uzsonnára palacsintát készített barátainak. Az asztalon három tálon van palacsinta. Az elsőn 8 darab túrós, 6 darab diós, és 10 darab lekváros van, a másodikon 12 darab túrós, 10 darab diós, és 8 darab lekváros, a harmadikon 8 darab diós, 12 darab lekváros és néhány túrós.

**a)** Palkó egyik barátja, Peti, véletlenszerűen vett mindegyik tálról egy-egy palacsintát. Tudjuk, hogy a Peti által választott három palacsinta  $\frac{3}{25}$  valószínűséggel volt azonos ízesítésű. Hány túrós palacsinta volt a harmadik tálon?

**b)** A harmadik tálon levő túrós palacsinták számától függően milyen határok közt változhat annak a valószínűsége, hogy Peti három azonos ízesítésű palacsintát vett ki? (Feltesszük, hogy a házigazda csak a harmadik tálon lévő túrós palacsinták számát változtatja.)

**3. feladat:** Az  $ABC$  háromszög  $B$  és  $C$  csúcsainál fekvő belső szögfelezők az  $AC$  illetve  $AB$  oldalt a  $B_1$  illetve  $C_1$  pontokban metszik. Rajzoljuk meg az  $A$  csúcson keresztül a külső szögfelező  $e$  egyenest. A  $B_1$  ponton át a  $CC_1$  szögfelezővel, a  $C_1$  ponton át a  $BB_1$  szögfelezővel párhuzamos egyeneseket húzunk, amelyek az  $e$  egyenest a  $P$  illetve a  $Q$  pontokban metszik. Bizonyítsa be, hogy a  $BCQP$  négyszög csúcsai egy körön helyezkednek el!

**4. feladat:** Egy derékszögű háromszög átfogóját a beírt kör érintési pontja két szakaszra osztja. Bizonyítsa be, hogy a háromszög területének számértéke egyenlő ezen két szakasz hosszának a szorzatával!

**5. feladat:** Az  $\{1; 2; 3; \dots, 2009\}$  halmazból legalább hány számot kell kiválasztani úgy, hogy biztosan legyen a kiválasztott számok között két olyan, amelyek különbsége 4?

**6. feladat:** Egy elektronikus levelezőtársaságnak 2004 tagja van. Közülük néhányan személyesen is ismerik egymást (az ismeretség kölcsönös). Bizonyítsa be, hogy a 2004 tag két csoportba osztható úgy, hogy a csoportokon belüli személyes ismeretségek számának összege nem több mint a két csoport tagjai közötti ismeretségek száma!

*Megoldás:* Osszuk a 2004 tagot két tetszőleges csoportra, amelyek egyike sem üres halmaz! Ezután végezzük el a következő eljárást annyiszor, ahányszor csak lehet!

Keressünk (bármelyik csoportban) egy tagot, akinek több ismerőse van a saját csoportjában, mint a másikban! Ha ilyen tagot nem találunk, akkor a kívánt két csoportra való osztással készen vagyunk. Ha találunk ilyen tagot, akkor őt helyezzük át a másik csoportba. Ezeket a cseréket addig ismétljük, amíg találunk olyan személyt, akinek a saját csoportjában több ismerőse van, mint a másikban. Az eljárásról a következő megállapításokat tehetjük:

a) az ismeretségek összes száma az eljárás közben nem változik

b) egy cserénél a saját csoportbeli száma pozitív egész számmal csökken, a csoportok közötti ismeretségek száma ugyanennyivel nő

c) az eljárásban végrehajtható cserék száma véges, azaz egy idő után biztosan nem lehet több cserét végrehajtani, hiszen a saját csoporton belüli ismeretségek száma minden cserével csökken, és 0-nál kisebb nem lehet

Az eljárás végeztével minden tag esetén számoljuk össze, hogy hány embert ismer a saját csoportjából és hányat a másiktól. Jelölje  $S$  a saját csoportbeli ismeretségek számának összegét,  $S_i$  az  $i$ -edik ember ( $1 \leq i \leq 2004$ ) saját csoportbeli ismeretségeinek számát,  $M$  a másik csoportbeli ismeretségek számának összegét, végül  $M_i$  az  $i$ -edik ember másik csoportbeli ismeretségeinek számát!

Az eljárás jellege miatt nyilvánvaló, hogy

$$(1) S_i \leq M_i \text{ minden } i\text{-re } (1 \leq i \leq 2004),$$

hiszen bármely tag saját csoportbeli ismeretségeinek száma nem lehet nagyobb, mint a másik csoportbeli ismeretségeinek száma, ellenkező esetben az eljárás során másik csoportba került volna.

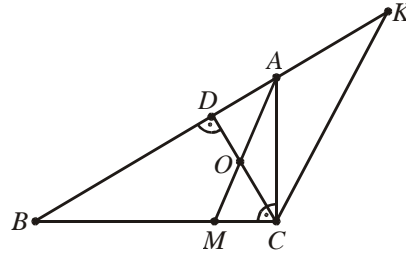
Ha összeadjuk a saját csoportbeli ismeretségeket és a csoportbeli ismeretségeket, akkor (1) alapján

$$(2) S_1 + S_2 + \dots + S_{2004} \leq M_1 + M_2 + \dots + M_{2004}.$$

Könnyen látható, hogy (2) bal oldalán  $S$  kétszerese, jobb oldalán  $M$  kétszerese áll, ebből  $S \leq M$  következik, ez pedig éppen a bizonyítandó állítás.

**7. feladat:** Az  $ABC$  derékszögű háromszögben a  $C$  csúsból az  $AB$  átfogóra rajzolt magasságvonal az  $AB$  átfogót a  $D$  pontban metszi. A  $CD$  szakasz felezőpontja  $O$ , az  $A$  pontot az  $O$ -val összekötő egyenesnek a  $BC$ -vel való közös pontja  $M$ . Mutassa meg, hogy  $\frac{CM}{MB} = \cos^2 \alpha$ , ahol  $\alpha$  a háromszög  $A$  csúcsánál levő belső szöget jelenti!

*Megoldás:* Jelöléseink az ábrán láthatók. Az ábrán párhuzamost húztunk a  $C$  ponton keresztül az  $AM$  szakasszal, ez az egyenes az  $AB$  egyenesét a  $K$  pontban metszette. A  $DO$  és  $CO$  szakaszok hosszának egyenlőségéből és  $AM$ , illetve  $CK$  párhuzamosságából következik, hogy  $AD = KA$ , mivel  $OA$  középvonala a  $DCK$  háromszögnek. Írjuk föl a párhuzamos szelők tételét az  $ABC$  háromszög  $B$  csúcsánál levő belső szögre: (1)  $\frac{CM}{MB} = \frac{KA}{AB}$ .



Mivel  $AD = KA$ , ezért (1) helyett írható, hogy (2)  $\frac{CM}{MB} = \frac{AD}{AB}$ .

A (2) összefüggés jobb oldalát az  $\frac{AB}{AB} = 1$  törttel szorozva, a jobb oldal értéke nem változik, azaz (3)  $\frac{CM}{MB} = \frac{AD \cdot AB}{AB^2}$ .

Az  $ABC$  háromszög  $AC$  befogójára felírt befogótétel szerint  $AC^2 = AD \cdot AB$ , és így (3)-ból  $\frac{CM}{MB} = \frac{AC^2}{AB^2}$  következik. Ugyanakkor az  $ABC$  háromszögben a  $BAC \sphericalangle = \alpha$  jelöléssel  $\cos \alpha = \frac{AC}{AB}$ , és így kapjuk, hogy  $\frac{CM}{MB} = \cos^2 \alpha$ , és éppen ezt akartuk bizonyítani.

*Megjegyzések:*

- Ha a feladatbeli  $O$  pontot a  $B$ -vel összekötő egyenes az  $AC$  szakaszt az  $N$  pontban metszi, akkor bizonyítható, hogy  $\frac{CM}{MB} + \frac{CN}{NA} = 1$ .
- A feladat egy változata (nem derékszögű háromszögre) 2007-ben, a Szegeden megrendezett Nemzetközi Magyar Matematikaversenyen kitűzésre került a 10. évfolyam 3. feladatáént.
- Az Erdős Pál Matematikai Tehetség gondozó Iskola szolnoki foglalkozásai egyikén a diákok megoldották a feladatnak azt a változatát, amelyben azon  $k$

és  $m$  pozitív egész számokat kerestük, melyekre  $\frac{CO}{OD} = \frac{k}{m}$  és  $\frac{CM}{MB} + \frac{CN}{NA} = \frac{2k+34}{m+53}$ . A megoldás része volt a  $34 \cdot 53 = 1802$  pozitív osztóinak keresése.

**8. feladat:** Az  $ABC$  háromszög  $AB$  oldalán úgy helyezkednek el a  $C_1$  és  $C_2$  pontok, a  $BC$  oldalán az  $A_1$  és  $A_2$  pontok, végül a  $CA$  oldalán a  $B_1$  és  $B_2$  pontok, hogy  $\frac{AC_1}{C_1B} = \frac{BA_1}{A_1C} = \frac{CB_1}{B_1A} = k$  és  $\frac{AC_2}{C_2B} = \frac{BA_2}{A_2C} = \frac{CB_2}{B_2A} = m$  egyszerre teljesül, ahol  $k$  és  $m$  különböző pozitív egész számok.

Legyen az  $A_1B_1C_1$  háromszög területe  $T_1$ , az  $A_2B_2C_2$  háromszög területe  $T_2$ , végül az  $ABC$  háromszög területe  $T$ . Lehetséges-e, hogy a  $T_1, T_2$  és  $T$  számok ebben a sorrendben egy számtani sorozat egymás után következő, szomszédos tagjai?

**Megoldás:** Jelöléseink az ábrán láthatók. Mivel

$AC_1 + C_1B = c$  és az  $\frac{AC_1}{C_1B} = k$  feltételből

$AC_1 = k \cdot C_1B$  következik, ezért  $AC_1 + \frac{AC_1}{k} = c$ .

Ebből adódik, hogy  $AC_1 = \frac{k}{k+1} \cdot c$ , illetve

$C_1B = \frac{1}{k+1} \cdot c$ . Hasonlóan kapjuk, hogy

$B_1A = \frac{1}{k+1} \cdot b$ . Ezért az  $AC_1B_1$  háromszög területére a szokásos jelölésekkel:

$T_{AC_1B_1} = \frac{k}{(k+1)^2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{2}$ . Ugyanakkor  $T_{ACB} = b \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{2}$ , ezért a  $T_{ACB} = T$

jelöléssel  $T_{AC_1B_1} = \frac{k}{(k+1)^2} \cdot T$ . Könnyen bizonyítható, hogy a  $BA_1C_1$  és  $CB_1A_1$  háromszögek területe ugyanennyi, ezért  $T_1 = T - 3 \cdot \frac{k}{(k+1)^2} \cdot T$ , azaz a műveletek el-

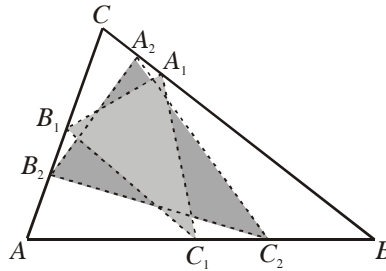
végzése és rendezés után  $T_1 = \frac{k^2 - k + 1}{(k+1)^2} \cdot T$ . Egyszerűen belátható, hogy a megadott

$\frac{AC_2}{C_2B} = \frac{BA_2}{A_2C} = \frac{CB_2}{B_2A} = m$  feltételek miatt az előzőhöz hasonlóan  $T_2 = \frac{m^2 - m + 1}{(m+1)^2} \cdot T$  is teljesül. Ha a  $T_1, T_2$  és  $T$  számok ebben a sorrendben egy számtani sorozat egymás

után következő szomszédos tagjai, akkor  $\frac{T_1 + T}{2} = T_2$ , azaz  $T_1 + T = 2T_2$ .

Ha ebbe beírjuk előző eredményeinket, akkor  $T \cdot \left[ \frac{k^2 - k + 1}{(k+1)^2} + 1 \right] = 2 \cdot \frac{m^2 - m + 1}{(m+1)^2} \cdot T$ ,

illetve egyszerűsítés után  $\frac{2k^2 + k + 2}{(k+1)^2} = \frac{2m^2 - 2m + 2}{(m+1)^2}$ . Az utóbbi kifejezés átalakít-



ható a következő módon:  $\frac{2 \cdot (k^2 + 2k + 1) - 3k}{(k+1)^2} = \frac{2 \cdot (m^2 + 2m + 1) - 6m}{(m+1)^2}$ .

Ebből  $\frac{-3k}{(k+1)^2} = \frac{-6m}{(m+1)^2}$ , illetve  $\frac{k}{(k+1)^2} = \frac{2m}{(m+1)^2}$  következik. A műveletek el-

végzése után kapjuk, hogy  $2mk^2 - k \cdot (m-1)^2 + 2m = 0$ . Ezt az egyenletet  $k$ -ban másodfokúnak tekintve és az  $m$  számot paraméterként kezelve a megoldó képlet alap-

ján  $k_{1,2} = \frac{(m-1)^2 \pm \sqrt{(m-1)^4 - 16m^2}}{4m}$ . A négyzetgyök alatti kifejezés szorzattá ala-

kítható, így  $k_{1,2} = \frac{(m-1)^2 \pm (m+1) \cdot \sqrt{m^2 - 6m + 1}}{4m}$ . Mivel  $k$  pozitív egész, ezért a

megoldó képletben a négyzetgyök alatti kifejezésnek egy egész szám négyzetével kell egyenlőnek lennie, azaz  $m^2 - 6m + 1 = n^2$ , ( $n \in \mathbb{Z}$ ). Az utóbbi összefüggés átala-  
kítható az  $m^2 - 6m + 9 - 8 = n^2$ , vagy  $(m-3)^2 - n^2 = 8$ , alakba, ahonnan a két tag  
négyzetének különbségére vonatkozó azonosság szerint adódik, hogy  
 $(m-3+n) \cdot (m-3-n) = 8$ . Látható, hogy ebben a két zárójeles kifejezés paritása  
azonos, mert az összegük páros. Ezért csak  $m-3+n=2$  és  $m-3-n=4$ , vagy  
 $m-3+n=-2$  és  $m-3-n=-4$  lehetséges (a jobb oldali számok más értékei ugya-  
nast az  $m$  számot adják). Az egyik egyenletből  $m=6$ , a másiktól  $m=0$  következik,  
de az ebből következő  $k$  számok egyike sem egész szám, ezért a feladatnak nincs  
megoldása, azaz  $T_1$ ;  $T_2$  és  $T$  számok ebben a sorrendben nem lehetnek egy számtani  
sorozat egymás után következő, szomszédos tagjai.

*Megjegyzés:* A  $T_1$ ;  $T_2$  és  $T$  számok más sorrendben sem lehetnek-e egy számtani so-  
rozat szomszédos tagjai, ahogy arról egyszerű számolással könnyen meggyőződ-  
hetünk.

**9. feladat:** Bizonyítsuk be, hogy 55 egymást követő egész szám négyzetének ösz-  
szege nem lehet négyzetszám!

*Megoldás:* Jelölje az 55 szám közül a középsőt  $x$ . Ekkor a feladatban szereplő  $S$   
összeg így néz ki:

$$S = (x-27)^2 + (x-26)^2 + \dots + (x+26)^2 + (x+27)^2 = 55x^2 + 2(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 27^2).$$

Felhasználjuk az első  $n$  négyzetszám összegére vonatkozó képletet, ha  $n=27$ . En-  
nek alapján  $S = 55x^2 + 2 \cdot \frac{27 \cdot 28 \cdot 55}{6} = 55(x^2 + 9 \cdot 28)$ . Az így kapott összefüggés sze-

rint  $S$  osztható 55-tel, azaz 5-tel és 11-gyel. Mindkettő prím, tehát amennyiben  $S$   
négyzetszám, akkor az 5 és 11 is páros kitevőn szerepel  $S$  prímtényező felbontásá-  
ban. Ezek szerint van olyan  $y$  egész szám, amelyre  $S = (5 \cdot 11)^2 y^2$ , és ekkor  
 $x^2 + 9 \cdot 28 = 55y^2$ .

A jobb oldal osztható 5-tel, tehát 0-ra, vagy 5-re végződik. A bal oldalon  $9 \cdot 28$   
utolsó jegye 2, viszont  $x^2$  utolsó jegye nem lehet sem 8, sem 3, így a két oldal nem  
lehet egyenlő, azaz  $S$  nem lehet négyzetszám.

Bíró Bálint

## ARANY DÁNIEL VERSENY

**Név:** Arany Dániel Matematikaverseny

**Szervező:** Bolyai János Matematikai Társulat

**Felelős személy:** Rákóczi Ildikó

**Résztvevők:** 9-10. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1947

**Fordulók száma:** három

**1. forduló (iskolai):** december első fele (mindig csütörtök)

**2. forduló (iskolai):** február második fele (mindig csütörtök)

**3. forduló (országos döntő):** április második fele (mindig csütörtök)

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 7950 fő

**2. forduló:** 650 fő

**3. forduló:** 226 fő

**Telefon:** 06-1/201-6974

**E-mail:** aranyd@renyi.hu

**Fax:** 06-1/201-6974

**Honlap:** <https://ad.bolyai.hu/ad>

### A verseny története, bemutatása

**A verseny névadója:** Arany Dániel (1863-1945) matematikatanár volt. Ő alapította a Középiskolai Matematikai Lapokat 1893. december 1-jén. A lap szerkesztését 1896-ban Rácz Lászlónak adta át. Nevét elsősorban erről a versenyről ismeri az egész ország. A verseny névadójának, Arany Dánielnek a sírja Budapesten (VIII. ker., Dohány u. 2.) az Astoriához közeli zsinagóga templomkertjében található. Jelenleg ez a verseny az 1977 óta Kalmár László (1905-1976) szegedi matematika professzor nevét viselő országos Kalmár László Matematika Verseny folytatásának tekinthető, a 9.-10. évfolyamos diákok legfontosabb és legnagyobb országos matematika versenye.

**A verseny története:** A II. világháború után 1947. jún. 14-én hirdették meg az Első Országos Középiskolai Matematika Versenyt kezdő és haladó csoportokban, amikor választhattak a résztvevők, hogy melyik csoportban indulnak, de a középiskolák utolsó két osztályos tanulói csak a haladó csoportban indulhattak. A verseny egyfordulós volt és mindkét csoportban három feladatot tűztek ki.

Ebből nőtt ki 1951-ben az Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny, amelyet a Bolyai Matematikai Társulat megbízásából a KöMaL Szerkesztősége rendezett meg.

Ekkortól a verseny kétfordulós volt, mindkét fordulóban három feladatot tűztek ki és az I. gimnazisták számára kiírt verseny azóta is a Kezdők elnevezés alatt szerepel. A Versenybizottság tagjai Hajós György, Kárteszi Ferenc egyetemi tanárok,



Lőrincz Pál, Neukomm Gyula tanulmányi felügyelők, Varga Tamás középiskolai tanár és Surányi János felelős szerkesztő, mint előadó voltak. Az első fordulóban közel 1500 versenyző adott be dolgozatot.

A későbbi években, az első fordulóban kitűzött feladatok száma többször változott 1966-70 között 15, 1971-73 között 12, 1974-92 között 8, 1993-2006 között 5 feladat szerepelt az első fordulóban). 1963-tól már két, 1966-tól már három kategóriában versenyeztek a 9. évfolyamos diákok. Az 2006-2007-es tanévtől a fordulók száma is háromra nőtt.

Jelenleg a versennyel kapcsolatos legfontosabb tudnivalók a következők:

A KEZDŐK csoportban versenyeznek a magyarországi középiskolákba járó, matematikából 9. évfolyamos tanulók. (A két tannyelvű és nyelvi nulladikos, 13 éves képzésben résztvevők 9. és 10. osztályos korukban az Arany Dániel KEZDŐK kategóriában indulhatnak.)

A KEZDŐK I. kategóriájában azok a szakközépiskolai és (nem speciális tantervű) gimnáziumi tanulók indulhatnak, akik legfeljebb heti 3 kötelező órában tanulnak matematikát.

A KEZDŐK II. kategóriájában azok a szakközépiskolai és (nem speciális tantervű) gimnáziumi tanulók indulhatnak, akik heti 3-nál több kötelező órában tanulnak matematikát.

A KEZDŐK III. kategóriájában azok a középiskolai tanulók indulhatnak, akik speciális tantervű osztályokban tanulnak matematikát.

A versenyek időtartama minden esetben 240 perc.

Az I. és II. kategória első és második-, illetve a III. kategória első fordulója „iskolai forduló”, vagyis a dolgozatokat minden versenyző saját iskolájában írja meg. A különböző fordulók feladatait a versenyportálról, a verseny napján, reggel 8.00 órától, a javítási útmutatókat 19.00 órától „pdf” formában tölthetik le a versenyfelelősök. A döntő (az I. és II. kategória harmadik-, illetve III. kategória második fordulójá) dolgozatait központilag írják meg a versenyzők.

A KEZDŐK I. és II. kategória első fordulójában, mindkét kategóriában ugyanazt a feladatsort írják meg a tanulók. A versenydolgozatokat az iskola matematikatanárai, a központi javítási útmutató segítségével kijavítják, a versenyzők eredményét rögzítik a portálon és a megadott ponthatárt elért versenyzőket jelentkeztek a következő fordulóra. A dolgozatokat a tanév végéig meg kell őrizni (szükség esetén a versenybizottság kérésére, rendelkezésre kell bocsátani).

A KEZDŐK I. és II. kategória második fordulójában részt vesz a megadott ponthatárt elért összes versenyző, akinek az előbbieket szerint iskolája felvezette eredményét és jelentkezett a második fordulóra. Nem vehet részt a második fordulóban az a tanuló, akinek eredménye nem került felvezetésre és nem jelentkezett a második fordulóra. A második forduló, ami a KEZDŐK III. kategóriájának első fordulója is iskolai, mindhárom kategóriában ugyanazt a feladatsort írják meg a tanulók. A versenydolgozatokat ismét az iskola matematikatanárai, a központi javítási útmutató segítségével javítják ki. A versenyzők eredményét a programba rögzítik és a megadott ponthatárt elért versenyzők dolgozatait postai úton a Bolyai János Matematikai Társulatba küldik. Az országos Versenybizottság (amelynek

tagjai középiskolai tanárok és egyetemi oktatók) a dolgozatok javítását egységesíti, és kijelöli a döntőbe jutó versenyzőket. Iskoláikat legkésőbb a döntő előtt egy héttel e-mailen értesíti, és a portálra kiteszi a továbbjutók adatait.

A döntőn a versenyzők kategóriájuknak megfelelő, különböző feladatsorokat kapnak. A dolgozatokat az országos Versenybizottság javítja. A döntő eredményéről az iskolákat a Bolyai Társulat értesíti.

A KEZDŐK I. és II. kategória I. fordulójában 4 feladat szerepel, mindegyik 6 pontos. A KEZDŐK I. és II. kategória 2. fordulójában és a KEZDŐK III. kategória I. fordulójában 5 feladat szerepel: két 6 pontos egy 8 pontos és egy 10 pontos.

A döntőben a három kategóriában különböző feladatok szerepelnek, mindegyik kategóriában három feladat.

A versenyen használható eszközök: A versenyzők minden fordulóban csak a szervező intézmény által lepecsételt papíron dolgozhatnak. Semmilyen elektronikus eszközt (zsebszámológépet, mobiltelefont) nem használhatnak, azokat a verseny helyszínére nem vihetik magukkal. Használhatnak viszont minden maguk által hozott írásos, nyomtatott anyagot (például szakkönyvek, tankönyvek, függvénytáblázatok) mindegyik fordulóban.

**Haladók kategóriájának versenysorozatáról:** Nem állapítható meg teljes biztonsággal, hogy melyik évben vált határozottan szét a két kategória. A Haladók versenyének jelenlegi formája, a verseny szerkezete körülbelül 25 éve lényegében változatlan. Kisebbségi változások, módosítások természetesen még az utóbbi években is voltak, de ezek inkább csak a versenykiírás finomítását jelentették.

A kezdők kategóriáját is figyelembe véve négy alapvető cél tűzhető ki:

1. A matematikából tehetséges tanulók felismerése, fejlesztése.
2. A versenyszellem erősítése, versenyzők nevelése.
3. Matematikusok, szakirányban képzett jó szakemberek képzésének előkészítése.
4. A matematikát kedvelő fiataloknak, a tárgy iránt érdeklődőknek valódi sikerélmény megszerzésének biztosítása, egyfajta esztétikai élmény nyújtása, gondolkodásra készítés.

A verseny alapvető céljainak globális megvalósulása esetén sincs biztosíték arra, hogy konkrét esetekben siker koronázza a versenyzők és felkészítőiknek erőfeszítését. Mégis elmondható, hogy a kezdők, majd a haladók versenyein eredményesen részt vevő tanulók legalább 80%-a részt vesz a matematikából rendezett OKTV versenyeken is.

Az utóbbi 20 év eredményeit tekintve – becslések szerint – szinte kizárólagosan a HALADÓK kategóriájában jól teljesítő tanulók voltak csak OKTV helyezettek.

E sorok írója – mint az Arany Dániel és az OKTV versenyek lebonyolításának aktív résztvevője – bátran állíthatja, hogy az említett versenyek a szakemberképzés szempontjából gyakorlatilag minőségbiztosítási funkciót is ellátnak. Ehhez kapcsolódóan érdekes és érdemes azt is megemlíteni, hogy jelenleg Magyarország elismert matematikusai – nevet nem említve, hogy senki se sértődjön meg – szinte valamennyien az Arany Dániel, majd később az OKTV versenyek élmezőnyébe tartoztak.

Az előző gondolathoz természetesen gyorsan hozzá kell fűznünk azt, hogy egy kiváló matematikusnak nem kell feltétlenül jó versenyzőnek is lenni.

A jelennel, illetve a közelmúlttal foglalkozva tekintsük most át a haladók kategóriája versenyének jelenlegi lebonyolítási rendszerét:

A „HALADÓK” versenyében az a Magyarországon tanuló diák indulhat, aki a matematikát 10. évfolyamos szinten tanulja.

Ezen belül:

I. kategóriában a mindenkori alapóraszám szerint tanuló fiatalok vehetnek részt (a 9. és 10. évfolyamra is vonatkozóan).

II. kategóriában azok a tanulók versenyezhetnek, akiknek az első két évfolyamon (9. és 10. évfolyam) az összesített óraszám meghaladja a megfelelő alapóraszámok összegét, de nem speciális matematika tanterv szerint tanulnak.

III. kategóriában a speciális matematika tanterv szerint tanulók vehetnek részt (akár 9., akár 10. évfolyamon tanultak speciális matematika tanterv szerint).

Jelenleg az első és második kategória első fordulójában 5 feladatot tűz ki a versenybizottság.

Az I. és II. kategória második fordulójában 4 feladat kerül kitűzésre, míg a III. kategóriában (az első két kategória 2. fordulójának időpontjában) 5 feladatot kell megoldani, hiszen ott ez az első forduló.

A döntő fordulóban, azonos időpontban, mindhárom kategóriában három feladat kerül kitűzésre. A mindenkori (aktuális) versenybizottság a HALADÓK kategóriájában mindegyik fordulóban minden egyes versenyfeladat pontértékét 7 pontban állapította meg az OKTV bizottságainak értékelésével összhangban.

Az egyes fordulók dolgozatainak értékelése pontozási (javítási) útmutató alapján történik. A fordulókból történő továbbjutást, és a helyezési sorrendet a teljes versenybizottság értékeli, állapítja meg.

## Válogatás a verseny feladataiból

### Kezdők versenye

**1. feladat:** Melyek azok a számok, melyek maguk is, négyzetük is, két egyenlő jegyre végződnek?

**2. feladat:** Egy egész számokból álló számsorozat minden tagja, a harmadiktól kezdve, az előző két tag összege. Bizonyítsuk be, hogy bizonyos tagtól kezdve a sorozat tagjai mind egyforma előjelűek.

**3. feladat:** Az  $ABC$  háromszög  $A$ -hoz tartozó súlyvonalának egy  $P$  pontját összekötve a  $B$  és  $C$  csúcsokkal, a kapott egyenesek a szemközti oldalakat  $B'$ ,  $C$ -ben metszik. Bizonyítsuk be, hogy  $BC \parallel B'C'$ !

### Haladók versenye

**1. feladat:** Hányféleképp írhatjuk fel az 1-6. számokat a dobókocka 6 lapjára?

**2. feladat:** Van-e az  $x$  változónak olyan negyedfokú, 5 tagból álló kifejezése, mely-

nek négyzete is 5 tagú? Határozzuk meg ezeket!

**3. feladat:** Bizonyítsuk be, hogy a pozitív  $a$  és  $b$  számok számtani és mértani közepének különbsége és  $\frac{(a-b)^2}{8a}$  és  $\frac{(a-b)^2}{8b}$  közé esik!

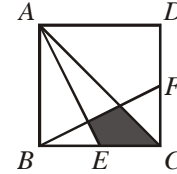
### Kezdők 2006-2007 tanévi összes feladata

#### I. forduló

**1. feladat:** Egy pozitív egész számot 4-gyel osztva 3, és 9-cel osztva 5 a maradék. Mennyi a maradék, ha a számot 36-tal elosztjuk?

**2. feladat:** Hány olyan legfeljebb 5 jegyű, 5-tel nem osztható természetes szám van, amelynek minden jegye prím?

**3. feladat:** Az  $ABCD$  négyzet oldalainak hossza 30 cm. A  $BC$  oldal felezőpontja  $E$ , a  $CD$  oldal felezőpontja  $F$ . Számítsa ki a besötétített rész területét!



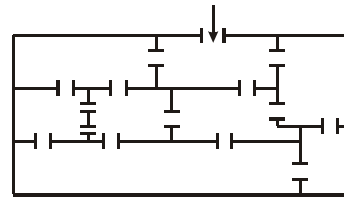
#### II. forduló

**1. feladat:** Hány olyan négyjegyű egész szám van a tízes számrendszerben, amelyben szerepel a 0 és az 1 számjegy is?

**2. feladat:** Melyek azok a nem negatív  $x$ ,  $y$ , és  $z$  egész számok, melyekre teljesül, hogy:  $(x+y+z)^2 + (x+y-z)^2 + (x-y+z)^2 = 40$ .

**3. feladat:** Egy szabályos ötszög kerülete 10 egység. Jelölje  $AT$  az egyik szimmetriatengelyének az ötszögbe eső szakaszát,  $R$  a köré írt és  $r$  a beleírt kör sugarának hosszát! Igazolja, hogy:  $\frac{1}{h} = R - r$ .

**4. feladat:** Egy király palota alaprajza látható az alábbi ábrán. Tíz évvel ezelőtt az ábrán feltüntetett ajtók egyikét befalazták, ezt a változtatást tehát az ábra nem tükrözi. Három éve a király minden reggel bemegy a palotába a nyíllal megjelölt bejáraton, majd úgy sétál a termek között, hogy minden ajtón pontosan egyszer menjen keresztül. Végül leül a trónteremben és fogadja látogatóit.



a) Melyik ajtót falazták be?

b) Melyik terem a trónterem?

**5. feladat:** Az  $ABCD$  konvex négyszöget  $AC$  átlójával felbontjuk két háromszögre. Bizonyítsa be, hogy ha az így keletkezett  $ABC$  és  $ADC$  háromszögek beírt körei érintik egymást, akkor az  $ABD$  és  $BCD$  háromszögek beírt körei is érintik egymást.

## III. forduló

## I. kategória

**1. feladat:** Egy háromszög oldalai cm-ben mérve egész számok. Egyik oldala 2007 cm, a másik kettő legfeljebb ekkora. Hány ilyen háromszög van?

**2. feladat:** Egy négyzetrácsot 11 vízszintes és 11 függőleges vonal határoz meg. A vonalak metszéspontjai közül kijelölünk 20 pontot és bármelyik kettőt szakasszal kötünk össze. Mutassa meg, hogy e szakaszok között van négy azonos hosszúságú!

**3. feladat:** Legyen  $A := x^{10} \cdot (y^5 - z^5) + y^{10} \cdot (z^5 - x^5) + z^{10} \cdot (x^5 - y^5)$ ! Igazolja, hogy ha  $x$ ,  $y$  és  $z$  11-gyel nem osztható pozitív egész számok, akkor  $|A|$  osztható 11-gyel!

## II. kategória

**1. feladat:** Ábrázolja azoknak a  $P(x; y)$  pontoknak a halmazát a síkon, amelyekre:  $|y| \leq 2 - x^2$  vagy  $|x| \leq 2 - y^2$  teljesül! Igazolja, hogy e ponthalmaz területe több, mint 9 területegység!

**2. feladat:** Egy négyzetrácsot 11 vízszintes és 11 függőleges vonal határoz meg. A vonalak metszéspontjai közül kijelölünk 20 pontot és bármelyik kettőt szakasszal kötünk össze. Mutassa meg, hogy e szakaszok között van négy azonos hosszúságú!

**3. feladat:** Egy síkbeli zárt törött vonal hossza 1 egység. Igazolja, hogy a törött vonal által határolt tartomány lefedhető egy  $\frac{1}{4}$  egység sugarú körrel!

## III. kategória

**1. feladat:** Jelöljük  $G(x)$ -szel egy tízes számrendszerben felírt pozitív egész  $x$  szám számjegyeinek összegét! Hány olyan  $1 \leq x \leq 2007$  pozitív egész szám van, melyhez létezik olyan  $y > x$  pozitív egész szám, hogy  $x + G(x) = y + G(y)$ ?

**2. feladat:** Definiáljuk az  $a_n (n \geq 0)$  sorozatot a következőképpen:  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = 1$  és  $n \geq 2$ -re  $a_n = 6a_{n-1} - a_{n-2}$ . Bizonyítsa be, hogy  $(3 - 2 \cdot \sqrt{2})^n \cdot a_{n+1} - (3 - 2 \cdot \sqrt{2})^{n+1} \cdot a_n = 1$  minden  $n \geq 0$ -ra!

**3. feladat:** Adott egy egységnyi területű szabályos háromszög belsejében két pont úgy, hogy ez a két pont és a háromszög három csúcsa együtt 5 olyan pontot ad, amelyek közül semelyik három nem esik egy egyenesre. Tekintsük azokat a háromszögeket, amelyek csúcsai az említett 5 pont közül valók és jelöljük ezen háromszögek területei közül a legkisebbet  $t_{\min}$ -nel! Mennyi  $t_{\min}$  lehetséges maximális értéke, és a két belső pont mely elhelyezkedése mellett érhető ez el?

Baróti György és Bartha Gábor

## V A R G A T A M Á S V E R S E N Y

**Név:** Varga Tamás Matematikaverseny

**Szervező:** Hétvezér Általános Iskola (Székesfehérvár)

**Felelős személy:** Nagyné Mészáros Beáta

**Résztvevők:** 7-8. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1988

**Fordulók száma:** három

**1. forduló (iskolai):** november közepe

**2. forduló (megyei):** január közepe

**3. forduló (országos döntő):** március vége

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 5000 Ft/iskola

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 12 369 fő

**2. forduló:** 1199 fő

**3. forduló:** 222 fő

**Telefon:** 06-22/504-358

**E-mail:** vargatamas@hetvezer-szfv.sulinet.hu

**Fax:** 06-22/504-359

**Honlap:** www.hetvezer-szfv.sulinet.hu

### A verseny története, bemutatása

1987-ben Reményi Gusztávné, az ELTE Trefort Utcai Gyakorló Gimnázium és Laczkó László a budapesti Fazekas Mihály Gimnázium vezetőtanárai javasolták a BJMT oktatási bizottságában, hogy a Társulat szervezzon és rendezzen – a középiskolások versenyeztetéséhez hasonlóan – az általános iskolák felső tagozatos tanulói számára többfordulós matematikaversenyt. A gondolatot a Társulat felkarolta, és Szabados Józsefné főtitkárhelyettes, az akkor még Országos Pedagógiai Intézet szakelőadójával, Lajos Józsefnevel együtt szívós, kitartó erőfeszítéssel megszerezték a Művelődési és Közoktatásügyi Minisztérium akkor még nagyvonalú, mára viszont gyakorlatilag lenullázódott anyagi támogatását. A felsorolt személyek és intézmények gondos előkészítést követően, a megyei szaktanácsadói hálózat egyetértő támogatásával és segítségével 1988-ban útjára indították az ez évben még kísérleti jellegű, de az 1990/91. tanévtől kezdődően már a magyar matematikaoktatást megújító Varga Tamás nevet viselő matematikai versenyt. Az első öt évben kikristályosodott a versenyeztetés rendje, megjelenvén a 6 illetve 8 osztályos középiskolák, helyenként speciális tagozatokkal, s ez utóbbiak miatt már osztályonként két kategóriában versenyeznek a tanulók. Hatodik éve a Varga Tamás Matematika-verseny szervezője és rendezője a székesfehérvári Hétvezér Általános Iskola.

Az országos verseny háromfordulós: az első (iskolai) fordulóban, melyet az október/november hónapban bonyolítanak le, a 7. és 8. osztályt járók versenyeznek matematika óraszámuktól függetlenül. A második (megyei-fővárosi) fordulóba a

legalább 50%-os teljesítményt elérőket januárban hívják meg, de már két kategóriában, attól függően, hogy a matematika óraszám meghaladja a heti 4 órát vagy sem. A harmadik (országos döntő) fordulót március/áprilisban rendezik ugyancsak 2-2 kategóriában, a magasabb óraszámúak létszáma kategóriánként max. 50-50, míg a kisebb óraszámúaktól kb. 100-100 versenyző küzd az első három helyezettnek járó díjakért, meg a további helyezésekért.

A Varga Tamás Matematikaversenyre az iskolák nevezési díjjal indítják tanulóikat, a nevezési lap postai úton történő, a versenyt szervező intézmény címére küldésével. A verseny feladatait a Társulat tagjaiból álló versenybizottság (Deli Lajos, Kosztolányi József, Pogács Ferenc, Rohovszky Rudolf, Siposné Tóth Krisztina) állítja össze, és tűzi ki. Ez a bizottság javítja a döntő feladataira adott megoldásokat, és állapítja meg a versenyzők végső sorrendjét. A versenybizottság törekszik – ha nem is mindig sikerrel – az iskolai tananyagra támaszkodó, azt minél szélesebben felölelő olyan feladatok kiválasztására is, amelyek túlmutatnak a kötelező iskolai gyakorló feladatokon. E válogatási elv főszerepet kap a harmadik fordulóra kitzűzött feladatokban.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Van 10 állításunk:

- |                           |                            |
|---------------------------|----------------------------|
| 1. „A 2. állítás hamis.”  | 6. „A 7. állítás hamis.”   |
| 2. „A 3. állítás hamis.”  | 7. „A 8. állítás hamis.”   |
| 3. „A 4. állítás hamis.”  | 8. „A 9. állítás hamis.”   |
| 4. „Az 5. állítás hamis.” | 9. „A 10. állítás hamis.”  |
| 5. „A 6. állítás hamis.”  | 10. „Az 1. állítás hamis.” |

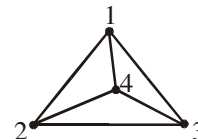
Hány igaz és hány hamis állítás van a felsoroltak között?

**Megoldás:** Tegyük fel, hogy az 1. állítás, tehát a „2. állítás hamis” kijelentés igaz. Ekkor a 3., 5., 7. és 9. állítások is igazak, a többi hamis. Ha viszont az 1. állítás hamis, akkor a 2., 4., 6., 8. és 10. állítások igazak, a többiek hamisak. Így a 10 állításból 5 igaz és 5 hamis van, bármi legyen is az 1. állítás logikai értéke. Ellentmondásra nem jutottunk egyik lehetőség esetén sem.

**Megjegyzés:** Bármelyik állítás igaz vagy hamis voltából is elindulhatunk, nincs ki-tüntetett szerepük, az azonos paritású sorszámú kijelentések logikai értéke megegyezik.

**2. feladat:** Nagymama a hét végére mindig meghívja a 4 unokáját. Közülük, akinek kedve van, nála töltheti a hétvégét. Ha egyikük sem jön, akkor nagyon bánatos, ha csak egy, akkor bánatos, ha kettő akkor szomorkás a nagymama. Ha három unokáját látja vendégül, akkor vidám, de a legvidámabb akkor, ha mindnyájan nála vannak. Az unokák összesen hány különböző esetben idézhetik elő a nagymama fenti hangulatait?

**Megoldás:** Ha mind a négy unoka vagy egyikük sem tölti a nagymamával a hétvégét, az 1-1 esetben fordul elő. Egy unoka vagy három 4-4-féleképpen töltheti nagyanyjánál az időt. Két



unoka 6-féleképpen választható ki, összesen tehát 15-féle hétvége lehetséges az unokákkal (vagy nélkülük). A fenti kijelentések igazát az ábra illusztrálja. Az unokáknak 1-1 pontot feleltetünk meg, ha két unoka a nagymamához ment, akkor e relációt a két unokát ábrázoló pontnak egy szakasszal való összekötésével ábrázoljuk.

*Megjegyzés:* A feladat arra keres választ, hogy egy négyelemű halmaznak összesen hány (valódi vagy nem valódi) részhalmaza van. Nem nehéz belátni, hogy egy  $n$ -elemű halmaznak összesen  $2^n$  részhalmaza van.

**3. feladat:** Egy 52 lapos francia kártyát összekevertünk, és 30 lapot egy oszlopban kiraktunk az asztalra. Mennyi a különbség a 30 lap között található fekete kártyák, és a maradék 22-ben lévő piros kártyák száma között? (A francia kártya 52 lapja közül 26 piros, 26 fekete.)

*1. megoldás:* Ha a 30 lapos kupacban van az összes piros és négy fekete, akkor a másik kupac 22 feketéből áll. Így a keresett különbség 4. Vegyünk most ki a 22 lapos oszlopból egy fekete, a 30 laposból egy piros lapot! A feketék és pirosak különbsége nem változott. A két lapot fordítva visszatéve a különbség továbbra is 4 lesz. A cserét addig ismétljük, amíg a 22 lapos kupac csak pirosokból áll. Így minden esethez eljutunk, a különbség pedig végig állandó lesz. A helyes válasz a 4.

*2. megoldás:* Jelöljük  $f$ -fel a 30 lapos oszlopban található fekete kártyák számát! Ebben a kupacban  $(30-f)$  darab piros van, ezért a másik kupac  $26-(30-f)=f-4$  pirosat tartalmaz. A különbség a feketék és a pirosak között  $f-(f-4)=4$ .

**4. feladat:** Egy dobozban tíz számkártya volt, az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 számokkal. Ági, Béla, Cili, Dani és Elek egymás után 2-2 kártyát húzott. Danit kivéve a többiek elárulták az általuk húzott számok összegét: Ági 5-öt, Béla 12-t, Cili 10-et, Elek 12-t mondott. Melyik számokat húzta Dani?

*Megoldás:* A tíz szám összege 55, ezért Dani kártyáin a számok összege  $55-(5+12+10+12)=16$  volt. Így Dani csak a 10-es és a 6-os, vagy a 9-es és a 7-es kártyákat húzhatta. Ha Dani 10+6-ot húzott, akkor Béla és Elek kártyáin  $9+3$ ,  $8+4$  vagy  $7+5$  állt. Az Áginál lévő számok összege 5, ez csak  $1+4$  vagy  $2+3$  lehet. Ha eddig jól osztottuk ki a lapokat, akkor a Cilinél lévő számok összege biztosan 10. Így több esetben is kapunk megoldást.

| Ági    | Béla   | Dani    | Elek   | Cili   |
|--------|--------|---------|--------|--------|
| (1; 4) | (3; 9) | (6; 10) | (5; 7) | (2; 8) |
| (1; 4) | (5; 7) | (6; 10) | (3; 9) | (2; 8) |
| (2; 3) | (4; 8) | (6; 10) | (5; 7) | (1; 9) |
| (2; 3) | (5; 7) | (6; 10) | (4; 8) | (1; 9) |

Ha Dani kártyáin 7 és 9 szerepelt, akkor Béla és Elek csak  $10+2$ -t, illetve  $8+4$ -et húzhatott. Ekkor Áginak nem juthatott sem  $1+4$ , sem  $2+3$ , másként viszont nem lehet 5 a kártyáin lévő számok összege. Tehát ez az eset nem lehetséges. Azaz Dani biztosan a 6-os és a 10-es kártyát húzta.



**5. feladat:** Igazoljuk, hogy bármely hét egész szám között van négy, amelyek összege osztható négygyel!

*1. megoldás:* Legyen a hét egész:  $a, b, c, d, e, f, g$ . Bármely három szám között van kettő, amelyek összege páros. Az  $a, b, c$  hármából legyen ez az  $a+b$ , a  $d, e, f$  hármából legyen ez a  $d+e$ , míg a  $c, f, g$  hármából legyen ez a  $c+f$ . Következésképpen  $\frac{a+b}{2} + \frac{d+e}{2} + \frac{c+f}{2}$  is egészek. Ennélfogva ezek között is van kettő, melyek összege páros. Legyen ez az  $\frac{a+b}{2} + \frac{d+e}{2}$ , azaz 4 osztója  $a+b+c+d$  összegnek.

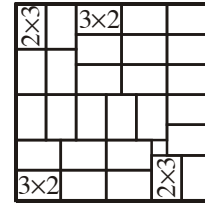
*Megjegyzés:* nehéz gondolat, inkább a maradékokkal próbálkoztak a versenyzők.

*2. megoldás:* Az egész számok 4-es maradéka 0, 1, 2 vagy 3. Hét egész között van két azonos maradékú, melyek összege páros, tehát  $4k+2$  alakú. A maradék öt egészből ismét kiválasztható két azonos maradékú, melyek összege páros, azaz  $4m$  vagy  $4m+2$  alakú. A még adódó 3 egész között van két azonos paritású, és ezek összege ismét  $4u$  vagy  $4u+2$  alakú. A fenti három párból viszont adódik két azonos alakú, melyek összege 4-nek többszöröse.

*Megjegyzés:* a feladatsor nehéznek bizonyult, ám a tehetséges versenyzőket kiemelte.

**6. feladat:** Egy  $13 \times 13$ -as "sakktáblára" felállítottunk 55 bábut (minden bábu pontosan egy mezőt foglal el). Igazoljuk, hogy található a táblán olyan  $2 \times 3$ -as, vagy  $3 \times 2$ -es (6 teljes mezőt tartalmazó) téglalap, amelyiken nem áll egynél több bábu!

*Megoldás:* A 28 darab ábra szerinti feldarabolással nyert  $2 \times 3$ -as, illetve  $3 \times 2$ -es téglala mindegyike, ha legalább 2 bábut hordozna, úgy az 56-nál nem kevesebb bábut jelentene, ami ellentmond az 55-nek. Így van oly  $2 \times 3$ -as, mely egynél több bábut nem hordoz.



**7. feladat:** A bíróságon András, Béla és Csaba ugyanazokra a kérdésekre válaszoltak, s mindegyikre igennel, vagy nemmel. Azokra a kérdésekre, amelyekre Béla és Csaba igennel válaszolt, András is igent mondott; amelyekre András igent mondott, azokra Béla is, és amelyekre Béla igent mondott, azokra igent mondott András és Csaba közül legalább az egyik is.

Bizonyítsuk be, András és Béla minden kérdésre ugyanazt válaszolta!

*Megoldás:* Ha lenne olyan kérdés, amelyre András és Béla különböző választ adtak volna, akkor András nemet kellett mondjon, különben András igenjére a feltétel miatt Béla is igent mondott volna. Így András és Csaba közül Csaba igent kellett mondjon. Béla és Csaba igenje miatt András is ezt mondta, ami ellentmond indirekt feltevésünknek, ezért ennek ellenkezője igaz.

Nagyné Mészáros Beáta

## Z R Í N Y I V E R S E N Y

**Név:** Zrínyi Ilona Matematikaverseny

**Szervező:** Matematikában Tehetséges Gyermekéért Alapítvány (Kecskemét)

**Felelős személy:** Csordás Mihály

**Résztvevők:** 3-8. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos (és határon túli magyarok)

**Forma:** egyéni, feleletválasztós teszt (iskolai 3 fős csapat és iskolák értékelésével)

**Az első verseny rendezésének éve:** 1990

**Fordulók száma:** kettő

**1. forduló (megyei, területi):** február utolsó előtti péntek

**2. forduló (országos döntő):** tavaszi szünet előtti napok

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 1000 Ft/fő (határon túliaknak 300 Ft/fő)

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 52563 fő

**2. forduló:** 435 fő

**Telefon:** 06-76/483-047

**E-mail:** [mategye@mail.datanet.hu](mailto:mategye@mail.datanet.hu)

**Fax:** 06-76/483-047

**Honlap:** [www.mategye.hu](http://www.mategye.hu)

### A verseny története, bemutatása

**A verseny története:** Az 1989/90-es tanévben Háriné Kun Éva javaslatára a kecskeméti Zrínyi Ilona Általános Iskola matematikai munkaközösségének három tagja (Csordás Mihály, Gálné Szalontai Mária és Háriné Kun Éva) elhatározták, hogy mindegyikük rendez az iskola tanulóinak egy-egy matematikaversenyt. Ekkor Csordás Mihály javasolta, hogy az általa szervezett versenyt városi szinten 3-8. osztályos tanulóknak rendezzék meg, és a verseny formája feleletválasztós teszt legyen. A hagyományos versenyektől eltérő forma nagy sikert aratott a tanulók körében. Ez arra buzdította a szervezőket (Csepcsányi Éva, Csordás Mihály, Gálné Szalontai Mária, Háriné Kun Éva, Kis Éva Julianna, Koleszár Edit, Nagy Tibor, Orosházi Márta és Váradi Katalin), hogy a következő évben az egész megyében, majd 1992-től országos szinten rendezzék meg a versenyt. 1993-ban az ország minden megyéje, 1994-ben Budapest minden kerülete bekapcsolódott a versenybe. 1995-ben először vettek részt a versenyen a határainkon túl élő magyar gyerekek Erdélyből, Kárpátaljáról és Szlovákiából. Az egész verseny szervezeti formája 1995-től megváltozott, az addigi megyei szervezést egy központi országos szervezés váltotta fel. Ennek lényege, hogy az addigi megyénként eltérő szervezés egységgé vált. Ettől kezdve az addigi kézi javítást szkenneres javítás váltotta fel. 1997-től az országos döntő idején a versenyzőket a Matekergő nevű újság tájékoztatja a legfontosabb eseményekről. A 2005. évi verseny óta a feladatok javítása, az adatfeldolgozás az Alapítvány saját tulajdonú szkennerevel (a T-Mobile Magyarország adta támogatásként) és feldolgozó programjával (Cardinal Kft.) történik. Ez még pontosabb és gyorsabb feldolgozást tesz lehetővé. 2007-től bevezettük az interne-

ten történő nevezést. 2008-tól megkezdődött a Zrínyi és Gordiusz versenyek fokozatos összevonása. Az évek során kialakult a verseny végleges formája, sajátos arculata.

**A verseny lebonyolítása:** Az 1. forduló kiírása az interneten jelenik meg szeptemberben. A nevezést az iskolák szintén interneten tehetik meg november végéig. Január végére számítógéppel elkészülnek a verseny lebonyolításához szükséges dokumentumok (tanulók ülésrendje, kódlap, feladatlapok). Február elején történik a verseny anyagainak, az 1. forduló díjainak kiszállítása a megyei szervezőkhöz. Februárban az utolsó előtti pénteken kerül sor az 1. forduló lebonyolítására megyénként a szervezők által felkért 10-15 iskolában. Pénteken délután és az éjszaka folyamán személyautókkal történik a kódlapok begyűjtése. Az első kódlapok beérkezése után már este elkezdődik a szkenneres feldolgozás (két nagyteljesítményű szkennер segítségével). Ezt a munkát az alapítvány munkatársai 10 felnőtt, 10 középiskolás diák és 30 általános iskolás diák segítségével végézik. A szkennelés szombatn késő este fejeződik be. Az éjszaka folyamán egy programozó matematikus átrakja az adatokat a feldolgozó programba, és ellenőrzéseket végez a feldolgozott adatokban. Vasárnap az alapítvány dolgozói az eredmények ellenőrzését végézik. (Hiányzó kódlapok keresése, dupla nevű tanulók kiszűrése, stb.) Vasárnap késő este kerülnek fel a pontszámok az internetre. Itt mindenki megnézheti a saját pontszámait, megoldásait, és szerdán 14 óráig reklamálhat ezzel kapcsolatban. A határidő lejárta után az eredmények véglegesek, elkezdődik a megyei eredményhirdetéshez szükséges anyagok elkészítése. Az oklevelek névre szóló nyomtatása, a megyei forgatókönyvek elkészítése (két éve ezt is számítógépes program készíti), holtversenyeken lévő díjak előkészítése, országos döntő meghívóinak nyomtatása, stb. A hét végén az elkészített anyagok gyorspostával kerülnek a megyei szervezőkhöz. A versenyt követő második és harmadik héten minden megyében megtörténik az ünnepélyes eredményhirdetés. A megyei eredményhirdetés után az eredmények azonnal láthatóak az interneten.

**Országos döntő:** A három napos, Kecskeméten (2007-ben Veszprémben és 2010-ben Székesfehérváron) megrendezett országos döntőt gazdag szabadidős programok egészítik ki. Ezeken a döntőbe jutott 430-450 tanuló és hivatalos kísérőik természetesen ingyenesen vehetnek részt. A döntő első napon megnyitóval és színházi előadással kezdődik. Másnap délelőtt kerül sor a versenyre, majd a feladatok közös megoldására. Délután szabadidős programok (Csodák palotája előadás, robotok programozása előadás, múzeumok látogatása szerepel), este közös szórakozás és játék. A harmadik nap délelőttjén van az ünnepélyes eredményhirdetés.

A verseny – a kezdeti idegenkedést leküzdve – szakmai körökben is egyre elismertebb lett. Az 1995/96 tanévtől kezdve több éven át a MOZAIK módszertani napok keretében Csordás Mihály és Nagy Tibor az ország különböző városaiban (Budapest, Győr, Miskolc, Pécs, Szeged, Székesfehérvár és Szombathely) előadást tartottak a verseny tanulságairól. Az 1995. évi békéscsabai és a 2005. évi salgótarjáni Rátz László vándorgyűlésen Csordás Mihály feladatmegoldó szemináriumot tartott a verseny feladataiból. A 2009. évi veszprémi Rátz László Vándorgyűlésen Csordás Mihály és Csordás Péter tartottak előadást a verseny szervezeti formájáról

és a verseny feladatainak megoldása során előforduló tipikus gondolkodási hibákról. Azóta is egyre többször jelennek meg cikkek szakmai folyóiratokban, amelyek a verseny feladataival, tanulságaival foglalkoznak. Több főiskolai, egyetemi végzős diák szakdolgozatának volt már témája a Zrínyi Ilona Matematikaverseny.

A verseny elindulásakor a szervezőkben megfogalmazódott, hogy sokféleképpen lehet valamit csinálni, de csak jól érdemes. A verseny mindenkori szervezőit ez az igényes munkára való törekvés mind a mai napig jellemzi. Ez tette lehetővé, hogy az egész rendezvény kicsit a matematika ünnepévé vált, s Kecskemét a legnépesebb magyarországi matematikaverseny központja lett.

Egy versenyt mindig a résztvevők véleménye jellemez a legjobban. A XX. versenyre egy kis kiadványt készítettek a verseny megyei szervezői. Ebbe összegyűjtötték a régi résztvevők emlékeit a Zrínyi versenyről. Ezek közül álljon itt Szőke Nóra írása.

*„Harmadikoként jutottam be először a Zrínyi Ilona Matematikaverseny országos döntőjébe. Ekkor még egy kis helyi iskolába jártam a negyedik kerületben, én voltam a suliból az egyetlen továbbjutó. A harmadikos döntőből a legélénkebben a díjkiosztóra emlékszem. Valahol elől ültem egy padon, pont előttem sétáltak el a díjazottak. Néztem az örömeiket, a magabiztosságukat, leginkább a taps és a fények tetszettek meg. Akkor fogadtam meg, hogy fogok én még Zrínyit nyerni.*

*Negyedikben nem is voltam döntős, ötödikben, hatodikban már igen: és csak 1-2 hellyel csúsztam le a dobogóról. Hetedikről kezdve a budapesti Fazekas matektagozatára járok. Az utolsó két évben is bejutottam a Zrínyi döntőre, a nyolcadikos a legemlékezetesebb. Még akkor is csak a harmadikos fogadalmam járt a fejemben, ez volt az utolsó lehetőségem. És megnyertem.*

*Azóta ez a kedvenc matekversenyem, egy valóra vált álmot jelent számomra. Azt hiszem, a Zrínyinél jobb módja nem is lehet annak, hogy megszeretessük a matekot a kicsikkel, én is harmadikos koromban szerettem bele ebbe a csodálatos világba.”*

**A feladatsorok:** Minden évfolyam feladatsorát egy gyakorló pedagógus állítja össze. Az utóbbi években a 3. osztályos feladatsort Pap-Szigetiné Németh Anikó, a 4. osztályost Koleszár Edit, az 5. osztályost Csordás Péter, a 6. osztályost Nagy Tibor, a 7. osztályost Szabó István és a 8. osztályost Csordás Mihály készíti. A feladatsorok összeállítói szeptemberre olyan feladatokat keresnek, amelyeket több évfolyam feladatsorában is szerepelhetnek. Ezek közül és a Mategye Alapítvány által kiírt pályázatra érkező feladatokból kiválogatásra kerülnek a feladatsorokban szereplő közös és hasonló feladatok. Ezután mindenki elkészíti a saját feladatsorát. Ez először egy belső lektoráláson megy át (mindegyik feladatsort három másik készítő nézi át és javítja), majd két külső lektor véleményezi a feladatsorokat. Ezután készülnek el a végleges változatok.

Az alapítvány a feladatsor összeállításáért járó összeg nagyobb részének kifizetését feltételek teljesítéséhez köti. Ilyenek például a következők: a megyei feladatsor első ötödének megoldási átlaga 80% feletti, a hibátlan megoldók száma 1 és 5 közötti, az országos döntőbe jutás ponthatára az elérhető maximális pontszám 80-90%-a, a döntő győztesének eredménye 90% feletti legyen, a díjazott helyeken ne legyen holtverseny, stb. Ez a rendszer garantálja a jó feladatsorok előállítását.

A feladatsorokban az egészen egyszerű és a nagyon bonyolult feladatok is helyt kapnak. A következőkben megoldás nélkül közlünk 8 egyszerű, majd megoldással együtt 6 nehezebb feladatot.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Két szám összege és különbsége is 1999. Mennyi a két szám szorzata?

- (A) 0            (B) 1998            (C) 1999            (D) 2000  
(E) Ezekből az adatokból nem lehet meghatározni.

**2. feladat:** Egy 5 m hosszú mérőszalag elejéről leszakadt egy darab. Ezzel a szalaggal a távolugróversenyen úgy mérték az ugrások hosszát, hogy a mérőszalag 20 cm-es beosztását illesztették az elugrási ponthoz. Így a szalag 360 cm-es beosztása jelezte, hogy Peti meddig ugrott. Hány centiméter hosszú volt Peti ugrása?

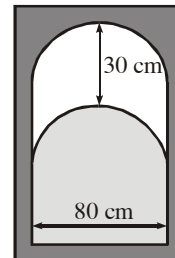
- (A) 340            (B) 350            (C) 370            (D) 380            (E) 480

**3. feladat:** Egy játék megvásárlásához Daninak 51, Dóranak pedig 1 forintja hiányzott. Pénzüket összeadták, de az így sem lett elegendő a játék megvásárlásához. Hány forintba került a játék, ha mindkét gyereknek egész számú forintja volt?

- (A) 50            (B) 51            (C) 52            (D) 53  
(E) Ezekből az adatokból nem lehet meghatározni.

**4. feladat:** Egy nem átlátszó üvegből készült ablak 80 cm széles téglalaplából és egy félkörből áll. Az ablakot az ábrán látható módon 30 cm-rel lehúztuk. Hány négyzetcentiméter területen látunk ki a lehúzás után?

- (A) 1200            (B)  $450\pi$             (C) 2000            (D) 2400  
(E) Ezekből az adatokból nem lehet meghatározni.



**5. feladat:** Annához és öccséhez vendégek érkeztek. Miután minden vendég elment, Anna nagymamájuknak azt telefonálta, hogy „hatnál több vendég volt nálunk”, az öccse pedig azt, hogy „ötnél több vendég volt nálunk”. Hány vendég volt Annáéknál, ha a két gyerek állítása közül csak az egyik igaz?

- (A) 4            (B) 5            (C) 6            (D) 7  
(E) Ezekből az adatokból nem lehet meghatározni.

**6. feladat:** A Zrínyi Ilona Matematikaverseny országos döntőjén 70 nyolcadik osztályos tanuló vett részt. A döntő előtt mindegyikük megtippelte, hogy hányadik lesz a versenyen. Pesszimista Pista azt tippelte, hogy ő lesz az utolsó. Az eredményhirdetésen kiderült, hogy nem volt holtverseny (minden versenyző különböző helyezést ért el), és Pista kivételével mindenki rosszabb helyen végzett, mint amit tippelt. Hányadik lett a versenyen Pesszimista Pista?

- (A) 1.            (B) 68.            (C) 69.            (D) 70.  
(E) Ezekből az adatokból nem lehet meghatározni.

**7. feladat:** Rovásírással leírva ORSI nevét a  $\uparrow\wedge\text{H}\text{O}$  jelsorozatot kapjuk. Melyik jelsorozat jelentheti ÁGNES nevét? (A rovásírást jobbról balra kell olvasni, és egy betűnek pontosan egy jel felel meg.)

- (A)  $\wedge\text{H}\text{O}\wedge\text{S}$                       (B)  $\wedge\text{H}\text{O}\uparrow\wedge\text{S}$                       (C)  $\uparrow\wedge\text{H}\text{O}\wedge\text{S}$   
 (D)  $\text{H}\text{O}\wedge\text{S}\wedge$                       (E)  $\wedge\text{H}\text{O}\wedge\text{S}\uparrow$

**8. feladat:** Gyerekek kerekas versenyt rendeztek. E versenyen Bence, Csenge, Emese, Endre s Ferenc kerekezett. Verseny fele: ezen helyen Csenge kereke belement Ferencbe, s elestek. Ezzel Csenge s Ferenc e versenyt befejezte. Verseny nyertese Endre sem lehetett, mert kereke leeresztett. Versenyt befejezve Emese keze nem emelkedett egekbe, mert nem lett e versenynek nyertese. Mely gyerek lett e kerekas verseny nyertese?

- (A) Bence      (B) Csenge      (C) Emese      (D) Endre      (E) Ferenc

**9. feladat:** Hány lába van összesen egy tyúknak, hat kutyának és hét palpigradinak? (A palpigradi egy állat latin neve.)

- (A) 46      (B) 52      (C) 66      (D) 78      (E) 82

**Megoldás:** Egy tyúknak és hat kutyának összesen  $1 \cdot 2 + 6 \cdot 4 = 26$  lába van. Ha az összes lábak számából kivonjuk a 26-ot, akkor megkapjuk a 7 palpigradi lábainak számát. Ennek a számnak oszthatónak kell lenni 7-tel. A felsorolt válaszok közül ez csak a 82-re igaz, ezért egy tyúknak, hat kutyának és hét palpigradinak összesen 82 lába van.

**10. feladat:** Az asztalitenisz-világbajnokságon 1992 versenyző indult. A versenyt kieséses rendszerben szervezték meg. Ez azt jelenti, hogy a versenyzőket párba sorsolták, a győztes továbbjutott, a vesztes kiesett. A következő fordulóban újra párokba sorsolták a továbbjutókat egészen a végső győztes, a világbajnok kiválasztásáig. Akinek valamelyik fordulóban nem jutott ellenfél, az játék nélkül továbbjutott. Hány mérkőzésre került sor a világbajnokságon?

- (A) 996      (B) 1494      (C) 1991      (D) 1992      (E) 3984

**Megoldás:** Az asztalitenisz-világbajnokságot kieséses rendszerben szervezték, ezért minden lejátszott mérkőzéshez pontosan egy játékost (a mérkőzés vesztesét) lehet hozzárendelni. Mivel a győztes kivételével minden játékos egy játszmában veszített, ezért a lejátszott mérkőzések száma  $1992 - 1 = 1991$ .

**11. feladat:** Hány megoldása van a  $19x + 95y = 1996$  egyenletnek, ha  $x$  és  $y$  egész számok?

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) végtelen sok

**Megoldás:**  $19x + 95y = 1996$  egyenlet bal oldala osztható 19-cel, a jobb oldala pedig nem, ezért az egyenletnek nincs megoldása az egész számok között.

**12. feladat:** Egy kétfordulós vetélkedőn öt gyerek vett részt: András, Béla, Csaba, Dani és Elemér. A vetélkedő során mindegyik gyerek egy álnevet használt. Az öt álnév: Hapci, Morgó, Szende, Szundi és Tudor. A vetélkedő első fordulójában

Hapci 54, Morgó 56, Szende 45, Szundi 48 és Tudor 62 pontot szerzett. A második fordulóban minden jó válasza – a feladat nehézségétől függően – 10; 15 vagy 20 pontot kaptak a gyerekek, de minden rossz válasz után levontak tőlük 5 pontot. A vetélkedőt végül Csaba nyerte 153 ponttal. Mi volt Csaba álneve a vetélkedő során?

- (A) Hapci (B) Morgó (C) Szende (D) Szundi (E) Tudor

**Megoldás:** Az első forduló után minden résztvevőnek a pontszáma 5 többszörösével változik, így az első és második forduló után Csaba pontszáma 5-tel osztva ugyanazt a maradékot adja. Mivel a végén Csaba pontszáma 153, és ennek 5-tel való osztási maradéka 3, ezért az első forduló utáni pontszámok körül csak a 48 megfelelő, a többi pontszám 5-tel való osztási maradéka nem 3. Csaba álneve a vetélkedő során tehát Szundi.

**13. feladat:** Legkevesebb hányszor kellene egy hatalmas méretű, téglalap alakú papírlapot félbehajtani, hogy az így kapott hajtogatott papír elérjen a Földtől a Holdig, ha a papírlap vastagsága 0,1 mm és a Föld Hold távolsága 384 400 km? (A hajtogatás a valóságban nem végezhető el.)

- (A) 42 (B) 420 (C) 4200 (D) 42 000 (E) 420 000

**Megoldás:** A papírlap vastagsága minden hajtás után kétszeresére növekszik és  $2^{10} = 1024 \approx 1000$ , ezért minden 10 hajtás után a lap vastagsága kb. 1000-szeresére nő. (Mivel az eredmények nagyságrendben különböznek egymástól, ezért a számítás során kerekíthetünk.) Így a 10. hajtás után 0,1 m, a 20. hajtás után 0,1 km, a 30. hajtás után 100 km, a 40. hajtás után 100 000 km lesz a papírlap vastagsága. Újabb 2 hajtás után kb. 400 000 km a papírlap vastagsága. Mivel a Föld Hold távolsága 384 000 km, ezért a téglalap alakú papírlapot legkevesebb 42-szer kell félbehajtani ahhoz, hogy az így kapott hajtogatott papírlap elérjen a Földtől a Holdig.

**14. feladat:** A felírt egyenlőségekben az azonos betűk azonos, a különböző betűk különböző számjegyet jelölnek. Melyik számot jelöli a KECSKEMÉT szó?

$$K + E + C + S + K + E + M + \acute{E} + T = 43$$

$$K + E = 5 \quad C + S = 13 \quad M : 2 = K$$

$$C : M = 2 \quad T \cdot S = 45$$

- (A) 238 523 429 (B) 238 523 479 (C) 238 523 579  
(D) 326 532 479 (E) 328 932 475

**Megoldás:** Mivel  $T \cdot S = 45$ , ezért  $T = 5$  és  $S = 9$  vagy  $T = 9$  és  $S = 5$ . Ha  $T = 5$  és  $S = 9$ , akkor a  $C + S = 13$  alapján  $C = 4$ , és így  $C : M = 2$  miatt  $M = 2$ . Mivel  $M : 2 = K$ , ezért  $K = 1$ , és ekkor  $K + E = 5$  miatt  $E = 4$ . Mivel a különböző betűk különböző számjegyet jelölnek és  $C = E = 4$ , ezért ez nem lehetséges. Ha  $T = 9$  és  $S = 5$ , akkor a  $C + S = 13$  alapján  $C = 8$ , és így  $C : M = 2$  miatt  $M = 4$ . Mivel  $M : 2 = K$ , ezért  $K = 2$ , és ekkor  $K + E = 5$  miatt  $E = 3$ . A  $K + E + C + S + K + E + M + \acute{E} + T = 43$  egyenletbe beírva az eddig ismert betűket  $2 + 3 + 8 + 5 + 2 + 3 + 4 + \acute{E} + 9 = 43$ , amiből  $\acute{E} = 7$ . Tehát a KECSKEMÉT szó a 238 523 479 számot jelöli.

Csordás Mihály

## GORDIUSZ VERSENY

**Név:** Gordiusz Matematika Tesztverseny

**Szervező:** Matematikában Tehetséges Gyermekéért Alapítvány (Kecskemét)

**Felelős személy:** Nagy Tibor

**Résztevők:** 9-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos (és határon túli magyarok)

**Forma:** egyéni, feleletválasztós teszt (iskolai 3 fős csapat és iskolák értékelésével)

**Az első verseny rendezésének éve:** 1996

**Fordulók száma:** kettő

**1. forduló (megyei, területi):** február utolsó előtti péntek

**2. forduló (országos döntő):** tavaszi szünet előtti napok

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 1000 Ft/fő (határon túliaknak 300 Ft/fő)

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 10856 fő

**2. forduló:** 182 fő

**Telefon:** 06-76/483-047

**E-mail:** [mategye@mail.datanet.hu](mailto:mategye@mail.datanet.hu)

**Fax:** 06-76/483-047

**Honlap:** [www.mategye.hu](http://www.mategye.hu)

### A verseny története, bemutatása

Dr. Poronyi Gábor irányításával pécsi matematikatanárok 1996-ban feleletválasztós tesztversenyt rendeztek középiskolásoknak Baranya megyében a Zrínyi Ilona Matematikaverseny folytatásaként. A kedvező fogadtatáson felbuzdulva a következő évtől kezdve már kétfordulós (megyei/körzeti, majd országos döntő Pécsen) Gordiusz Matematika Tesztversenyt hirdettek meg és bonyolítottak le. A diákok hamar megszerették ezt a versenyt, így évről évre nőtt a helyszínek és versenyzők száma. A határon túli diákok 1998-ban kapcsolódtak be a versenybe először.

Alapítványunk a 2004/2005-ös tanévtől kezdődően szervezi a Gordiusz Matematika Tesztversenyt. Az azt megelőző években ezt a tevékenységet a pécsi MA-TEK Alapítvány látta el.

A verseny elsődleges célja a matematika népszerűsítése. A feladatsorok megoldására fordított kevés idő (egy feladat megoldására átlagosan 3 perc jut) gyors, fegyelmezett és logikus gondolkodásra nevel. A feladatok szövegeinek megértéséhez fontos a magyar nyelv elemeinek pontos használata. A versenyre való felkészülés fejleszti a tanulók akaraterejét, kitartását. A verseny kiváló lehetőség az új, két-szintű érettségire való felkészülésre is, mivel a középszintű érettségi első részében is rövid idő alatt kell sok, különböző témákhoz kapcsolódó, egyszerű feladatot megoldani.

Az első fordulóban és a döntőben is 30 feladatot tartalmazó, évfolyamonként különböző feladatsort kell megoldani 90 perc alatt. Minden feladat után öt válasz szerepel, ezek közül kell az egyetlen helyeset kiválasztani. A kódlapon rögzített válaszok értékelése számítógéppel történik, így az értékelés gyors és objektív. A



feladatsorok évfolyamonként különbözőek. Az értékelés a gimnáziumi és szakközépiskolai kategóriákban külön történik.

A Matematikában Tehetséges Gyermekéért Alapítvány 2008-ban elkezdte a Gordiusz és Zrínyi matematikaversenyek fokozatos összevonását. Ezzel a feladatsorokban közös és hasonló feladatok mindkét versenyen megjelentek. A szervezésben azonos időpontokat, ugyanolyan értékelést, azonos helyszínű és időpontú országos döntőt eredményezett az összevonás. Az értékelésben pedig lehetővé tette azt, hogy a hatosztályos és a nyolcosztályos gimnáziumok összehasonlítása a két verseny együttes eredménye alapján történjen.

A versenyen a sok feladat miatt nagyon könnyű és nehéz feladatok is szerepelnek. Az alábbi válogatásban 7 feladatot az egyszerűsége miatt megoldás nélkül, további öt nehezebb feladatot megoldással együtt közlünk. A feladatok válogatását és a megoldásokat Csordásné Szécsi Jolán, Kovácsné Szipán Andrea és Nagyné Viszmege Edit készítette.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Mennyi maradékot kapunk, ha a tizenkettes számrendszerben megadott  $52\ 195_{12}$  ötjegyű számot elosztjuk 4-gyel?

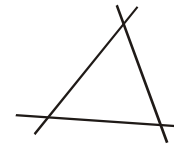
- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

**2. feladat:** Adott két különböző szám. Mindkettőre teljesül, hogy a négyzete eggyel nagyobb a másik számnál. Mennyi a két szám összege?

- (A)  $-2$       (B)  $-1$       (C) 1      (D) 2  
(E) Nincs két ilyen szám.

**3. feladat:** Az ábrán látható egyenesek egy háromszög nevezetes egyenesei. Mely egyenesek ezek, ha a hozzájuk tartozó háromszög a lehető legnagyobb területű?

- (A) magasságvonalak      (B) belső szögfelezők  
(C) oldalfelező merőlegesek      (D) oldalegyenesek  
(E) külső szögfelezők



**4. feladat:** Hány másodperc 6 hét? (Az  $n!$  a pozitív egész számok szorzatát jelenti 1-től  $n$ -ig.)

- (A)  $7!$       (B)  $8!$       (C)  $9!$       (D)  $10!$   
(E) Az előzőek közül egyik sem.

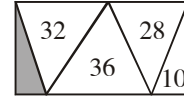
**5. feladat:** Mennyivel egyenlő a  $(10^{n+2009}+1)^2$  szám számjegyeinek összege, ha  $n$  természetes szám?

- (A) 2      (B) 4      (C) 8      (D) 9      (E) 11

**6. feladat:** Mennyivel egyenlő a  $\sin 10^\circ + \sin 20^\circ + \sin 30^\circ + \dots + \sin 350^\circ$  összeg?

- (A)  $-1$       (B)  $-0,5$       (C) 0      (D)  $0,5$       (E) 1

**7. feladat:** Az ábrán látható téglalapot öt háromszögre bontottuk. A háromszögekbe írt számok az adott háromszög négyzetcentiméterben mért területét jelentik. Hány négyzetcentiméter az ábrán lévő szürke színű háromszög területe?



- (A) 8                      (B) 12                      (C) 14                      (D) 18                      (E) 20

**8. feladat:** Egy kísérlet során 100 baktérium és 2 vírus kerül egy kémcsőbe. Minden vírus minden másodpercben megöl egy baktériumot, majd rögtön ezután minden megmaradt baktérium és minden vírus kettéosztódik. Hány másodperc múlva pusztul el minden baktérium?

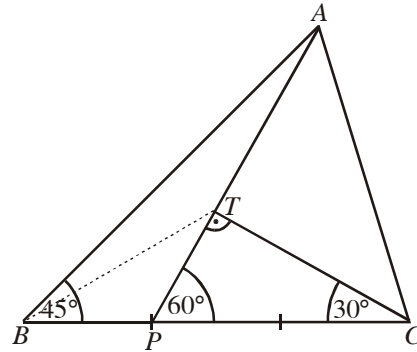
- (A) 24                      (B) 25                      (C) 50                      (D) 100  
(E) Nincs olyan időpont, amikorra minden baktérium elpusztul.

**Megoldás:** Jelölje  $Q(t)$  a  $t$  időpillanatban meglévő baktériumok és vírusok számának az arányát! Két egymást követő másodpercben a baktériumok és a vírusok számának aránya:  $Q(t) = \frac{B}{V}$ ,  $Q(t+1) = \frac{2 \cdot (B-V)}{2V} = \frac{B}{V} - 1$ , tehát a hányados minden másodpercben eggyel csökken. Mivel kezdetben a hányados 50, így 50 másodperc múlva pusztul el az összes baktérium.

**9. feladat:** Az  $ABC$  háromszögben a  $CBA \sphericalangle = 45^\circ$ . A  $BC$  oldal egy  $P$  pontjára igaz, hogy  $BP : PC = 1 : 2$  és  $CPA \sphericalangle = 60^\circ$ . Hány fok az  $ACB$  szög nagysága?

- (A) 72,5                      (B) 75                      (C) 80                      (D) 82,5                      (E) 85

**Megoldás:** Legyen  $T$  pont a  $C$  pontból a  $PA$  szakaszra állított merőleges talppontja (lásd ábra)! A  $CPT$  háromszög egy szabályos háromszög fele, ezért  $PC = 2PT$ . Mivel a feltevélek szerint  $PC = 2BP$ , így  $PT = BP$ , tehát  $BPT$  háromszög egyenlő szárú háromszög, szögei  $120^\circ$ ;  $30^\circ$  és  $30^\circ$ . Így a  $BCT$  háromszög is egyenlő szárú,  $BT = CT$ . Az  $ATB$  háromszög szögei:  $ABT \sphericalangle = 15^\circ$ ,  $ATB \sphericalangle = 150^\circ$ , így  $BAT \sphericalangle$  is  $15^\circ$ . Innen adódik, hogy  $AT = BT$ , és mivel  $BT = CT$ , ezért az  $ATC$  háromszög egyenlő szárú derékszögű háromszög, hegyesszögei tehát  $45^\circ$ -osak. Így az  $ACB \sphericalangle = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$ .



**10. feladat:** Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van a tízes számrendszerben, amellyel azonos alakú szám minden, a számjegyeinél nagyobb alapú számrendszerben négyzetszám?

- (A) 1                      (B) 4                      (C) 6                      (D) 7                      (E) 9

**Megoldás:** Az  $abc$  alakú háromjegyű számot átírva tetszőleges,  $x$  alapú számrendszerből ( $x > a, b, c$ ) 10-es számrendszerbe az  $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  kifejezést kapjuk. Ha ez a kifejezés teljes négyzet, akkor lesz az  $abc$  alakú szám négyzetszám. Az  $a, b, c$  számjegyek lehetséges értékei az 1; 0; 0, az 1; 2; 1; az 1; 4; 4, az 1; 6; 9, a 4; 0; 0, a

4; 4; 1, a 4; 8; 4, a 9; 0; 0 és a 9; 6; 1. A feltételeknek tehát 9 háromjegyű szám felel meg.

**11. feladat:** Egy szabályos kilenc oldalú sokszög minden csúcsához különböző egész számokat írtunk úgy, hogy az így kapott kilenc szám összege 1. Egynél több csúcsot nevezünk szomszédosnak, ha a csúcsok betűjelét le lehet írni olyan sorrendben, hogy közülük bármely két közvetlen egymás mellettit kiválasztva van olyan oldal, amelyre mindkét csúcs illeszkedik. Ezután az összes lehetséges módon kiválasztunk vagy egy csúcsot, vagy szomszédos csúcsokat úgy, hogy a csúcsokhoz írt számok összege pozitív legyen. Hányféleképpen választhattuk ki a csúcsokat? (Két kiválasztás nem különböző, ha azokban ugyanazokat a csúcsokat választottuk ki.)

- (A) 10            (B) 37            (C) 73            (D) 90            (E) 144

**Megoldás:** Válasszunk ki tetszőlegesen néhány szomszédos csúcsot! Jelölje  $A$  ezeknek a csúcsoknak a halmazát,  $S(A)$  pedig a csúcsokhoz tartozó számok összegét! Mivel a feladat feltétele szerint  $S(A) + S(\bar{A}) = 1$ , ezért  $S(A)$  és  $S(\bar{A})$  közül pontosan az egyik pozitív. Elegendő tehát azt összeszámolni, hogy hányféleképpen választható ki  $A$  halmaz. Az  $A$  lehet 0 elemű (1-féleképp), 1 elemű (9-féleképp), 2 elemű (9-féleképp), ..., 7 elemű (9-féleképp), 8 elemű (9-féleképp), 9 elemű (1-féleképp). Ebben a felsorolásban szerepelnek a komplementer halmazok is, ezért az a szám, ahányféleképpen kiválaszhattuk a csúcsokat  $\frac{1+8 \cdot 9+1}{2} = 37$ .

**12. feladat:** Melyik számjegy áll az  $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{2006}{2007!}$  összeg tizedestört alakjában a tizedesvessző utáni 2007. helyen? (Az  $n!$  a pozitív egész számok szorzatát jelenti 1-től  $n$ -ig.)

- (A) 0            (B) 1            (C) 2            (D) 8            (E) 9

**Megoldás:** Mivel  $\frac{n}{(n+1)!} = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$ , ezért az  $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{2006}{2007!} = 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{3!} - \dots + \frac{1}{2005!} - \frac{1}{2006!} + \frac{1}{2006!} - \frac{1}{2007!} = 1 - \frac{1}{2007!}$ .

A  $2007! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 \cdot \dots \cdot 1999 \cdot 2000 \cdot \dots \cdot 2007$ , amiből látható, hogy  $2007! > 10^{2700}$ , így  $\frac{1}{2007!} < 10^{-2700}$ . Az összeg tizedestört alakjában a tizedesvessző után tehát több, mint 2700 db 0 számjegy lesz, így az  $1 - \frac{1}{2007!}$  különbségben a tizedesvessző után a 2007. helyen a 9 számjegy áll.

Nagy Tibor

## KENGURU VERSENY

**Név:** Nemzetközi Kenguru Matematikaverseny

**Szervező:** Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány

**Felelős személy:** Dr. Pintér Ferenc

**Résztvevők:** 2-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni, feleletválasztós teszt

**Az első verseny rendezésének éve:** 1996

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló:** március harmadik csütörtök

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 500 Ft/fő

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 36 046 fő

**Telefon:** 06-93/516-153

**E-mail:** info@zalamat.hu

**Fax:** 06-93/310-435

**Honlap:** www.zalamat.hu

### A verseny története, bemutatása

A Nemzetközi Kenguru Matematikaverseny egy világverseny, melyet a Kangourou Sans Frontières, Párizsban székelő alapítvány működtet (www.math-ksf.org), melynek ma már 46, döntően európai ország alkotja a tagszervezetét (a létszám minden évben bővül). Ebben a versenyben Magyarország részvételét 1996 óta alapítványunk biztosítja, a magyarországi versenyt megszervezi és lebonyolítja. A verseny minden évben március harmadik csütörtökén van, amennyiben valamelyik országnak nincs ezt kizáró indoka, de ez előtt akkor sem rendezheti senki.

A verseny kiemelt célja az Európai Unió középtávú munkaprogramjával összhangban, a természettudományi pályák iránti érdeklődés fokozása annak érdekében, hogy minél több jó képességű fiatal kerüljön a pályára. A versenyképességet megalapozó technológiai tudás nagyon nagy részben matematikai ismeretekre épül. Cél a logikus gondolkodás, az absztraháló képesség, a jó megfigyelőképesség, a kombinatív képesség, a jó térszemlélet, az igényes és pontos szövegértés fejlesztése, a kíváncsiság és a tudásvágy felkeltése.

A verseny további célja a résztvevő 46, zömében európai ország diákjainak együttgondolkodása, a matematika népszerűsítése. Azt szeretnénk elérni szerte Európában, hogy ez a 75 perc legyen a matematika ünnepe, amikor több millió kis és nagy diák ugyanazon feladatok megoldásával foglalkozik. 2009-ben ezen a világversenyen összesen 5571560 diák vett részt, a 2010-es összesítés az októberi nemzetközi közgyűlésre készül el. Magyarországon 2009-ben 37490, 2010-ben 36046 diák indult. Az évenkénti feladat-összeállító európai konferencián ezért lényegében csak olyan feladatok kerülnek kitűzésre, amelyek érdekesek, logikus gondolkodást és a tanultak gyakorlati alkalmazását igénylik. Nem annyira ragaszkodnak az adott évfolyam konkrét tantervi anyagához, de azt nem lépik túl. Ezért ezen a versenyen

mindenki részt vehet – az is, akinek valamilyen ok miatt a konkrét tananyagban lemaradása, hiányossága van –, mert a könnyebb és nehezebb feladatok együtt biztosítják, hogy minden résztvevő diák sikerélményhez jut, ami motiválja a további ismeretszerzésre.

A verseny másik célja a tehetségek kiválasztása. Azáltal, hogy minden résztvevő a saját iskolájában írja meg a versenydolgozatot, esélyegyenlőséget biztosít a legkisebb településen élő diákok számára is tehetségük megvillantására. A legjobbaknak lehetőségük nyílik olyan közösségbe kerülni (tréningek, nemzetközi cseretáborok), ahol tudásukat még jobban elmélyíthetik. Az országos helyezettek nemzetközi cseretáborokban is részt vehetnek lengyel, finn és német diákokkal. Az említett országok mindegyike, így mi is rendezünk ilyen 9 napos összejövetelt.

A verseny által lehetőség adódik a matematikatanároknak bepillantani az európai matematika oktatás követelményeibe, fejlődési irányába a kitűzött feladatokon keresztül. A kitűzésre kerülő feladatok konszenzussal kerülnek elfogadásra, ezért úgy tekinthetők, mint a résztvevő országok tantervi anyagának közös része.

A nemzetközi feladatbankba, amelyből a feladatok kitűzésre kerülnek évente, az alapítvány, mint Magyarország képviselője 60 feladattal járul hozzá. Feladatokat bárki eljuttathat az alapítványhoz, erre felhívást teszünk közzé.

Honlapunkon különböző statisztikákat teszünk közzé a versennyel kapcsolatban (létszámok, kategóriák szerint feladatonkénti eredményesség táblázatok stb.)

Hat éve könyv formájában is bárki hozzájuthat a feladatokhoz és a megoldásokhoz az alapítványunk kiadásában.

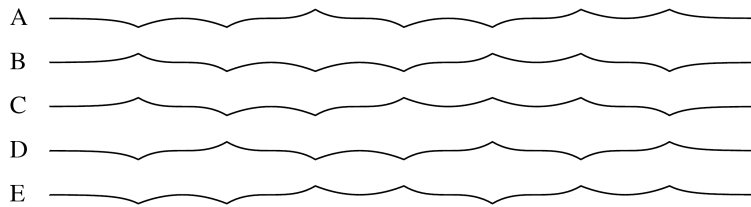
### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** A vízitünder szolgálatában 6, 7 és 8 karú polipok állnak. A 7-karú polipok mindig hazudnak, a 6 és a 8 karúak viszont mindig igazat mondanak. Egy napon a vízitünder találkozott négy polippal. Megkérdezte tőlük, hogy négyüknek hány karja van összesen. A négy poliptól a következő válaszokat kapta: 25, 26, 27, 28. Melyik volt az igaz válasz?

A) 25                      B) 26                      C) 27                      D) 28                      E) egyik sem

**Megoldás:** A polipok mindannyian más számot mondtak, így állításaik közül legfeljebb egy lehet igaz. Ha mindannyian hazudtak volna, akkor mindnek 7 karja lenne, vagyis összesen 28 karjuk lenne. Ekkor viszont az utolsó hazudós, 7-karú polip igazat mondott volna, ami nem lehetséges. Tehát csak három hazudós polip volt és egy igazmondó. Attól függően, hogy az igazmondónak 6 vagy 8 karja van, a négy polipnak együtt 27 vagy 29 karja lehet. Mivel 29-et egyikük sem mondott, és egyikük igazat mondott, így az igazmondó polip 6-karú, a négy polipnak pedig együtt 27 karja van.

**2. feladat:** Egy papírcsíkot egymás után háromszor félbehajtottunk, párhuzamos hajtásélek mentén, majd széthajtogattuk. Az alábbiak közül melyiket nem láthatjuk, ha a lapra oldalról nézünk rá?



**Megoldás:** Mivel az első hajtást a lap közepén végeztük, ezért a középső hajtásra szimmetrikusan elhelyezkedő hajtásoknak egymásba kell illeszkedni, így ezek fordítva kell álljanak, azaz ha az egyiknek alul van az éle, V alakban, akkor a másiknak felül. Ez a feltétel mind az öt esetben teljesül. Ha a második hajtást nézzük, akkor az előbbihez hasonlóan az következnek, hogy az első és a harmadik, illetve az ötödik és a hetedik élnek is egymás fordítottjának kellene lennie. Ez a feltétel a D esetben nem teljesül. Egyszerűbben: próbáljuk ki és meglátjuk!

**3. feladat:** Hány olyan részhalmaza van az  $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  halmaznak, amelyben nem szerepel három szomszédos egész szám?

- A) 40      B) 44      C) 48      D) 52      E) 56

**Megoldás:** Az  $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  halmaznak összesen  $2^6 = 64$  részhalmaza van. Számoljuk meg, hogy ebből hány nem felel meg a feltételeknek. Az 1 darab hatelemű és a 6 darab ötelemű halmaz mindenképpen tartalmaz három szomszédos számot. Nézzük most a négyeleműeket. Ezek közül a következőkben van három szomszédos szám:  $\{1; 2; 3; 4\}$ ,  $\{1; 2; 3; 5\}$ ,  $\{1; 2; 3; 6\}$ ,  $\{2; 3; 4; 5\}$ ,  $\{2; 3; 4; 6\}$ ,  $\{1; 3; 4; 5\}$ ,  $\{3; 4; 5; 6\}$ ,  $\{1; 4; 5; 6\}$ , valamint  $\{2; 4; 5; 6\}$ , vagyis 9 darab. Végül háromjegyűből nyilván 4 darab van, amelyek három szomszédos számból állnak, rendre 1-től, 2-től, 3-tól, illetve 4-től kezdve. A rossz részhalmazok száma így  $1 + 6 + 9 + 4 = 20$ , vagyis a feladat feltételeinek összesen  $64 - 20 = 44$  részhalmaz felel meg.

**4. feladat:** Egy dobozban 7 cédula van, amelyeket megszámoztunk 1-től 7-ig. Először Miki húz ki 3 cédulát, majd Zsóka következik, aki 2 cédulát fog húzni. Miki, miután kihúzta céduláit, így szólt: „Zsóka, a te 2 céduládon lévő számok összege biztosan páros lesz!” Mennyi volt a Miki által kihúzott cédulákon lévő számok összege?

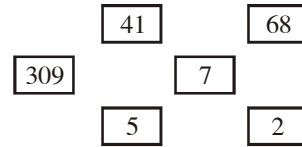
- A) 6      B) 9      C) 10      D) 12      E) 15

**Megoldás:** Miki állítása csak akkor lehet igaz, ha Zsóka mindkét száma páros vagy mindkettő páratlan. Ez pedig akkor teljesül biztosan, ha Zsóka húzása előtt csak páros vagy csak páratlan számok vannak a dobozban. Mivel kezdetben a doboz 4 páratlan és 3 páros számot tartalmazott, ezért Miki nem húzhatta ki az összes páratlan számot. Ez azt jelenti, hogy Mikinek az összes páros számot ki kellett húznia, így Zsókanak már csak páratlanok maradtak. Miki számai tehát a 2, a 4 és a 6, ezek összege pedig 12.

**5. feladat:** Hat kártyára számokat írtunk az ábrán látható módon. Melyik az a legkisebb szám az alábbiak között, amelyet a hat számkártya egymás mellé helyezésével ki lehet rakni?

- A) 1 234 567 890  
 C) 3 097 568 241  
 E) 2 309 415 678

- B) 2 341 568 709  
 D) 2 309 415 687



**Megoldás:** Az 1 234 567 890 szám lenne a felsoroltak közül a legkisebb, de ez hamar látszik, hogy nem rakható ki az adott számkártyákból, mert például egyik sem kezdődik 1-gyel. A 3 097 568 241 a többi szám közül a legnagyobb, ennél biztosan kisebb számot is ki tudunk rakni, mivel van egy 2-es számkártyánk. Nézzük a 2-vel kezdődő számokat. Közülük a D és E számokban a 2-es után 3-as, a B-ben viszont 4-es szerepel, tehát a három közül utóbbi a legnagyobb. Maradt a D és E, nézzük meg, ezek közül melyik rakható ki. Az első 7 számjegy a két számban megegyezik és kirakható, a D utolsó három számjegye 687, az E-é pedig 678. Ezek közül előbbi kirakható a 68 és a 7 számkártyákból, utóbbi viszont nyilván nem. Tehát a D szám a legkisebb, ami a számkártyákból kirakható.

Máshogy is nekiláthattunk volna a megoldáshoz. Egy tízjegyű szám akkor lesz a legkisebb, ha a magasabb helyi értékeken a lehető legkisebb számjegyek szerepelnek. Rendezzük növekvő sorrendbe számkártyáinkat azok első számjegye szerint: 2; 309; 41; 5; 68; 7, azaz a legkisebb kirakható szám a 2 309 415 687.

**6. feladat:** Egy szigeten tündérek és boszorkányok laknak. A tündérek mindig igazat mondanak, a boszorkányok mindig hazudnak. Egy alkalommal 25-en álltak sorban a mozi pénztára előtt. Az első helyen állót kivéve mindenki azt állította, hogy az előtte álló boszorkány. Az első helyen álló kijelentette, hogy mögötte 24 boszorkány áll. Hány boszorkány áll a sorban?

- A) 0                      B) 12                      C) 13                      D) 24  
 E) Nem lehet meghatározni.

**Megoldás:** Ha az első helyen álló tündér lenne, vagyis igazat mondana, akkor a többieknek boszorkányoknak kellene lenniük. De ez nem lehet, mert akkor 24 boszorkány állna egymás mögött, így 23 boszorkány igazat mondana azzal, hogy előtte boszorkány áll. Ez pedig nem lehet, mert a boszorkányok mindig hazudnak. Ezek szerint az élen álló csak boszorkány lehet. A mögötte álló így igazat mond, hiszen azt állítja, hogy előtte boszorkány áll, vagyis ő tündér. A következő viszont hazudik, mert azt állítja, hogy előtte boszorkány áll, vagyis ő a boszorkány. Ekkor a mögötte álló megint igazat mond, vagyis tündér, aztán megint boszorkány jön, és így tovább. Felváltva állnak a boszorkányok és a tündérek: a páratlan sorszámú helyeken boszorkányok, a párosokon tündérek. A boszorkányok 13-an vannak, a tündérek 12-en.

Erdős Gábor és Dr. Pintér Ferenc

## K A L M Á R V E R S E N Y

**Név:** Kalmár László Matematika Verseny

**Szervező:** TIT Teleki László Ismeretterjesztő Egyesület

**Felelős személy:** Naményi Béla

**Résztvevők:** 3-8. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1971

**Fordulók száma:** kettő

**1. forduló (megyei):** március közepe

**2. forduló (országos döntő):** június második fele

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 1000 Ft/fő

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 3980 fő

**2. forduló:** 180 fő

**Telefon:** 06-1/266-2246

**E-mail:** [tittlekiegyesulet@t-online.hu](mailto:tittlekiegyesulet@t-online.hu)

**Fax:** 06-1/317-0989

**Honlap:** [www.tittleki.hu](http://www.tittleki.hu)

### A verseny története, bemutatása

**A verseny névadójáról:** Kalmár László (1905-1976), a XX. század egyik legnagyobb magyar matematikusa volt. Jelentős eredményeket ért el a matematika olyan szerteágazó területein, mint az interpoláció elmélete, az analitikus számelmélet, a csoportelmélet, a játékelmélet, a logikai függvénykalkulus döntésproblémája. Érdeklődése egyre inkább a matematikai logika gyakorlati alkalmazásai felé fordult. Szemináriumot indított az alapvető kibernetikai fogalmak tisztázására és egy elektromechanikus logikai gép megtervezésére. Vezetésével Szegeden készítették el az ötvenes évek közepén a Kalmár-féle logikai gépet, amely alkalmas volt gyakorlati problémák megoldására is. Tudományos és emberi tekintélyének köszönhetően sikerült elérnie, hogy meginduljon Magyarországon a felsőfokú informatikai szakemberképzés (programtervező matematikus elnevezéssel). Kutatótevékenysége főleg a számítástudomány területére irányult. Roppan sokat tett a számítástechnikai alkalmazások elterjesztéséért a legkülönbözőbb területeken a nyelvésztől a biológiai kutatásokig.

Kalmár Lászlót a Magyar Tudományos Akadémia 1949-ben levelező, 1961-ben rendes tagjává választotta. Munkássága elismerésül 1950-ben Kossuth-díjjal, 1975-ben Állami Díjjal tüntették ki. Kiemelkedő munkáját a világ legnagyobb számítástechnikai szervezete, az amerikai IEEE Computer Society a „Számítás-technika úttörője-díj” posztumusz kitüntetésben részesítette 1997-ben.

**A verseny története:** A Tudományos Ismeretterjesztő Társulat /TIT/ még az 1960-as években indította el a Kis Matematikusok Baráti Köre /KMBK/ mozgalmat.



Ezekben a matematikában tehetséges tanulók vettek részt. Később versenyeket is rendeztek részükre, először területi, majd 1971-től országos szintűt. Ez a verseny 1977 óta Kalmár László nevét viseli, aki néhány héttel halála előtt – mint a TIT Matematikai Választmányának az elnöke – még közreműködött a KMBK verseny országos döntőjének szervezésében és lebonyolításában.

A Kalmár László Országos Matematika Versenyt az 1980-as évek végétől minden évben a TIT Teleki László Ismeretterjesztő Egyesület rendezi meg a TIT megyei szervezeteinek a közreműködésével. A kétfordulós versenyen először a matematikában kivételesen tehetséges 10-14 éves diákok vettek részt, később kibővült a verseny a 3-4. osztályos korosztállyal. A megyei fordulót, amelyre bárki jelentkezhet, megyénként több városban és Budapesten azonos időpontban tartják. Ezeken évente körül-belül 6000-8000 az indulók száma. A 3-4. évfolyamosoknak 60 perc, az 5-8. évfolyamosoknak 90 perc áll rendelkezésre a hagyományos, 4-5 feladtból álló feladatsor kidolgozására. A kétnapos országos döntőbe az évfolyamonkénti 20-25 legjobb eredményt elért tanuló jut. A 3-4. osztályos tanulók Nyíregyházán versenyeznek, az 5-8. évfolyamosoknak rendezett országos döntő helyszíne pedig a váci Táncsics Mihály Mezőgazdasági Szakképző Iskola 1992-től. A döntő mindkét napján egy-egy, a megyeihez hasonló feladatsort kell megoldani a versenyzőknek. A szabadidőben a szervezők érdekes programokkal teszik emlékezetessé az itt töltött napokat. Ebben szerepel kirándulás a környéken, (Visegrád, Vácrátót, Gödöllő, Nagybörzsöny) vagy váci városnézés, valamint feladat megbeszélés és sportversenyek. A két nap legizgalmasabb része természetesen a váci Városháza Dísztermében megrendezésre kerülő eredményhirdetés. Ekkor mindenki részesül elismerésben és eredményének függvényében tárgyi jutalomban is.

A verseny célja kezdettől fogva a tehetségek korai felkutatása és gondozása. A verseny szakmai irányítója 30 éven át dr. Reiman István tanár úr, a Budapesti Műszaki Egyetem professzora, a magyar matematikai diákolimpiai csapat egyik vezetője volt. A professzor úr rendkívül körültekintően, kimagasló szakmai és pedagógiai hozzáértéssel vezette a szakmai zsűri munkáját. Minden megnyilvánulásában, cselekedetében érződött emberi nagysága, valamint az, hogy mennyire fontosnak tartja ezt a munkát. A váci napokat egy nagyon hasznos és kellemes nyár eleji programnak, tehetséges diákok és tehetséggondozásban tapasztalt tanárok találkozásának tekintette, ahol már megcsillogtathatták tudásukat a későbbi nagy matematikusok is. Reiman tanár úrtól a zsűri elnöki pozícióját egy másik, igen nagy tudású, a diákokat jól ismerő tanár, dr. Urbán János vette át, aki az indulástól kezdve részt vett a feladatsorok összeállításában is. Mivel jelenleg a Berzsényi Gimnázium tanára és a 10-14 éveseknek tankönyveket is ír, így igen jól ismeri a versenyző korosztályt. Lassan 10 éve lesz, hogy már ő tölti be ezt a tiszteletreméltó pozíciót. Meg kell említeni még Károlyi Károly (Bátaszék) tanár úr munkáját, aki a verseny kezdetétől, 39 éve részt vesz a zsűri munkájában.

A váci országos döntő lebonyolítása hosszú éveken keresztül Lajos Józsefné nevéhez fűződik. Ő fáradtságot nem kímélve igyekezett mindent a lehető legjobban megszervezni, tanároknak, diákoknak a kívánságát figyelembe véve maximálisan segíteni abban, hogy a Kalmár-döntő életre szóló emlék legyen minden résztvevő

számára. 2000-ben kiemelkedően fontos munkahelyi megbízatása miatt nem tudta tovább vállalni ezt a munkát. Így erre a feladatra engem kért fel Naményi Béla, a TIT Teleki László Egyesületének igazgatója. Nagy öröm és megtiszteltetés számomra, hogy részt vehetek ennek a nagy hagyományokkal rendelkező versenynek a szervezésében.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** A 90 és a 91 érdekes tulajdonságú számpár. Az első számjegyeinek összegét a másodikhoz adva 100-at kapunk, és fordítva, a második számjegyeinek összegét az elsőhöz adva is 100-at kapunk. Keressük meg az összes ilyen tulajdonságú kétjegyű számpárt!

**1. megoldás:** Mivel egy kétjegyű szám számjegyeinek összege legfeljebb  $9+9=18$ , ezért a keresett számpárok tagjai legalább  $100-18=82$ , de akkor a jegyek összege legalább  $9+0=9$ , a számpárok tagjai pedig legfeljebb  $100-9=91$ . A számpár egyik tagja 82 nem lehet, mert az ő párja 99 kéne, hogy legyen, de az nem lehet. Így a megfelelő párok 83,89; 84,88; 85,87; 86,86; 90,91. (A sorrend nem számít – nem rendezett párok.)

**2. megoldás:** Jelölje a két számot  $\overline{ab}$  ill.  $\overline{cd}$ ! Ekkor a feltételek szerint  $\overline{ab} + c + d = 100$ , ill.  $\overline{cd} + a + b = 100$ , azaz  $10a + b + c + d = 100$   $10c + d + a + b = 100$ .

Ha ezt a két egyenletet kivonjuk egymásból, akkor  $9a - 9c = 0 \Rightarrow a = c \Rightarrow 11a + b + d = 100 \Rightarrow 8 \leq a \leq 9$ . Ha  $a = 8 \Rightarrow b + d = 12 \Rightarrow b = 3$  és  $d = 9$  vagy  $b = 4$  és  $d = 8$  vagy  $b = 5$  és  $d = 7$  vagy  $b = 6$  és  $d = 6$ . Ha  $a = 9 \Rightarrow b + d = 1 \Rightarrow b = 0$  és  $d = 1$ . Így a keresett párok 83,89; 84,88; 85,87; 86,86; 90,91.

**Megjegyzések:**

1. A 2. megoldásból könnyen látható, hogy a 100 helyett bármely 12 és 109 közötti számot választva kaphatunk a feladatban szereplő feltételnek megfelelő párokat.
2. A feladat általánosítható három, négy, stb. jegyű számokra is.
3. Ez a feladat rokonságba hozható az Arany Dániel Matematikaverseny Kezdők III. kategória 2006/2007-es tanév III. kategória döntő 1. feladatához
4. Besnyőné Titter Beáta (Árpád Gimnázium, Budapest) megoldása

**2. feladat:** Egy sorozatról a következőt tudjuk:  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$  és ha  $n \geq 1$ , akkor  $a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + 1}{a_n}$ . Számítsuk ki  $a_{2009}$ -et!

**Megoldás:** Írjuk fel a sorozat első néhány elemét!

$$a_1 = 1 \qquad a_2 = 2 \qquad a_3 = \frac{2+1}{1} = 3 \qquad a_4 = \frac{3+1}{2} = 2$$

$$a_5 = \frac{2+1}{3} = 1 \qquad a_6 = \frac{1+1}{2} = 1 \qquad a_7 = \frac{1+1}{1} = 2$$

Észrevehetjük, hogy a sorozat elemei ismétlődni fognak, hiszen ugyanazokkal a számokkal kell ugyanazokat a műveleteket elvégezni. Az ismétlődő szakaszok

hossza 5. A  $2009 = 5 \cdot 401 + 4$ , ezért a sorozat 2009-dik eleme megegyezik a 4-dik elemmel, azaz  $a_{2009} = 2$ .

**3. feladat:** Zsolt összeadta a pozitív egész számokat 1-2009-ig, és azt állítja, hogy a kapott szám osztható 123-mal. Igaza van-e? (Állításod indokold!)

**Megoldás:** A pozitív egészek összege 1-től 2009-ig:  $(1+2009) : 2 \cdot 2009 = 1005 \cdot 2009 = 2\,019\,045$ . A  $2\,019\,045$  prímtényezős felbontása:  $123 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 67$ . A szorzat egyik tényezője osztható 123-mal, ezért a szám is osztható 123-mal, tehát igaza volt Zsoltnak.

**4. feladat:** Az  $ABC$  derékszögű háromszögben az  $\angle ABC = 90^\circ$ , a  $\angle CAB = 50^\circ$ . A  $P$  és  $Q$  pontok a  $BC$  befogó olyan pontjai, amelyekre a  $\angle PAC = 10^\circ$  és a  $\angle QAB = 10^\circ$ . Határozzuk meg a  $\frac{CP}{QB}$  arányt!

**1. megoldás:** Tükrözzük a  $Q$  pontot az  $AB$  befogóra, a tükörkép legyen  $Q'$ ! A tükrözés tulajdonságai alapján  $Q'A = AQ$ ,  $Q'B = QB$ . Az ábrán látható egyenlő szögek alapján  $AQ = QC$ ,  $Q'A = Q'P \rightarrow Q'P = QC$ . Legyen  $QB = x$ , akkor  $QQ' = 2x$ ,  $Q'P = 2x + PQ = CP + PQ = QC$ ! A középső két egyenlőségből következik, hogy  $CP = 2x$ . Tehát  $\frac{CP}{QB} = 2$ .

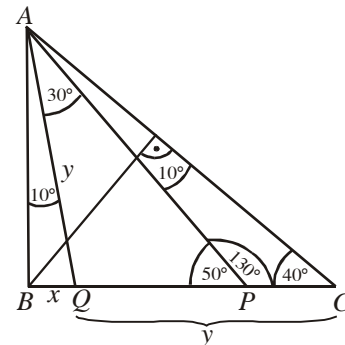
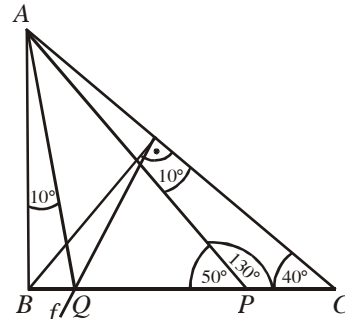
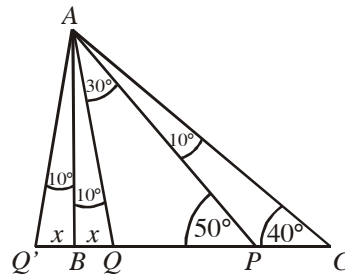
**2. megoldás:** Legyen  $f$  az  $AC$  szakasz felezőmerőlegese!  $Q \in f$ , mert  $\angle QAF = \angle QCF$ . Thalesz-tétele miatt  $BF = FC \rightarrow \angle FBC = \angle FCB = 40^\circ$ .  
 $\angle BQF = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 130^\circ \rightarrow \angle BFQ = 180^\circ - 130^\circ - 40^\circ = 10^\circ$ .

$BQF \Delta \sim CPA \Delta$ , mert szögeik páronként egyenlők  
 $\rightarrow \frac{QB}{FB} = \frac{CP}{CA}$  és mivel  $CA = 2FB \rightarrow \frac{CP}{QB} = 2$ .

**3. megoldás:** Legyen  $BQ = x$ ,  $QC = y$ ,  $PC = q$ !  $\angle QAC = \angle QCA (= 40^\circ) \rightarrow AQ = y$ . Pitagorasz-tétele alapján  $AB = \sqrt{y^2 - x^2}$ . A  $BPA \Delta \sim ABC \Delta$ , mert szögeik páronként egyenlők.

$$\rightarrow \frac{BP}{BA} = \frac{AB}{BC} \rightarrow \frac{x+y-q}{\sqrt{y^2-x^2}} = \frac{\sqrt{y^2-x^2}}{x+y} \rightarrow$$

$$(x+y-q)(x+y) = (y-x)(y+x) \rightarrow q = 2x \rightarrow \frac{CP}{QB} = 2.$$



Árváné Doba Mária

## B Á T A S Z É K I V E R S E N Y

**Név:** Bátaszéki Matematikaverseny

**Szervező:** Tolna Megyei Matematikai Tehetséggondozó Alapítvány (Bátaszék)

**Felelős személy:** Károlyi Károly

**Résztevők:** 3-8. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos (és a határon túli magyarok)

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1990

**Fordulók száma:** három

**1. forduló (iskolai):** október harmadik hétfő

**2. forduló (területi):** január második hétfő

**3. forduló (országos döntő):** március utolsó péntek

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 1400 Ft/fő

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 1500 fő

**2. forduló:** 700 fő

**3. forduló:** 143 fő

**Telefon:** 06-74/591-407

**E-mail:** tolnamat@freemail.hu

**Fax:** 06-74/591-408

**Honlap:** www.bataszek.hu

### A verseny története, bemutatása

A matematikaversenyt az alapítvány az általános iskolák 3-8. osztályos tanulói, valamint a velük azonos korú gimnazisták részére hirdeti meg szeptember elején. A verseny szervezői a tanulóktól a feladatok önálló, szabatos, logikus, indoklással kidolgozott megoldását várják. A feladatlapokon nyílt és zárt végű feladatok egyaránt előfordulnak.

**Az első forduló:** A dolgozatírás ideje 120 perc, számológép nem használható. A feladatlapokon öt-öt kidolgozást, indoklást igénylő feladat szerepel. Az alapítvány a versenybe benevezett iskolák részére a tanulólétszámnak megfelelő példányszámú feladatlapot küld egy javítókulcs kíséretében. Az első forduló dolgozatainak javítását a matematikai munkaközösség végzi a kiküldött javítókulcs alapján, és a legalább 40%-os teljesítményt elért tanulók dolgozatait továbbítják az alapítvány címére. A versenybizottság tagjai a dolgozatok javítását ellenőrzik. December 15-ig megkapják az intézményvezetők az értesítést arról, hogy kik kerültek a verseny második fordulójába.

**A második forduló:** A dolgozatokat (600-700 db) az alapítvány által összeállított versenybizottság javítja, és az alapítványelnök összeállítja a döntősök listáit. Az alapítvány február 10-ig értesíti az intézményvezetőket a döntőbe jutásról.

A határon túlról érkező versenyzőknek, kísérő tanároknak, valamint az ország távolabbi részéről érkező kollégáknak az alapítvány szállást, vendéglátást biztosít a katolikus egyház, a szülők, barátok, kollégák, tanítványok támogatásával.

**A harmadik forduló (döntő):** Bátaszék, Kanizsai Dorottya Általános Iskola.

A döntő napjának programja:

8<sup>45</sup>: A rendezvényt megnyitja a város polgármestere

9<sup>00</sup>-11<sup>00</sup>: A versenydolgozat írása (hat évfolyamból közel 150 tanuló)

Míg a tanulók a dolgozatot írják ez alatt a kísérő tanárok és az érdeklődő szülők részére az alapítvány szakmai programot biztosít. Az elmúlt két évtizedben az alapítványelnök egy 90-100 perces előadás megtartására a matematikai tehetséggondozás legnevesebb hazai képviselőit kérte fel.

11<sup>00</sup>: A versenybizottságok megkezdik a dolgozatok javítását.

12<sup>30</sup>-14<sup>00</sup>: Az érdeklődő tanulók, szülők, kísérők megnézhetik a romkertet, a katólikus templomot és a tájházat.

14<sup>00</sup>: Eredményhirdetés.

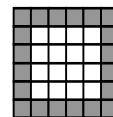
A jutalmak átadását a versenybizottságok vezetői, ill. felkért személyek végzik. Minden döntős résztvevő oklevelet, XXI. Bátaszéki Matematikaverseny 2010 feliratú pólót, és egy a matematikai érdeklődés felkeltését szolgáló feladatgyűjteményt kap. Az első három helyezett pedig értékes könyvsomagot, számológépet vehet át. Hagyomány, hogy az a tanuló, aki hatszor szerepelt a döntőben, különdíjat kap (ami értékes könyv vagy tudományos számológép). A Rákóczi Szövetség helyi csoportjának vezetője különdíjat ad át a legjobb teljesítményt elért felvidéki tanulóknak. Különdíjban részesül a helyi vállalkozók felajánlásából a legjobb eredményt elért vajdasági és a legeredményesebb bátaszéki tanuló.

Az eredményhirdetés után az intézmény főigazgatója befejezettnek nyilvánítja a rendezvényt.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Gergő 10. születésnapjára a nagyanyja süteményt sütött. A téglalap alakú tepsiben levő süteményt egyforma négyzet alakú darabokra szeletelte fel. A tepszi szélével érintkező darabok száma 20, és olyan szeletek is voltak, amelyek nem érintkeztek a tepszi szélével. Hány olyan szelet volt, amely nem érintkezett a tepszi szélével? Keresd meg az összes megoldást!

**Megoldás:** A sütemény feldarabolása után vegyük ki a tepsiből a téglalap négy csúcsánál elhelyezkedő szeleteket! Ekkor a tepszi szélével már csak 16 szelet érintkezik, és ez a 16 szelet meghatározza a tepszi szélével nem érintkező szeletek által alkotott téglalap kerületét. Így a félkerületen 8 szelet helyezkedik el. Mivel  $8 = 1 + 7 = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4$ , ezért a nagymama 4-féle méretben készíthette el a süteményt. A tepszi szélével nem érintkező szeletek alkotta téglalapok mérete a következő lehet:  $1 \times 7$ -es,  $2 \times 6$ -os,  $3 \times 5$ -ös és  $4 \times 4$ -es (lásd ábra). Az egyes esetekben a tepszi szélével nem érintkező szeletek száma: 7; 12; 15 és 16.



**2. feladat:** Az 1; 3; 5; 7 és 9 számok valamilyen sorrendje közé tegyél műveleti jeleket úgy, hogy az eredmény prímszám legyen! Az első tíz prímszám előállítását kérjük. Zárójeleket nem használhatsz és kétjegyű számot sem alkothatsz. (Az olyan pozitív egész számokat, amelyeknek pontosan két pozitív osztójuk van, prímszámoknak nevezzük.)

**Megoldás:**

$$\begin{array}{lll} 2=9:3+5-7+1 & 3=5+9-1-3-7 & 5=1+5+9-3-7 \\ & 7=7+9-1-3-5 & \\ 11=1+3+5-7+9 & 13=3+7+9-1-5 & 17=1\cdot 3\cdot 5-7+9 \\ & 19=1-3+5+7+9 & \\ 23=3+5+7+9-1 & 29=1\cdot 3\cdot 9-5+7 & \end{array}$$

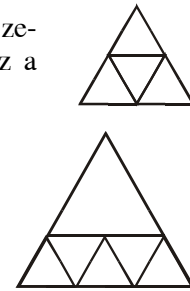
(Természetesen más helyes megoldások is léteznek.)

**3. feladat:** Fel lehet-e osztani egy egyenlő oldalú háromszöget

- a) 18 db,                      b) 19 db,  
c) 20 db nem feltétlenül egybevágó egyenlő oldalú háromszögre?

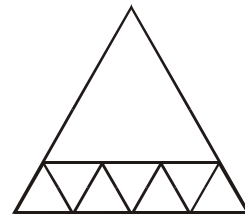
**Megoldás:** Ha a szabályos háromszög oldalfelező pontjait összekötjük, akkor 4 egybevágó szabályos háromszög keletkezik, azaz a háromszögek száma 3-mal nő. (1)

a) A szabályos háromszög két oldalának a harmadik oldalhoz közelebbi harmadolópontjait összekötve, majd a harmadik oldal harmadolópontjain keresztül a másik két oldallal párhuzamosokat húzva a szabályos háromszöget 6 db kisebb szabályos háromszögre bontottuk. Ha (1)-et  $k$ -szor végrehajtjuk, akkor a háromszögek száma  $6+3k$  lesz, azaz  $k=4$  esetén 18 db háromszögre bontottuk.

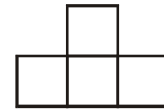


b) Ha a szabályos háromszögön (1)-et  $k$ -szor végrehajtjuk, akkor a háromszögek száma  $1+3k$  lesz, azaz  $k=6$  esetén 19 db háromszögre bontottuk.

c) A szabályos háromszög két oldalának a harmadik oldalhoz közelebbi negyedelő pontjait összekötve, majd a harmadik oldal negyedelő pontjain és felezőpontján keresztül a másik két oldallal párhuzamosokat húzva a szabályos háromszöget 8 db kisebb szabályos háromszögre bontottuk. Ha (1)-et  $k$ -szor végrehajtjuk, akkor a háromszögek száma  $8+3k$  lesz, azaz  $k=4$  esetén 20 db háromszögre bontottuk.



**4. feladat:** Bizonyítsd be, hogy a  $10\times 10$ -es sakktábla nem fedhető le egyrétegűen és hézagtalanul a következő, 4 mezőből álló alakzatokkal! (Az alakzatok nem lóghatnak le a tábláról.)

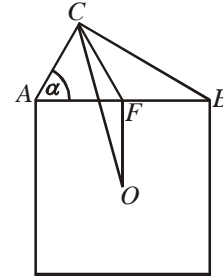


**Megoldás:** A  $10\times 10$ -es sakktáblát is úgy képzeljük, hogy a szokásos módon fehér és fekete mezők vannak rajta, 50 fehér és 50 fekete. Egy T alakú kis alakzat ennek megfelelően vagy 1 fekete és 3 fehér, vagy 3 fekete és 1 fehér mezőt fedhet le. Tegyük fel, hogy a  $10\times 10$ -es sakktábla lefedhető lenne a leírt módon a megadott alakzatokkal. Ekkor összesen 25-öt használnánk fel belőlük. Ha a 25 közül  $n$  darab

fed le 3 fekete mezőt ( $0 \leq n \leq 25$ ) és  $25 - n$  darab 1-et, akkor a fekete mezők száma  $3n - 25 - n = 2n - 25$ , ami páratlan szám, így nem lehet 50, azaz a lefedés nem lehetséges.

**5. feladat:** Rajzolj egy derékszögű háromszög átfogójára kifelé, az átfogóval megegyező oldalú négyzetet! Kösd össze a derékszögű háromszög derékszögű csúcsát a négyzet középpontjával! Bizonyítsd be, hogy ez az összekötő szakasz felezi a derékszöget!

*Megoldás:* A négyzet középpontját  $O$ -val, az  $AB$  átfogó felezőpontját  $F$ -fel, a háromszög  $A$ -nál lévő szögét  $\alpha$ -val jelöljük, és  $C$ -t összekötjük  $F$ -fel!  $ABC$  háromszög derékszögű, ezért Thalész tételének megfordítása miatt  $F$  az  $ABC$  háromszög köré írt körének középpontja. Így  $AF = CF$ , azaz  $AFC$  háromszög egyenlő szárú, amiből következik, hogy  $FCA$  szög is  $\alpha$ . Ebből  $\angle AFC = 180^\circ - 2\alpha$ . Tehát  $\angle OFC = \angle OFA + \angle AFC = 90^\circ + 180^\circ - 2\alpha = 270^\circ - 2\alpha$ . Mivel  $FO = \frac{AB}{2} = AF$  és  $AF = CF$ , ezért  $FO = CF$ , azaz  $OFC$  háromszög is egyenlő szárú, azaz  $\angle FCO = \angle COF = (180^\circ - \angle OFC) : 2 = [180^\circ - (270^\circ - 2\alpha)] : 2 = \alpha - 45^\circ$ . Tehát  $\angle OCA = \angle FCA - \angle FCO = \alpha - (\alpha - 45^\circ) = 45^\circ$ , azaz  $CO$  szakasz valóban felezi a  $BCA$  derékszöget.



**5. feladat:** Egy 9-szer 9-es táblázat mezőibe 460-tól 540-ig beírtuk egymás után az egész számokat a bal felső sarokból indulva, soronként balról jobbra haladva. Elhelyezhető-e ezen a táblán egy négy négyzetből álló L betűt formázó kartonlap úgy, hogy négy olyan számot fedjen le, amelyek összege 2007?

*Megoldás:* Színezzük be a táblázat mezőit sakktáblaszerűen, a páros számokat tartalmazó mezők legyenek feketék, a páratlanok fehérek. Egy L-alakzatot akármilyen irányban is helyezünk el a táblán, az két fekete és két fehér mezőt fog takarni. Az L-alakzatban levő négy szám összege két páros és két páratlan szám összege lesz. Ez az érték azonban mindig páros, tehát nem lehet 2007. Vagyis nem helyezhető el a táblán a feltételeknek megfelelően a kartonlap.

**6. feladat:** Gergő és édesapja életkorának összege 41 év. Gergő 14 év múlva feleannyi idős lesz, mint édesanyja, 17 év múlva feleannyi, mint édesapja. (Az eltelt időket a jelen időponttól számoljuk.) Hány éves Gergő, és hány évesek a szülei most?

*Megoldás:* Gergő és édesapja 17 év múlva összesen 34 évvel lesznek idősebbek, mint most, tehát ketten együtt 75 évesek lesznek. Ebben az időpontban Gergő feleannyi idős, mint édesapja, ezért Gergő életkora az együttes életkoruk harmada, azaz 25 év. Az apja ekkor 50 éves lesz. Tehát most (az előbbihez képest 17 évvel korábban) Gergő 8 éves, édesapja pedig 33 éves. 14 év múlva Gergő 22 éves, feleannyi, mint édesapja, aki ekkor 44 éves lesz. Így Gergő édesanyja most 30 éves.

Károlyi Károly

## BOLYAI CSAPATVERSENY

**Név:** Bolyai Matematika Csapatverseny

**Szervező:** Veres Péter Gimnázium (Budapest) és Nagy-Baló András

**Felelős személyek:** Nagy-Baló András és Tassy Gergely

**Résztevők:** 3-8. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** 4 fős csapatverseny

**Az első verseny rendezésének éve:** 2004

**Fordulók száma:** három

**1. forduló (megyei):** október közepe

**2-3. forduló (országos írásbeli, szóbeli):** november végi szombat

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 1000 Ft/fő

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 24 000 fő

**2. forduló:** 800 fő

**3. forduló:** 192 fő

**Telefon:** 06-30/386-2445

**E-mail:** info@bolyaiverseny.hu

**Fax:** 06-1/212-1495

**Honlap:** www.bolyaiverseny.hu

### A verseny története, bemutatása

A verseny névadói: Bolyai Farkas és Bolyai János.

Bolyai Farkas (Bólya, 1775. február 9. – Marosvásárhely, 1856. november 20.) matematikus, 1832-től a Magyar Tudós Társaság tagja. Első életrajzírója szerint vele kezdődik a magyarországi matematikai kutatás története. Más tudományterületekkel illetve művészetekkel is foglalkozott, és gyakorlati téren is tevékenykedett. Saját korában művei csak szűk körben váltak ismertté, így több kutatási eredménye más matematikusok nevére került be a matematika történetébe, őt magát a nemeuklideszi geometriák előfutáraként tartják számon. Több mint fél évszázadig dolgozott a marosvásárhelyi református kollégium matematika-, fizika- és kémia-professzoraként, ez idő alatt rengeteget tett a korszerű természettudományos ismeretek elterjesztéséért. Leghíresebb tanítványa saját fia, Bolyai János volt.

Bolyai János (Kolozsvár, 1802. december 15. – Marosvásárhely, 1860. január 27.) mindmáig legnagyobb matematikusunk, az abszolút geometria megalkotója. „A magyar nép géniusza a tudomány területén legmagasabb fokon Bolyai Jánosban öltött testet.” (Szentágothai János) Élete végén ideje nagy részét az Üdvtan megírására fordította. Ezzel egy, a boldogság útjára vezérlő enciklopédiát igyekezett adni az emberiségnek.

A Bolyaiak nevét és szellemét ma már számos intézmény, róluk elnevezett díj őrzi: Bolyai János Matematikai Társulat, Bolyai János Katonai Műszaki Főiskola, Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Teleki-Bolyai Könyvtár (Marosvásárhely), Bolyai-jutalom, valamint a Bolyai János Kutatási Ösztöndíj. Nemcsak Erdélyben, Magyarországon is számos iskola viseli Bolyai János nevét.



A versenyen azonos iskolába járó 3-8. osztályos tanulók évfolyamonként szerveződő 4 fős csapatai vehetnek részt (egy iskolából akárhány csapat indulhat). A négy csapattagnak közösen kell megoldania a feladatokat. Írásbeli és szóbeli forduló is van. Az írásbeli forduló feladatainak megoldására minden évfolyamon egyaránt 60 perc áll rendelkezésre. Az első 13 feladat feleletválasztós, az öt lehetséges válasz közül akárhány lehet helyes. A 14. feladat részletes kidolgozást igényel. A 3-6. osztályosok egy-egy, a 7. és 8. osztályosok két-két kategóriában vesznek részt, ahogy általános iskolai vagy gimnáziumi osztályba járnak.

Az első fordulót követően a versenyző tanulók és felkészítő tanáraik között megyénként 240 díjat osztunk ki. Minden megyéből kategóriánként az első helyezett továbbjut a verseny 2. fordulójába. Meghívjuk még kategóriánként az országos összesített lista további legjobb csapatait is.

A döntőben először az első forduléhoz hasonló írásbeli feladatsor vár a versenyzőkre, majd az itt elért pontszám szerint kategóriánként a legjobb 6 csapat még aznap a 3., szóbeli fordulón dönti el a végső sorrendet. A szóbeli fordulóban résztvevő csapatoknak 15 percnél hosszabb felkészülési idő után kell ugyanazon két feladat megoldását tábla felhasználásával, zsűri előtt közösen bemutatniuk, majd egyazon vilámkérdésre kell választ adniuk. (Az értékelés szempontjai: matematikai felkészültség, a bemutatás minősége, összedolgozási képesség.) Ezt követően alakul ki a verseny végeredménye az aznapi írásbeli és szóbeli összpontszáma alapján. Holtverseny esetén a szóbelin több pontot szerzett csapat ér el jobb helyezést, amennyiben ez is azonos, akkor az első fordulóban magasabb pontszámot elért csapaté a jobb helyezés. Ezután kerül sor az ünnepélyes díjkiosztóra. A 3. fordulót követően 192 tanuló és 48 pedagógus részesül jutalomban.

A megyei/körzeti és az országos döntő díjkiosztóján évfolyamonként és kategóriánként az első három helyen végzett csapat és tanáraik a színpadon élő zenei tisztelgést kapnak, amelyet ifjú zenei virtuózok adnak elő.

A tanárokat induló diákjaik száma és eredményessége alapján díjazzuk. Körzetenként és a döntőn egy-egy tanári fődíj is kiosztásra kerül.

A versenyen az értelmi nevelés mellett azonos szerephez jut az érzelmi nevelés:

- Külön erre a célra összeállított zenei szerkesztéssel fogadjuk a rendezvényre érkezőket.
- A versenyzők asztalán gyümölcs és egy szál rózsaszál várja a csapatokat, a rózsaszál egy fehér papíron, amin ezt olvashatják: „Az igazat érteni, a szépet érezni, a jót gyakorolni kell!” és a papír alján egy felszólítás: Ezzel a virággal a verseny után szereztek valakinek örömet!

## Válogatás a verseny feladataiból

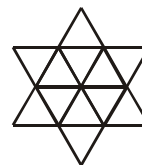
### *Feleletválasztós feladatok:*

**1. feladat:** Egy természetes szám a következő három tulajdonság mindegyikével rendelkezik: osztható 8-cal, számjegyeinek összege 7, és számjegyeinek szorzata 6. Ekkor a számban szerepelhet a következő számjegy:

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 6                      (E) 8

**2. feladat:** Az alábbiak közül hány háromszögre lehet szétdarabolni az ábrán látható, háromszöglapokból összeálló alakzatot, ha csak a vonalak mentén darabolhatunk? (A szétdarabolás során csak háromszögek keletkezhetnek.)

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 6  
(D) 10                     (E) 12



**3. feladat:** 1 cm élhosszúságú kiskockákból 6 cm élű tömör kockát építettünk. Az alábbiak közül hány kiskockát vehetünk el ebből a testből úgy, hogy a megmaradó test felszíne  $240 \text{ cm}^2$  legyen?

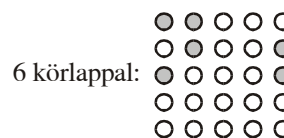
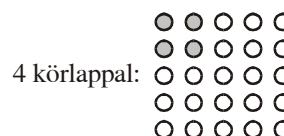
- (A) 6                      (B) 7                      (C) 8                      (D) 9                      (E) 10

**4. feladat:** Az alábbiak közül hány darabot színezhettek be az ábrán látható 25 körlapból úgy, hogy minden sorban, oszlopban és a két átlóban is páratlan számú színezetlen körlap maradjon?

- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4  
(D) 5                      (E) 6



**Megoldás:** Jelenleg minden sorban és minden oszlopban 5-5 színezetlen körlap található. Ahhoz, hogy a színezést követően minden sorban és minden oszlopban páratlan számú színezetlen körlap maradjon, soronként és oszloponként is, ahol színezzünk, páros számút kell kiszíneznünk. 2-vel nem érhetjük el, mert amelyik sorban kiszínezzünk két körlapot, abban a sorban páratlan marad színezetlen, viszont ezek oszlopában négy, azaz páros marad színezetlen. Ha viszont valamelyik oszlopban színezzünk ki 2-t, akkor a kiszínezettek sorában marad 4, tehát páros számú színezetlen. 4 vagy 6 körlap kiszínezésével megoldható a kérdés, például az ábrán látható módon.



Ha 3 vagy 5 körlap színezésével meg tudnánk oldani, hogy páratlan számú maradjon minden oszlopban színezetlen, akkor 3 esetén 22 és 5 esetén 20 körlap maradna összesen színezetlen. De, ha oszloponként összeadnánk a színezetlenül maradt körlapok számát (mivel minden oszlopban páratlan számút találnánk), az öt darab páratlan szám összege páratlan lenne, ami nem lehet sem 22, sem 20. Tehát nem fordulhat elő, hogy 3 vagy 5 körlap színezésével minden oszlopban páratlan számú színezetlen körlap maradjon.

**5. feladat:** A táblán a 30 és az 51 áll. Egy lépésben felírhatjuk a táblára bármely két táblán lévő szám különbségét (mindig a nagyobbikból vonjuk ki a kisebbiket). Melyik szám kerülhet néhány lépés után a táblára az alábbiak közül?

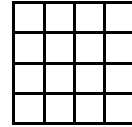
- (A) 3                      (B) 10                      (C) 12                      (D) 48                      (E) 50

**Megoldás:** A 30 és az 51 is osztható 3-mal, ezért a táblán minden szám 3-mal osztható lesz. Így csak a 3, 12 és a 48 jöhet szóba. Ezek pedig valóban előállnak:

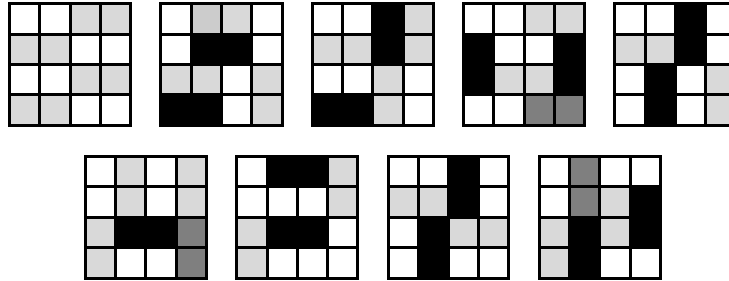
$$\begin{array}{lll} 51 - 30 = 21, & 30 - 21 = 9, & 51 - 9 = 42, \\ 42 - 30 = 12, & 12 - 9 = 3, & 51 - 3 = 48. \end{array}$$

**Részletes kidolgozást igénylő feladat:**

**Feladat:** Daraboljátok fel az összes lehetséges módon  $1 \times 2$ -es téglalapokra a mellékelt  $4 \times 4$ -es négyzetlapot! (Az egymásba forgatással vagy tükrözéssel átvihető megoldásokat nem tekintjük különbözőnek.)



**Megoldás:** Kilenc különböző helyes feldarabolás létezik:

**Szóbeli feladatok:**

**1. feladat:** Józsi bácsi egy farkassal, egy kecskével és egy fej káposztával egy folyóhoz érkezik, amin át szeretne kelni. Csak egy olyan csónak áll rendelkezésére, amellyel a felsoroltak közül csak egyet vihet át magával. Ha ő nincs jelen, a farkas felfalja a kecskét, illetve a kecske felfalja a káposztát. Átjuttathatja-e a farkast, a kecskét és a káposztát a túlsó partra úgy, hogy mindhárom megmaradjon? Ha igen, hogyan? Ha nem, miért nem?

**2. feladat:** Egy nagy kertben három fenyőfa áll, bármely kettő távolsága 30 m. A tulajdonos kiadja az utasítást, hogy készítsenek a kertben olyan körutat, amely mind a három fától 5 m távolságra halad. Hogyan valósíthatják ezt meg a körút készítői?

**3. feladat:** Adott 12 db 144-nél kisebb pozitív egész szám. Bizonyítsuk be, hogy kiválasztható közülük három, amelyek egy háromszög oldalai lehetnek!

**Villámkérdések:**

**1. feladat:** Milyen számjegy áll a százask helyi értékén a következő szorzatban?

$$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19$$

**2. feladat:** Melyik nagyobb:  $\frac{8}{9}$  vagy  $\frac{9}{10}$ ?

**3. feladat:** Egy kör alakú asztalnál 77-en ülnek, s mindenki gondol egy egész számra, majd mindenki felírja egy cédulára két szomszédja számának összegét. Miért nem állhat minden cédulán 2009?

**4. feladat:** Hány fokal szögöt zár be egymással a paralelogramma két szomszédos szögének szögfelezője?

Nagy-Baló András és Tassy Gergely

## S Z Ó K E F A L V I - N A G Y G Y U L A E M L É K V E R S E N Y

**Név:** Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematikai Emlékverseny

**Szervező:** Bolyai János Matematikai Társulat Csongrád Megyei Tagozata

**Felelős személy:** Dr. Kosztolányi József

**Résztvevők:** 9-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** levelező (1-2. forduló), hagyományos zárthelyi (3. forduló)

**Az első verseny rendezésének éve:** 1961

**Fordulók száma:** három

**1. forduló (iskolai):** november-december

**2. forduló (iskolai):** január-február

**3. forduló (országos döntő):** április második fele

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1-2. forduló:** nincs adat      **3. forduló:** 229 fő

**Telefon:** 06-62/544-095

**E-mail:** [kosztola@math.u-szeged.hu](mailto:kosztola@math.u-szeged.hu)

**Fax:** 06-62/544-548

**Honlap:** [www.math.u-szeged.hu](http://www.math.u-szeged.hu)

### A verseny története, bemutatása

A nagy hagyományokkal rendelkező matematikaversenyek egyike a Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematikai Emlékverseny, amelyet a 2009-2010. tanévben 48. alkalommal hirdettünk meg középiskolás diákok számára.

A verseny névadója Szőkefalvi-Nagy Gyula (1887-1953), a Szegedi Egyetem professzora volt. Szőkefalvi-Nagy Gyula egyetemi tanulmányait a kolozsvári egyetemen végezte matematika-fizika szakon. 1909-ben középiskolai tanári oklevelet szerzett és doktorált. 1915-ben a kolozsvári egyetemen egyetemi magántanárként habilitáltak algebra és függvénytan tárgykörből. 1921-től a szegedi Ferenc József Tudományegyetemen tanított, 1940 októberétől ismét Kolozsvárott, majd 1945-től újból Szegeden, a Bolyai Intézetben. A Magyar Tudományos Akadémia 1934-ben levelező, 1946-ban rendes tagjai sorába választotta. A Geometriai Tanszék vezetője volt a szegedi egyetemen 1921-től 1940-ig, majd a kolozsvári egyetemen is a Geometria Tanszék vezetője volt 1945-ig. 1945-től 1953-ig, haláláig ismét Szegeden volt tanszékvezető.

A versenyt először az 1961-62. tanévben rendezték meg a szegedi Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium szervezésében Csongrád megyei középiskolás diákok számára. A kezdetben megyei versenyhez előbb Bács-Kiskun és Békés megye középiskolái csatlakoztak, majd az utóbbi 20 év során az ország számos középiskolája bekapcsolódott a versenybe. Néhány éve a határon túlról (Szabadka, Zenta) is vannak a versenyen résztvevő diákok. A versenyfelhívást és az első forduló feladatait közel 100 középiskolába szoktuk kiküldeni minden tanév elején. A verseny három-

fordulós, mindegyik fordulóban hat, évfolyamonként különböző, nyílt végű feladatsort kapnak kézhez a versenyezni kívánó tanulók. A verseny feladatainak kitűzői egy adott tanévben egy, a versenyben résztvevő középiskola vagy megye matematikatanárai, illetve a Szegedi Tudományegyetem Bolyai Intézetének oktatói. Az első két forduló feladatainak megoldására mintegy másfél-két hónap áll a diákok rendelkezésére, így az itt kitűzött feladatokon otthon dolgozhatnak, egyes problémák kapcsán önálló kutatásokat végezhetnek. (A versenybizottság tagjai úgy gondolják és tapasztalják, hogy a diákok ilyen jellegű tevékenysége nagyon hasznos és eredményes.) Az első két forduló feladatainak megoldásait az iskolai matematikatanárok értékelik, és az elért pontszámok összesítése után javaslatot tesznek a döntő, harmadik fordulóra jutó tanulókra. A Szegedi Tudományegyetem Bolyai Intézetének oktatóiból és középiskolai tanárokból álló versenybizottság ezen javaslatok összevetésével alakítja ki a döntő fordulóra meghívott tanulók névsorát. A döntőben évente változó, a négy évfolyamon összesen kb. 200-250 tanuló vesz részt. A különböző helyszíneken, de azonos időben megrendezésre kerülő, négyórás döntőben elért eredmények alapján rangsorolja a bizottság a verseny helyezettjeit. Minden évfolyamon I., II. és III. díjat, valamint dicséretet adunk a legjobb dolgozatokat író tanulóknak. A díjazott és dicsérettel jutalmazott tanulók oklevélben részesülnek, ezen kívül a díjazott tanulók a szegedi POLYGON Kiadó matematika tárgyú könyveiből könyvjutalmat is kapnak.

A verseny a résztvevők számára ingyenes, a verseny szervezői, a feladatok kitűzői és a dolgozatok javítói is „ingyen” dolgoznak. A versennyel kapcsolatos postázási és adminisztrációs költségeket a Szegedi Tudományegyetem Bolyai Intézete fedezi, a jutalomkönyvekkel pedig a POLYGON Kiadó támogatja a nagy hagyományú versenyt.

A verseny alapvető célja a tehetségkutatás és tehetséggondozás. Ennek megfelelően a feladatok elsősorban a matematikát szerető, a matematika iránt érdeklődő 9-12. osztályos tanulóknak szólnak. Bár a nyílt végű feladatok ismeretanyag tekintetében nem, vagy csak alig haladják meg a középszintű érettségi követelményeknek megfelelő tananyagot, megoldásukhoz sok esetben eredeti ötletek és összetett gondolatmenetek szükségeltetnek. A feladatsorok összeállítói törekedtek arra, hogy egy feladatsoron belül a hat feladat fokozatosan nehezedő legyen, és az első néhány feladat megoldásával sikerélményhez jussanak a kevésbé felkészült tanulók is. Mivel a döntő forduló zárthelyi, ezért előfordul, hogy az első két forduló feladatai nehezebbek a döntő feladatainál. Minden egyes döntős feladatsorban van legalább egy olyan feladat, amelyik nagyon hasonló a megfelelő megelőző fordulók valamelyik feladatához.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Igazoljuk, hogy ha egy derékszögű háromszög két befogójának hossza  $a$  és  $b$ , átfogójának hossza pedig  $c$ , akkor  $2a^6 + 2b^6 - 2c^6 = 3c^2 \cdot (a^4 + b^4 + c^4)$ !

**Megoldás:** A Pitagorasz-tétel többszöri alkalmazásával alakítjuk előbb a bal, majd a jobb oldalt. A bal oldal átalakítása:

$$2a^6 + 2b^6 - 2c^6 = 2 \cdot [(a^2)^3 + (b^2)^3 - (a^2 + b^2)^3] = 2 \cdot (-3a^2b^2 \cdot (a^2 + b^2)) = -6a^2b^2 \cdot (a^2 + b^2).$$

$$\text{A jobb oldal átalakítása: } 3c^2 \cdot (a^4 + b^4 - c^4) = 3 \cdot (a^2 + b^2) \cdot [(a^2)^2 + (b^2)^2 - (a^2 + b^2)^2] =$$

$$= 3 \cdot (a^2 + b^2) \cdot (-2a^2b^2) = -6a^2b^2 \cdot (a^2 + b^2).$$

Ekvivalens átalakításokkal a bal és a jobb oldalt ugyanarra az alakra hoztuk, ezzel az állítást beláttuk.

**2. feladat:** Adott a síkon 100 pont úgy, hogy bármely két pont távolsága különböző. Minden pontot (egyenes szakasszal) összekötünk a hozzá legközelebbivel. Mutassuk meg, hogy a pontok mindegyikéből legfeljebb 5 szakasz indul ki.

*Megoldás:* Indirekt módon bizonyítunk. Tegyük fel, hogy van olyan  $P$  pont, amely legalább 6 másikkal össze van kötve! Ekkor a  $P$  pontból legalább 6 szakasz indul ki, amely szakaszok a teljes szöveget legalább 6 szögtartományra osztják. Így a skatulya-elvből következik, hogy lesz a  $P$ -ből kiinduló szakaszok között két olyan szomszédos, amelyek által közrezárt szög legfeljebb  $60^\circ$ . Ha a két szakasz  $P$ -től különböző végpontja  $A$  és  $B$ , akkor tehát az  $APB$  szög legfeljebb  $60^\circ$ . Mivel bármely két pont távolsága különböző, ezért az  $APB$  háromszög oldalai páronként különböző hosszúságúak. A  $P$  pont össze van kötve az  $A$  és a  $B$  ponttal, ezért a feltétel szerint az  $APB$  háromszög legnagyobb oldala  $AB$ . Így a feltételekből és az eddigi megállapításokból következik, hogy a  $PAB$  és  $PBA$  szögek mindegyike kisebb  $60^\circ$ -nál. Ez pedig azt jelenti, hogy az  $APB$  háromszög legnagyobb szöge, az  $APB$  szög nagyobb  $60^\circ$ -nál. Ez viszont ellentmondás, ami a feladat állítását bizonyítja.

**3. feladat:** Mutassuk meg, hogy ha  $x > 0$ ,  $y > 0$  és  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = a$ ,

$$\text{akkor } \frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{x} + \frac{x}{y^3} + \frac{y}{x^3} \geq 2 \cdot (a^2 - 2)!$$

*Megoldás:* Alakítsuk az egyenlőtlenség bal oldalát!

$$\begin{aligned} \frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{x} + \frac{x}{y^3} + \frac{y}{x^3} &= \frac{x^6y^2 + x^2y^6 + x^4 + y^4}{x^3y^3} = \frac{x^4(x^2y^2 + 1) + y^4(x^2y^2 + 1)}{x^3y^3} = \\ &= \frac{(x^4 + y^4) \cdot (x^2y^2 + 1)}{x^3y^3} = \frac{x^4 + y^4}{x^2y^2} \cdot \frac{x^2y^2 + 1}{xy} = \left( \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \right) \cdot \left( xy + \frac{1}{xy} \right). \end{aligned}$$

$$\text{A feltételből adódik, hogy } \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = \left( \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right)^2 - 2 = a^2 - 2.$$

$$\text{Így a bizonyítandó egyenlőtlenség: } (a^2 - 2) \cdot \left( xy + \frac{1}{xy} \right) \geq 2 \cdot (a^2 - 2).$$

Ismert, hogy bármely pozitív számnak és a reciprokának összege legalább 2, amiből adódik, hogy  $a^2 - 2 \geq 2 > 0$ , és  $xy + \frac{1}{xy} \geq 2$ . Ezzel beláttuk az eredeti egyenlőtlenséget. Egyenlőség pontosan akkor teljesül, ha  $xy = 1$ .

**4. feladat:** Az  $n$  pozitív egész szám prímtényező felbontásában csak két prím, a 2 és a 3 szerepel. Számítsuk ki  $n$  értékét, ha tudjuk, hogy  $n^2$ -nek háromszor annyi pozitív osztója van, mint az  $n$ -nek.

*Megoldás:* A feltétel szerint  $n = 2^p \cdot 3^q$  és  $n^2 = 2^{2p} \cdot 3^{2q}$ , ahol  $p$  és  $q$  természetes számok. A pozitív osztók összegére vonatkozó ismert összefüggés alapján  $d(n) = (p+1) \cdot (q+1)$  és  $d(n^2) = (2p+1) \cdot (2q+1)$ .

A feladat feltétele alapján felírható a következő egyenlet:  $3 \cdot (p+1) \cdot (q+1) = (2p+1) \cdot (2q+1)$ .

A szorzásokat elvégezve és 0-ra rendezve kapjuk, hogy  $pq - p - q - 2 = 0$ .

A bal oldalt szorzattá alakítva adódik, hogy  $(p-1) \cdot (q-1) = 3$ .

A feltételek alapján a két megoldás  $p-1 = 1$  és  $q-1 = 3$  vagy  $p-1 = 3$  és  $q-1 = 1$ .

Az első esetben  $n = 2^2 \cdot 3^4 = 324$ , a második esetben  $n = 2^4 \cdot 3^2 = 144$ .

**5. feladat:** Legyen egy számhalmaz összege a halmaz elemeinek összege, és legyen  $S$  az első 15 pozitív egész szám halmazának egy részhalmaza! Ha  $S$  bármely két diszjunkt részhalmazának különböző az összege, akkor legfeljebb mennyi lehet  $S$  összege?

*Megoldás:* Először megmutatjuk, hogy  $S$  legfeljebb 5 elemű. Tegyük fel, hogy  $|S| \geq 6$ . Ekkor  $S$ -nek legalább  $\binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} = 56$  legfeljebb 4 elemű nem üres részhalmaza van. Ezen részhalmazok összege legfeljebb  $15 + 14 + 13 + 12 = 54$  lehet, így a skatulya-elv alapján van közöttük kettő, amelyeknek megegyezik az összeg. Ha ezek diszjunktak, akkor azonnal ellentmondásra jutottunk. Ha nem diszjunktak, akkor a közös elemek elvétele után jutunk ellentmondásra. Ezzel beláttuk, hogy  $|S| \leq 5$ .

A továbbiakban belátjuk, hogy az  $S = \{8; 11; 13; 14; 15\}$  a legnagyobb összegű megfelelő részhalmaz. Mivel  $S$  összege 61, ezért a feladat a kérdésre 61 a válasz.

Legyen  $S' = \{a; b; c; d; e\}$ , ahol  $a < b < c < d < e$ , és jelölje  $s'$  az  $S'$  halmaz összegét!

Világos, hogy  $d+e \leq 29$  és  $c \leq 13$ . Mivel  $S'$ -nek  $\binom{5}{2} = 10$  darab 2 elemű részhalmaza van, ezért a feltétel alapján  $a+b \leq d+e - 10 + 1 \leq 20$ . Így  $s' \leq 20 + 13 + 29 = 62$ . Ha  $c = 13$ , akkor  $d = 14$ ,  $e = 15$  és  $s' = a+b+42$ . Mivel  $12 + 15 = 13 + 14$ , ezért  $b \leq 11$ . Ha  $b = 11$ , akkor mivel  $10 + 15 = 11 + 14$  és  $9 + 15 = 11 + 13$ , ezért  $a \leq 8$ . Így viszont  $s' \leq 8 + 11 + 42 = 61$ , ami állításunkat bizonyítja.

Kosztolányi József

## BONIFERT DOMONKOS VERSENY

**Név:** Bonifert Domonkos Matematikaverseny

**Szervező:** Csongrád Megyei Matematika-, Fizikatanárok Szegedi Alkotóműhelye

**Felelős személy:** Juhász Nándor

**Résztvevők:** 3-8. osztályos általános iskolai tanulók

**Hatókör:** a Kárpát mendencében magyar nyelven matematikát tanulók

**Forma:** levelező (1-4. forduló), zárthelyi (5. forduló)

**Az első verseny rendezésének éve:** 1987

**Fordulók száma:** öt

**1-4. forduló (iskolai):** szeptember, november, december, január

**5. forduló (döntő):** április

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 2000 Ft/fő (a határon túliaknak ingyenes)

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1-4. forduló:** 788 fő

**5. forduló:** 220 fő

**Telefon:** 06-62/541-502

**E-mail:** [ifjutehetseg@freemail.hu](mailto:ifjutehetseg@freemail.hu)

**Fax:** nincs

**Honlap:** [www.jgypk.u-szeged.hu/kar/alapitvany/bonifert](http://www.jgypk.u-szeged.hu/kar/alapitvany/bonifert)

### A verseny története, bemutatása

**A verseny névadójáról:** „Bonifert Domonkos rendkívüli ember, kiváló egyéniség volt.” – nyilatkozta róla dr. Szendrei János, egykori tanszékvezetője, majd így folytatta: „Legkedvesebb tanítványaim, később kollégáim közé tartozott. Nagyon igényes, nagyon tartalmas oktatói munkát végzett. A tanítás mellett tudományos munkájában is szép eredményeket ért el. A debreceni egyetemen védte meg a doktori disszertációját. Nagy elismeréssel szóltak a számfogalom kialakításáról írt dolgozatáról (ami részben didaktikai, részben szakmai vonatkozású volt) és szinte azonnal egyetemi doktori (PhD) tudományos fokozatnak ismerték el 1997-ben.”

A Juhász Gyula Tanárképző Főiskolán 1971-től 2002-ben bekövetkezett haláláig, 32 éven át dolgozott, főként analízist, majd matematika módszertant tanított. Előadásai élményszámba mentek. Nem a legnépszerűbb tantárgyakat tanította, mégis mindig őszinte tisztelet és szeretet övezte a hallgatóság részéről. Erre maradéktalanul rá is szolgált. Hallgatói így emlékeznek vissza: „Hallgatóként érthetetlen volt az a magabiztosság, amivel kezelte a tananyagot. Az áttekinthetetlennek tűnő káoszban, amit a tételek, állítások, bizonyítások és következmények alkottak, hihetetlenül otthonosan és lendületesen mozgott. Mégsem éreztette velünk soha, hogy tudatlanok vagyunk, amikor mi eltévedtünk ebben a dzsungelben.” Mindig nyitott, segítőkész volt, bátran fordulhattak hozzá kérdéseikkel, matematikai problémáikkal, de gyakran magánügyeikkel is.

Másik hallgatói vélemény: „Szerettem, hogy kiszámítható, őszinte, egyenes ember volt. Amint a vizsgán kérdezett, azt mindig le is adta előtte az órákon. Sosem kért olyat, amit nem tanított. Mércét mutatott, hogy legalább akkora igényességgel kel-



*lene gyakorolnunk a matematika tanítás mesteriségét, mint Ó.*” Hallatlan erő és dinamika jellemezte óravezetését. Rendkívül széles tájékozottság és intelligencia jellemezte, ami óriási érdeklődéssel párosult a matematika tudományán messze túlmutató kérdések felé is, amivel jó példát adott arra is, hogyan kell élni e gyorsuló világban ahhoz, hogy ne váljon az ember „szakbarbárrá”. Különleges szellemi csemegékre olykor csak drámai tömörséggel hívta fel környezetete figyelmét: „Bitang jó! Ezt nézze meg! Vagy olvassa el!”

Őnálló kötete is jelent meg „Néhány tipikus problémaszituáció matematikából” címen. Emellett a Polygon című folyóiratban megjelent számos cikk szerzője, társszerzője volt. Nagysikerű előadásokat tartott többek között a Bolyai János Matematikai Társulat által szervezett Rátz László vándorgyűléseken, pl. Szegeden, Zalaegerszegen. Számos más szervezésű tanár-továbbképzésen Kecskeméten, Kiskunhalason, Békéscsabán vagy Pécsen. Kedvenc területe volt a tehetséggondozás. Sokat fáradozott azon, hogy „Milyen ízes problémákkal lehetne megkínálni a srácokat?” Haláláról értesülve hallgatói így nyilatkoztak: „*A döbbenetes hír villámcsapásként ért minket. Hirtelen halálára csak egyetlen magyarázatot tudok: a Mennyország hiányolt egy ANGYALT.*”

Emlékét és nevét őrzi egy tehetséggondozó matematikaverseny és 2010-től egy matematika tagozatos általános iskola is Szegeden, amelyet eddig Makkosházi Általános Iskolának neveztek.

**A verseny története:** Csongrád megyében 1987-ben indult matematikából levelező verseny lelkes matematikatanárok kezdeményezésére Kis Matematikusok Levelező Versenye néven. A szervezők célja: eljutni azokhoz a kis iskolákban, elszórta létező tehetséges gyerekekhez, akik fogékonyak az érdekes matematikai problémák iránt, de iskolájukban nem működik matematika szakkör. Azokban az években drasztikusan csökkent a hajdan fontos küldetést betöltő Kis Matematikusok Baráti Köre szakkörök száma is. 1989-ben megalakult a Csongrád Megyei Matematika-, Fizikatanárok Szegedi Alkotóműhelye, mint egy (sehol be nem jegyzett) civil szakmai szervezet, vállalta e verseny feladatsorainak folyamatos összeállítását és a beküldött dolgozatok javítását, értékelését. Ez a rendszer már 23 éve egyre szélesebb körben sikeresen működik nálunk. Évente több száz levelező partnerünk van. Régen túlnőtte már a megye határait, az ország legkülönbözőbb részeiből érkeznek megoldások, sőt az országhatáron túlról is. Az utóbbi években már csaknem négyszáz határon túli magyar diák is bekapcsolódott e mozgalomba. A tehetségek felkutatására és folyamatos ápolására alkalmas és bevált forma ez, hiszen a levelezős szisztéma műfaji sajátossága, hogy a benevezettekén kívül sokan mások is foglalkozhatnak a feladott problémákkal, besegíthetnek a versenyzőknek. Biztosak vagyunk benne, hogy ha nem valami vére menő versengésnek, hanem értelmes, hasznos időtöltésnek fogjuk fel, akkor legalább dupla annyi ember (gyerek, felnőtt) „agytornájáról” gondoskodunk, mint ahány regisztrált versenyzőnk van. A feladatok összeválogatásánál fontos szempontnak tartjuk, hogy ne első elolvasásra rögtön megválaszolható kérdéseket intézzünk a gyerekekhez. Arra szeretnénk szoktatni őket, hogy tartósabban foglalkozzanak egy problémával, gondolják tovább ötleteiket. Általában két hét áll rendelkezésükre, hogy részletesen kidolgozva, indokolva

elkészítsék megoldásaikat a hozzájuk tartozó ábrákkal együtt, közben minden lehetséges segítő eszköz felhasználásával.

Jelentős lendületet adott versenyünknek, hogy hat éve – a szervezők és a Bonifert Domonkos Alapítvány közös megállapodása alapján – felvette a Bonifert Domonkos Matematikaverseny nevet. A névadó iránti tisztelet sok, volt tanítványt is megmozdított, akik beneveztek növendékeiket e folyamatos megmérettetésre. Az évek során folyamatosan terjed és fokozódik az érdeklődés a határon túli területeken is versenyünk iránt.

**A verseny bemutatása:** A négy forduló minden feladatsora négy feladatot tartalmaz. Minden beküldött megoldást az erre szerveződött (24 fős) zsűri értékeli (gyakran szövegesen is) és jó tanácsokkal látja el. Az egységes szempontok szerinti javítás érdekében minden feladatot más-más (lehetőleg más iskolában dolgozó) kolléga értékeli. Ezt a szakmailag igen komoly, mennyiségileg sem kevés munkát személyesen felvállalják az értékelő zsűri tagjai. A szervezést lebonyolító Ifjú Tehetségekért Jövőnk Érdekében Egyesület pedig mindig visszajuttatja az így kijavított dolgozatokat a versenyzőkhöz. Ez a mozzanat teszi egyedivé versenyünket és valóban folyamatosan megvalósuló tehetségevelő tevékenységgé mozgalmunkat. A több éve versenyzők munkáján jól látható – ezen jó tanácsok nyomán bekövetkező – pozitív irányú változás a tanulói munkák igényességében, kidolgozottságukban is. Számtalan példa igazolja, hogy versenyzőink az országos szervezésű, más versenyeken is eredményesen veszik az akadályokat. Természetesen tudjuk és bízunk benne, hogy az ottani sikereknek is első számú forrása az iskolai munka, a tanóra és a kollégák személyes közreműködése. Meggyőződésünk azonban, hogy a folyamatos edzettséghez hatékonyan járul hozzá ez a verseny is.

A négy forduló összesített eredményei alapján az évfolyamok legjobbjai (kb. 200 fő) zárthelyi döntőn vesznek részt, ahol már csak az önálló felkészültség érvényesül a teljesítményben. A legkiválóbb eredményt nyújtókat és felkészítő tanáraikat a Bonifert Domonkos Alapítvány ünnepélyes keretek között elismerésben, jutalmazásban részesíti. Nagy öröm számunkra, hogy a döntőben is és az ünnepélyes díjkiosztón is elért eredményeik arányában jelen vannak a határon túli területeket képviselő versenyzők is.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** A 2009-es évszám olyan négyjegyű szám, amelyben az első két számjegy összegét, ha megszorozzuk az utolsó két számjegy összegével, 18-at kapunk.  $(2+0) \cdot (0+9) = 2 \cdot 9 = 18$ . Hány ilyen évszám volt az előző évezredben, ahol az így képzett szorzat szintén 18?

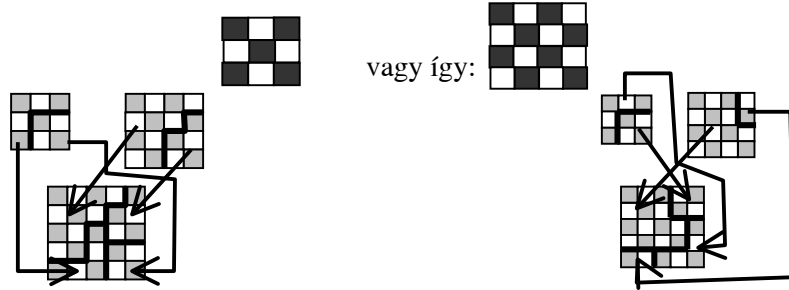
**Megoldás:** A 18 az  $1 \cdot 18$ , a  $2 \cdot 9$  vagy a  $3 \cdot 6$  kéttényezős szorzatként állítható elő természetes számokkal. Ezért az első két számjegy összege 1, 2, 3, 6 vagy 18 lehet, vagyis ezeket számokat kell két egyjegyű természetes szám összegére bontani úgy, hogy az egyik tag 1 legyen, mivel az „előző évezredről” van szó. Ezeket figyelembe véve 25 ilyen évszám volt az előző évezredben.

1099; 1109; 1118; 1127; 1136; 1145; 1154; 1163; 1172; 1181; 1190;  
 1206; 1215; 1224; 1233; 1242; 1251; 1260;  
 1503; 1512; 1521; 1530;  
 1802; 1811; 1820.

**2. feladat:** Van egy  $3 \times 3$ -as és egy  $4 \times 4$ -es sakktabla. Vágjuk szét mindkettőt legfeljebb két részre úgy, hogy a mezőkre nem vágunk bele, és a keletkezett darabokból összeállítható egy  $5 \times 5$ -ös (jól színezett) sakktabla!

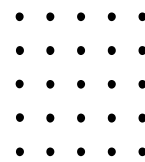
**Megoldás:**

Például így:

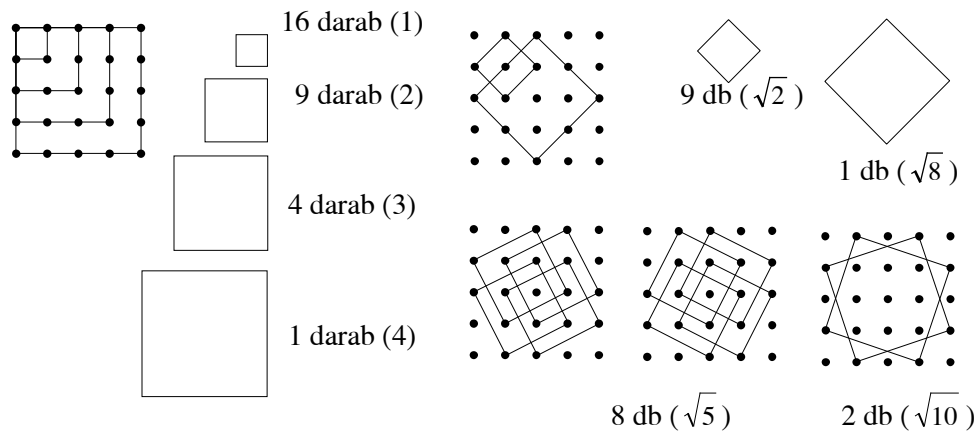


**3. feladat:** Válasszuk ki a 25 „pont” közül négyet úgy, hogy azok egy négyzet csúcsai legyenek!

- Hány különböző oldalhosszúságú négyzet van?
- Az egyes fajtákból hány darab négyzet van?



**Megoldás:**



Ha a ponttrács két szomszédos pontjának távolságát egységnyinek tekintjük, akkor 8 féle különböző oldalú négyzet van: (1; 2; 3 és 4, valamint  $\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{8}$ ;  $\sqrt{5}$  és  $\sqrt{10}$  oldalú); az ábrák mellett látható darabszámban.

Juhász Nándor

## ÖVEGES JÓZSEF EMLÉKVERSENY

**Név:** Öveges József Emlékverseny

**Szervező:** Eötvös József Gimnázium matematika és fizika munkaközössége (Tata)

**Felelős személyek:** Ádám Árpád, Kovács Mária, Magyar Csabáné

**Résztvevők:** 9-10. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos és magyar tannyelvű szlovákiai iskolák

**Forma:** egyéni és csapat

**Az első verseny rendezésének éve:** 1980

**Fordulók száma:** kettő

**1. forduló (iskolai):** október közepe

**2. forduló (országos döntő):** november közepe

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 5000 Ft/csapat

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 200 fő

**2. forduló:** 144 fő

**Telefon:** 06-34/587-560

**E-mail:** eotvos@eotvos-tata.sulinet.hu

**Fax:** 06-34/487-844

**Honlap:** www.eotvos-tata.sulinet.hu

### A verseny története, bemutatása

A matematika- és fizikaversenyt Öveges József, a gimnázium volt tanárának tiszteletére rendezzük. A délelőtti dolgozat után ebéd következik, majd kora délután egy tudományos előadáson vehetnek részt a versenyzők, melyet az eredményhirdetés követ.

Az első fordulót a benevezett intézmények a saját iskolájukban szervezik. Ennek a fordulónak a célja az iskola csapatának a kiválasztása. Egy csapatot két kilencedikes és két tizedikes diák alkot. A verseny szervezői az első fordulót levélben küldött feladatsorral, megoldó kulccsal és pontozási útmutatóval támogatják.

A második fordulóra a tatai Eötvös József Gimnáziumban kerül sor. A versenyzők 60 perc alatt három fizika, majd újabb 60 perc alatt három matematika feladatot oldanak meg. A megoldásokra a nevüket nem, csak a versenyzői kódjukat írják fel. Önállóan dolgoznak, függvénytáblázat és számológép használható. A verseny alatt a felügyeletet a termekben a csapatok kísérő tanárai látják el. A feladatok megoldását a verseny után ismertetik. A feladatok javítását 5-6 fős munkacsoportok végzik, melyek szabadon alakulnak, vezetőjük egy „eötvösös” tanár. A feladatokhoz készül javítási útmutató, de az összes lehetséges módszert lehetetlen előre látni, ezért a munkacsoport a javítás során kiegészíti, fejleszti az útmutatót. Minden tanuló munkáját két tanár értékeli, véleménykülönbség esetén a munkacsoport dönt a pontszámról.

Az elérhető pontszám feladatonként 10 pont, összesen 30 matematikából és 30 fizikából, tehát 60 pont. A javítás végeztével az elért pontszámokat számítógép segítségével összegzik. Eredményhirdetésre a verseny után kb. 3 órával kerül sor,

négy különböző kategóriában: fizika egyéni verseny, matematika egyéni verseny, fizika-matematika egyéni összetett verseny, a csapatok versenye. Oklevelet és könyvjutalmat kap a három egyéni kategória első hat helyezettje, a csapatverseny első hat helyezettjének 4-4 tagja.

A verseny 30 éves, ez alatt az idő alatt az Öveges József Emlékverseny komoly szakmai rangra tett szert. Az ország több, a matematika és fizika oktatásában eljáró középiskolája küld diákokat az Eötvös József Gimnáziumba. A verseny jellege nemcsak a speciális tantervű gimnáziumok számára vonzó, hanem az általános tantervű gimnáziumok és a szakközépiskolák számára is. A szlovákiai magyar tantervű iskolákkal fennálló folyamatos együttműködésnek köszönhetően több csapat érkezik tőlük is. Összesen mintegy 50 gimnázium vált rendszeres vendéggé.

A huszadik és a harmincadik verseny kétnapos program volt. Mindkét alkalommal ünnepi kiadvány jelent meg Öveges Józsefről, az addigi versenyek feladatairól, helyezettejének névsoráról. A versenyzők részt vehettek Öveges József szobrának avatásán, a tatai Öreg tó partján.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Mind a 200 kilencedikes tanuló vásárolt Eötvös pólót. Öt színből és négy méretből választhattak. Az összesítés adatai hiányosak, csak a következőket tudjuk:

- pirosat 136-an, kéket 104-en, sárgát 64-en rendeltek,
- pirosból, kékből és sárgából csak M és L méretű volt,
- 48 tanuló kért X méretűt,
- mindenki legfeljebb két pólót vett, és azt egyforma méretben, különböző színben.

a) Hányan kértek S méretűt?

b) Hány olyan tanuló volt, aki pirosat és sárgát is vett?

**2. feladat:** Vegyük egy kocka következő pontjait: a csúcsokat, az élközéppontokat, a lapközéppontokat és a testközéppontot. Minden egyes ponthoz rendeljük hozzá egy-egy értéket: vagy az 1-et, vagy a  $-1$ -et. Tekintsük az összes olyan egyenest, amelyen pontosan három pont van az előbb felsoroltak közül, és minden egyeneshez rendeljük hozzá a rá illeszkedő pontok értékének szorzatát. Lehet-e az egyenesekhez rendelt számok összege 0?

**Megoldás:** Számoljuk össze az egyeneseket! Minden élre illeszkedik egy: 12 db. Minden lapon illeszkedik ezen kívül egy-egy egyenes a lapátlókra és a középvonalakra (6 lapon laponként 4 egyenes): 24 db. A kocka középpontján áthaladó egyenesek közül 4 a testátlókra illeszkedik, 3 a lapközéppontokat, 6 az élfelező pontokat köti össze: 13 db. Ez összesen 49 db egyenes.

Az egyenesekhez rendelt szám vagy 1, vagy  $-1$ . Az összeg akkor lehetne 0, ha az 1-esek és a  $-1$ -esek száma megegyezne. Páratlan számú egyenes esetében ez lehetetlen. Az egyenesekhez rendelt számok összege nem lehet 0.

Kovács Mária

## BUDAPESTI ÁLTALÁNOS ISKOLÁSOK VERSENYE

**Név:** Budapesti Általános Iskolások Matematikaversenye

**Szervező:** Általános Iskolák Matematika Munkaközösség Vezetők

**Felelős személy:** Rubóczky György

**Résztvevők:** 5-8. osztályos nyolcosztályos általános iskolai tanulók

**Hatókör:** Budapest

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 2003

**Fordulók száma:** kettő

**1. forduló (kerületi):** kerületenként a tavaszi szünet előtti héten

**2. forduló (országos döntő):** május eleje

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 3000-3500 fő    **2. forduló:** 180 fő

**Telefon:** 06-1/210-1031

**E-mail:** rubo@fazekas.hu

**Fax:** nincs

**Honlap:** www.fazekas.hu

### A verseny története, bemutatása

Az ezredforduló éveiben megfigyelhető volt, hogy a Varga Tamás Matematika Verseny döntőjében és helyezettjei között jóval több a hat- és nyolcosztályos gimnáziumi diák, mint az általános iskolás. Ez tulajdonképpen nem volt meglepő, hiszen azok a tanulók, akiknek az érdeklődése korábban kialakult, a gondolkodása az átlagénál elvontabb volt, elsősorban ezekben a gimnáziumi osztályokban voltak hetedikesek, vagy nyolcadikosok.

A Fővárosi Pedagógiai Intézet matematika vezető szaktanácsadója és kerületi matematika tantárgygondozói ezért határozták el 2003-ban, hogy Budapesten versenyt szerveznek az általános iskolai felső tagozatos tanulók számára évfolyamonként.

Azóta minden évben tavasszal megrendezésre kerül a Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye. A verseny rendszere a következő:

Minden kerület megrendezi a saját versenyét, és az ott évfolyamonként legjobban szereplő 2-2 tanulót nevez be a budapesti versenyre. Így tehát mind a négy évfolyamon 46-46 tanuló versenyez. Formálisan ugyan nem az, de ezt nevezhetjük ebben a versenyben döntőnek.

Indulásakor a verseny szakmai irányítója Somfai Zsuzsa, az FPI akkori matematika vezető szaktanácsadója volt, ennek a feladatkörnek a megszűnése óta máig is Rubóczky György, a Fővárosi Fazekas Mihály Általános Iskola és Gimnázium tanára a szakmai vezető.

A kerületi versenyeken az ott működő matematikatanárok munkaközösségének döntése szerint saját maguk által összeállított, vagy a szakmai vezető által javasolt

feladatokkal versenyeznek a tanulók évfolyamonként. A budapesti verseny feladatait a kerületi tantárgygondozók javaslatainak felhasználásával állítják össze, és ők alkotják a dolgozatokat javító zsűrit is.

A verseny megrendezéséhez először a VI. ker. Bajza utcai Általános Iskola, majd két év után, több éven át a XI. kerületi Törökugrató úti Általános Iskola, az idei tanévben pedig a II. ker. Áldás utcai Általános Iskola adott helyet, és vállalta a szervezés ezzel járó feladatát.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Van négy edényünk. Az első háromban víz van, a negyedik üres. A másodikban kétszer annyi víz van, mint az elsőben és a harmadikban kétszer annyi víz van, mint a másodikban. Ha a negyedik edénybe átöntjük az első edényből a víz felét, a másodikból a víz harmadát és a harmadikból a víz negyedét, akkor a negyedik edényben 26 l víz lesz. Hány liter víz van az összes edényben együttvéve?

**2. feladat:** Ábel egy papírra egymás után egész számokat írt. A következőt az előzőből úgy kapta, hogy felváltva kettővel szorozta, illetve levont hármat. Például az 1; 2; -1; -2; -5; -10 számsorozat eleget tesz a feltételnek, de a 10; 7; 4; 8; 16; 32 számsorozat nem tesz neki eleget. Egy idő múlva összeadta az utolsónak leírt öt számot, 114-t kapott. Melyik 5 számot adta össze?

**3. feladat:** Gondoltunk egy pozitív egész számra, melyben nagyobb számjegy nem előz meg kisebb számjegyet. Számjegyeinek minden lehetséges módon való felcserélésével további öt különböző számot lehet képezni. Ha az utóbbi öt számot hozzáadjuk az eredeti számhoz, akkor 4218-at kapunk. Mely számra gondolhattunk?

**4. feladat:** Bizonyítsuk be, hogy ezer egymás utáni természetes szám összege nem lehet prímszám!

**5. feladat:** Pénzem négyötöd része fémpénz, egyötöd része papírpénz volt. Elköltöttem a fémpénz felét. Most összes pénzemnek hányad része fémpénz?

*Megoldás:* Pénzemet 5 egyenlő részre osztva 1 rész papírpénz, 4 rész fémpénz.

Az utóbbinak elköltöttem a felét, így maradt 2 rész fémpénz és 1 rész papírpénz, tehát a fémpénz a maradék pénzem  $\frac{2}{3}$  része.

**6. feladat:** Adottak a koordináta-rendszerben az  $A(0; 0)$ ,  $B(5; 0)$ ,  $C(3; 2)$ ,  $D(0; 1)$  pontok. Bizonyítsuk be, hogy az  $ABCD$  négyszög átlói  $45^\circ$ -os szöget zárnak be!

*Megoldás:* Egészítsük ki az ábrát az  $E(3; 3)$  ponttal! Az így kapott  $DAEC$  négyszög paralelogramma, ezért  $AC$  és  $DE$  párhuzamosak. Az  $EDB$  szög egyállású a keresett szöggel. Az  $EDB$  háromszög egyenlő szárú derékszögű háromszög, mivel  $DE$  és  $EB$  egy-egy  $2 \times 3$ -as téglalap átlója,  $D$  pedig  $B$ -nek  $E$  körüli  $90^\circ$ -os elforgatottja. Így a keresett szöggel egyállású szög  $45^\circ$ -os, tehát az állítás igaz.

Rubóczky György

## ALAPMŰVELETI VERSENY

**Név:** Alapműveleti Matematikaverseny

**Szervező:** Mikszáth Kálmán Utcai Általános Iskola Matematika Munkaközössége

**Felelős személy:** Zsiborás József

**Résztvevők:** 4-8. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1996

**Fordulók száma:** három

**1. forduló (iskolai):** február

**2. forduló (megyei):** április eleje (szerdai napon)

**3. forduló (országos döntő):** május eleje (szombati napon)

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 800 Ft/fő

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 30 000 fő

**2. forduló:** 6875 fő

**3. forduló:** 105 fő

**Telefon:** 06-85/411-207

**E-mail:** amv@mikszath-marcali.hu

**Fax:** 06-85/411-050

**Honlap:** mikszath-marcali.hu

### A verseny története, bemutatása

Ebben a tanévben lett 15 éves a verseny. A résztvevők köre 1996 óta évről évre bővült. 2001 óta az Alapműveleti Matematikaverseny volt a legnépszerűbb matematikaverseny Somogy megyében, országosan a második helyen álltunk. Egyre több tanuló szereti megmérni tudását olyan matematikai ismeretekből, amik a mindennapi élet problémáinak megoldásában, számításokban, mértékváltásokban jelentkeznek. Az oktatási reformok is ezt a tematikát igazolják.

Más matematikaversenyek során az tapasztalható, hogy a diákoknak legfeljebb egy százaléka szerepel elfogadható sikerrel, mivel a legtöbb megmérettetésen kizárólag a logikus gondolkodást mérik. Ráadásul a számítási műveletek igen alacsony fokon szerepelnek a versenyfeladatokban, ezért még a legjobbak számára is elhanyagolhatóvá válik a mértékváltások, becslések, kalkulációk pontos ismerete.

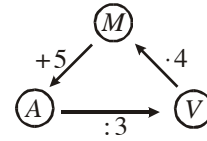
Összegyűjtöttük az alapfeladatokat, melyek a 4-8. osztályos matematikatanítás részei, sokszor követelményei. Az összeállított feladatsorok nagyfokú koncentrációt, a megoldáshoz eljutó legegyszerűbb út ismeretét kívánják. A tanulók felkészüléséhez 2000. évtől kezdődően feladatgyűjteményeket jelentetünk meg. A versenyfeladatok készítői iskolánk nevelői, akik nem egyszer alkotnak tanítóknak és tanároknak is érdekes, hasznos feladatokat. A munkaközösség tagjai: Enhofferné Vörös Mária, Fuisz Jánosné, Gaál Tiborné, Guricza Gyula, Guriczáné Kaposi Györgyi, Győrei István, Horváth László, Ledniczki Istvánné és Zsiborás József.



## Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Mennyi az  $A - M - V$  értéke?

*Megoldás:* Az ábra alapján  $A = M + 5$ ;  $M = V \cdot 4$ ;  $A = V \cdot 3$ . Az első összefüggésbe a másik kettőt helyettesítve  $V \cdot 3 = V \cdot 4 + 5$ , ebből  $V = -5$ . Ezt a másodikba írva  $M = -20$ , majd ezt az elsőbe írva  $A = -15$ . Ezután  $A - M - V = -15 - (-20) - (-5) = 10$ .



**2. feladat:** Add meg  $x$ ,  $y$ ,  $z$  értékét, ha  $(x - y) = 2010$ !

*Megoldás:*  $x = 845$ ;  $y = -109$ ;  $z = 5$ .

**3. feladat:** Öt különböző természetes szám átlaga 2009. Mennyi a lehető legnagyobb közülük?

| $x$ | $y$ | $z$ |
|-----|-----|-----|
|     | 175 | 3   |
| -42 |     | 30  |
| 438 | 36  |     |

*Megoldás:* A lehető legnagyobbat akkor kapjuk, ha a másik négy a lehető legkisebb, azaz 0; 1; 2; 3. A 2009 ötszöröséből ki kell vonni az előbbi négy számot, és ez a 10039.

**4. feladat:** Mely egész számok teszik igazzá az állításokat?

$$a) \frac{a^3 - a^2}{a^2 - a} = -1$$

$$b) \frac{(-2)^x \cdot 3^x}{2^x \cdot (-3) \cdot x} > 0$$

*Megoldás:* a)  $a = -1$ . A feladatot próbálgatással oldjuk meg, vigyázni kell, hogy a nevező nem lehet 0, ügyelni kell a negatív számok 2. és 3. hatványának előjelére.

b)  $x =$  pozitív páratlan vagy negatív páros szám. Előbbi esetben a nevező és a számláló is negatív, utóbinál mindkettő pozitív.

**5. feladat:** Mennyi az  $x$  értéke, ha a betűk az egymáshoz legközelebbi pozitív egész számokat jelentik?

$$2 \cdot x + y + 4 \cdot y = 1122$$

*Megoldás:*  $2x + 5y \approx 7y$ -ből látszik, hogy 7-tel kell osztani az 1122-t. A hányados 160, a maradék 2. Ez mutatja, hogy  $y = 160$  és  $x = 161$ .

**6. feladat:** Mely pozitív egészekre gondoltam, ha a 2 szám

a) hányadosa és szorzata is 3

b) négyzeteik összege 41

c) szorzatának fele 5

*Megoldás:* Próbálgatással érdemes megoldani. Vigyázat: a c) feladatnak két megoldása van! Eredmények a) 1; 3 b) 4; 5 c) 2; 5 és 1; 10.

**7. feladat:** Mennyi az  $A \cdot M \cdot V$  értéke, ha  $A + M = 72$ ,  $A + V = 73$ ,  $M + V = 11$ ?

*Megoldás:* Az első két összegből kivonjuk a harmadikat, akkor az  $A$  értékének kétszeresét kapjuk. Ezt felezve  $A = 67$ . Az első sorból  $M = 5$ , harmadik sorból  $V = 6$ . Ezután  $67 \cdot 5 \cdot 6 = 2010$ .

Zsiborás József

## B Á C S - K I S K U N M E G Y E

**Név:** *Bács-Kiskun Megyei Matematikaverseny*

**Szervező:** *Hunniareg Pedagógiai Intézet, BJMT Bács-Kiskun Megyei Tagozata*

**Felelős személy:** *Varga József*

**Résztvevők:** *9-12. osztályos tanulók*

**Hatókör:** *megyei*

**Forma:** *egyéni, hagyományos*

**Az első verseny rendezésének éve:** *1968*

**Fordulók száma:** *kettő*

**1. forduló (iskolai):** *november első hétfő*

**2. forduló (döntő):** *november utolsó szombat*

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** *500 Ft/fő*

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben**

**1. forduló:** *572 fő*

**2. forduló:** *189 fő*

**Telefon:** *06-76/481-474*

**E-mail:** *bjg@pr.hu; varga.jo@t-online.hu*

**Fax:** *06-76/486-942*

**Honlap:** *www.banyai-kkt.sulinet.hu*

### A verseny története, bemutatása

A versenyt Hadi István szervezte meg és indította útjára az 1968/69. tanévben. A versenyt gimnáziumi tanulóknak hirdették meg 9-12. évfolyamokon, két fordulóval, fordulónként 5-5 feladattal. A második forduló dolgozatait Hadi tanár úr javította kollégáival, és az itt elért teljesítmények alapján hirdettek eredményt. Az 1986/87-es tanévi verseny eredményhirdetésén Hadi tanár úr bejelentette, hogy a továbbiakban nem tudja vállalni a verseny szervezését. A megye középiskoláinak matematika munkaközösségei úgy döntöttek, hogy a versenyt a továbbiakban is megszervezik. A koordinátori feladatokat a Bács-Kiskun megyei Pedagógiai Intézet látta el. A verseny lebonyolítását a középiskolák önkéntes vállalás alapján végezték. Az 1987/88. tanévtől kezdődően a versenyt szakközépiskolai és gimnáziumi kategóriában hirdették meg.

**A verseny szervezése, lebonyolítása:** Feladatsorok összeállítójának felkérése, felelős: Varga József (BJMT). Egy-egy feladatsor készítő általában két-három éven keresztül készítette a feladatsorokat. Feladatsor összeállítók voltak az elmúlt években: dr. Katz Sándor, Deli Lajos, dr. Kosztolányi József, Bíró Bálint.

1. Versenyfelhívás eljuttatása az iskoláknak, felelős: Varga József (BJMT).

2. Nevezések elküldése elektronikus úton a rendező iskolának.

3. Az első forduló lebonyolítása (november első hétfője), dolgozatokat az iskola munkaközösségei javítják és felterjesztik azokat a rendező iskolának. A rendező iskola versenybizottsága felüljavítás után dönt a második fordulóba történő meghívásról.

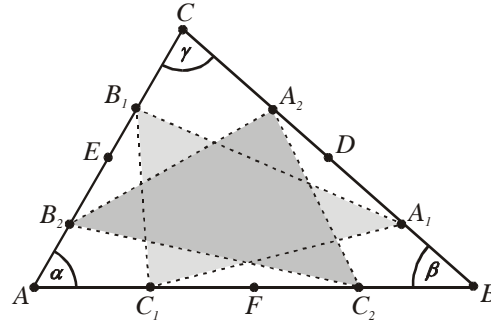
4. A második forduló megrendezése:
  - a) Versenyzők kódolása, felelős: Varga József (BJMT).
  - b) Dolgozatok megírása (három helyszín).
  - c) Dolgozatok javítása (két javító), rangsorolása, visszakódolása, díjazottak megadása, felelős: rendező iskola versenybizottsága.
5. Ünnepélyes eredményhirdetés, felelős: rendező iskola.
6. A kiadvány elkészítése (a verseny statisztikája, feladatok és megoldásaik, eredmények).

A verseny mindkét fordulójában minden évfolyamon 6-6 nyíltvégű feladatot kell megoldani. A két kategóriában ugyanazokat a feladatokat kell megoldani. A verseny segítheti az országos versenyekre való felkészülést is.

### Egy feladat a 2009/2010-es tanév versenyéről

**I. feladat:** Az  $ABC$  háromszög oldalait pozitív körüljárás irány szerint körbejárjuk és sorban megjelöljük a  $BC$  oldalon az  $A_1$  és  $A_2$ , a  $CA$  oldalon a  $B_1$  és  $B_2$ , végül az  $AB$  oldalon a  $C_1$  és  $C_2$  belső pontokat úgy, hogy a körbejárás iránya szerint minden oldalon a kisebb sorszámú pont következik előbb. A kapott pontpárok mindegyike az adott oldal felezőpontjára szimmetrikusan helyezkedik el. Bizonyítsuk be, hogy az  $A_1B_1C_1$  és  $A_2B_2C_2$  háromszögek egyenlő területűek!

**Megoldás:** Az ábrán a  $D$ ;  $E$ ;  $F$  pontok az adott oldalak felezőpontjai.  $A_1$  és  $A_2$  a  $D$ -re vonatkozóan szimmetrikusak, ezért  $BA_1 = CA_2 = x$ . A  $CA$  oldalon  $CB_1 = AB_2 = y$ , az  $AB$ -n  $AC_1 = BC_2 = z$ . A területekre:  $T_{A_1B_1C_1} = T_1 = T_{ABC} - T_{AC_1B_1} - T_{BA_1C_1} - T_{CB_1A_1}$ , és  $T_{A_2B_2C_2} = T_2 = T_{ABC} - T_{AC_2B_2} - T_{BA_2C_2} - T_{CB_2A_2}$ . A szokásos jelölésekkel és a  $T_{ABC} = T$  rövidítéssel  $T_1 = T - \frac{z \cdot (b-y) \cdot \sin \alpha + x \cdot (c-z) \cdot \sin \beta + y \cdot (a-x) \cdot \sin \gamma}{2}$  és



$T_2 = T - \frac{y \cdot (c-z) \cdot \sin \alpha + z \cdot (a-x) \cdot \sin \beta + x \cdot (b-y) \cdot \sin \gamma}{2}$ . Elég bizonyítani, hogy

$z \cdot b \cdot \sin \alpha + x \cdot c \cdot \sin \beta + y \cdot a \cdot \sin \gamma = y \cdot c \cdot \sin \alpha + z \cdot a \cdot \sin \beta + x \cdot b \cdot \sin \gamma$ . Ez viszont igaz, hiszen a  $\sin \alpha = \frac{2T}{b \cdot c}$ ;  $\sin \beta = \frac{2T}{a \cdot c}$ ;  $\sin \gamma = \frac{2T}{a \cdot b}$  összefüggésekből a  $z \cdot \frac{2T}{c} + x \cdot \frac{2T}{a} + y \cdot \frac{2T}{b} = y \cdot \frac{2T}{b} + z \cdot \frac{2T}{c} + x \cdot \frac{2T}{a}$  azonosság adódik. Így  $T_1$  és  $T_2$  jobb oldalán a tényezők csak az összeadandók sorrendjében különböznek, tehát az  $A_1B_1C_1$  és  $A_2B_2C_2$  háromszögek területe valóban megegyezik.

Bíró Bálint és Varga József

## BARANYA MEGYE

**Név:** Fejér Lipót Matematika Kupa

**Szervező:** Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimn. és Kollégiuma (Pécs)

**Felelős személy:** Ritter Betty

**Résztvevők:** 11-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei

**Forma:** egyéni és csapat, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1962

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (megyei):** november közepe

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 800 Ft/fő

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 92 fő

**Telefon:** 06-72/312-888

**E-mail:** [crnl@mail.crnl.hu](mailto:crnl@mail.crnl.hu)

**Fax:** 06-72/516-553

**Honlap:** [www.crnl.hu](http://www.crnl.hu)

### A verseny története, bemutatása

Mintegy fél évszázados múltra tekint vissza a Fejér Lipótról elnevezett megyei matematikaverseny. 1962 óta évente rendezik az akkori nevén Nagy Lajos Gimnázium, mai nevén Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimnáziuma. Bár a közoktatás rendszere, a tagozatos oktatás, az érettségi szerkezete és követelményei is többször változtak, iskolánk fenntartója újra az államosítás előtti fenntartó, a Ciszterci Rend, a verseny folyamatosága megmaradt. A verseny egyéni díjai jelképesek, az összesített csapatverseny győztese vándor-kupát őrizhet egy évig. Csaknem húsz éve Baranya, Somogy és Tolna megye tanárainak közreműködésével a megyei verseny folytatásaként a három megye versenyét is megrendezik (két évvel ezelőtt negyedikként Zala megye is csatlakozott), amelyen a megyei versenyek legeredményesebb tanuló képviselik megyéjüket.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1.feladat:** A gödényházi sörivó versenyen hárman kerültek a döntőbe: a tűzoltóparancsnok, a kántor és a harangozó. A kijelölt idő alatt a tűzoltóparancsnok és a kántor együtt kétszer annyi sört ivott meg, mint a harangozó. A tűzoltóparancsnok és a harangozó együttes teljesítménye viszont háromszor annyi, mint a kántoré. Ki nyerte a versenyt?

**2. feladat:** Hány olyan háromjegyű szám van, amelynek

**a)** minden jegye páratlan?

**b)** minden jegye páros?

c) Mennyi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen felírt háromjegyű számnak páros és páratlan számjegye is van?

d) Hány olyan háromjegyű szám van, amelyekben a jegyek a nem növekvő sorrendben követik egymást, azaz egyik jegy sem nagyobb az előtte állónál? (Pl. a 971 és 665 megfelelő, de a 634 nem, mert a 3-4 sorrend növekvő.)

3. **feladat:** Az  $y=(x-1)^2+2$  parabola  $P_1$ , és  $P_2$  pontjából az  $A(1, 2)$  és  $B(1, 6)$  pontok által meghatározott szakasz derékszögben látszik. Mekkora az  $AP_1BP_2$  négy-szög területe?

4. **feladat:** Egy téglalap két oldala 11 cm és 13 cm. Sarkaiból egybevágó derékszögű háromszögeket vágunk le úgy, hogy egyenlő oldalú nyolcszög maradjon. Hány százaléka a megmaradó nyolcszög területe a téglalap területének?

5. **feladat:** Az  $ABC$  háromszög  $CA$  oldalát megrövidítjük az  $AA'$  szakasszal, a  $CB$  oldalt pedig ugyanakkora  $BB'$ -vel meghosszabbítjuk. Az  $A'B'$  egyenes az  $AB$  egyenest  $E$ -ben metszi. Igazoljuk, hogy  $A'E:EB'=CB:CA$ !

6. **feladat:** A  $p$  paraméter milyen egész értékei esetén lesz az egyenlet minden gyöke egész?  $(p+2) \cdot x^2 + (2p-1) \cdot x + p^2 - 5p - 4 = 0$

7. **feladat:** a) Az  $ABC$  derékszögű háromszögbe írható kör az  $AB$  átfogót  $D$ -ben érinti. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög területe:  $T_{ABC} = AD \cdot DB$ !

b) Az  $ABC$  hegyesszögű háromszög köré írható körének sugara  $R$ , a háromszög talpponti háromszögének félkerülete  $s'$ . Bizonyítsuk be, hogy az  $ABC$  háromszög területe:  $T_{ABC} = R \cdot s'$ !

8. **feladat:** Egy derékszögű trapéz érintőnégyzög is, párhuzamos oldalai:  $a$  és  $c$ . Számítsa ki a beírható kör sugarát!

9. **feladat:** Egy háromszög szögeinek tangensei úgy aránylanak egymáshoz, mint  $1:2:3$ . Adja meg az oldalak arányának pontos értékét!

10. **feladat:** Egyenlő szárú háromszög alaphoz tartozó magassága 20 egység, a szárához tartozó magassága 24 egység. Számítsa ki a háromszögbe és a háromszög köré írt kör sugarát!

11. **feladat:** Igazolja, hogy az  $n^7 - 14n^5 + 49n^3 - 36n$  kifejezés osztható 5040-nel, ha az  $n$  3-nál nagyobb egész szám!

12. **feladat:** Határozza meg az összes olyan derékszögű háromszög oldalainak hosszát, amelyeknek oldalai egész számok, és kerületük mérőszáma egyenlő területük mérőszámával!

13. **feladat:** Oldja meg az  $(x^2 - x + 1)^{x-2} > 1$  egyenlőtlenséget a valós számok halma-zán!

Ritter Betty

## B É K É S M E G Y E

**Név:** Hajnal Imre Matematika Tesztverseny és Módszertani Nap

**Szervező:** BJMT Békés Megyei Tagozata és  
Erkel Ferenc Gimnázium és Informatikai Szakképző Iskola (Gyula)

**Felelős személy:** Marczis György

**Résztevők:** 9-13. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei (meghívottak versenyen kívül más megyéből és a határon túlról)

**Forma:** egyéni, tesztes

**Az első verseny rendezésének éve:** 1997

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (megyei):** március vagy április egyik szombatja

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 500 Ft/fő

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 120 fő

**Telefon:** 06-66/463-118

**E-mail:** marczisgy@t-online.hu

**Fax:** 06-66/468-111

**Honlap:** www.erkel.hu/himt

### A verseny története, bemutatása

A Bolyai János Matematikai Társulat Békés Megyei Tagozata az Erkel Ferenc Gimnáziummal közösen minden évben megrendezi a Hajnal Imre Matematika Tesztverseny és Módszertani Nap-ot.

A versenyt Uhrin János szaktanácsadó indította útjára két évtizede, akkor még Békés Megyei Matematika Tesztverseny néven. Az egyre népszerűbb program, melynek szakmai felügyeletét a SZTE Bolyai Intézetének tanárai (dr. Hajnal Péter, dr. Németh József, dr. Kosztolányi József) vállalták, 1999 óta viseli Hajnal Imre, a tudós-tanár nevét.

Párhuzamosan a szakmai-módszertani program keretében kiváló szakemberek tartanak előadásokat pedagógusoknak és a diákoknak. A sorozat vendégei voltak többek között: dr. Kiss Elemér, dr. Toró Tibor, dr. Czeizel Endre, dr. Csapó Benő, dr. Csákány Béla, dr. Mérő László, dr. Németh József, dr. Hajnal Péter, dr. Hortobágyi István, dr. Vancsó Ödön, Fábosné Zách Enikő, Somfai Zsuzsa, Sipos János, dr. Gerőcs László, dr. Pintér Ferenc, Dobos Sándor, Kubatov Antal, Árki Tamás, Bíró Bálint, Marczis György...

Az egy fordulós versenyt Gyulán az Erkel Ferenc Gimnáziumban rendezzük. A megnyitót, az eredményhirdetést valamint a szakmai programot az Erkel Ferenc Zeneiskolában tartjuk. A versenyen minden Békés megyei középiskola tagintézményenként 10 tanulót indíthat.

Versenyen kívül minden évben indulnak nem Békés megyei iskolák is. Ilyen résztvevők voltak eddig a SZTE Ságvári Endre Gyakorlógimnázium, a csíkszeredai Márton Áron Líceum és a zentai Bolyai Tehetséggondozó Gimnázium diákjai.

**A verseny lebonyolítása:** A diákok két kategóriában versenyeznek. I. kategóriába tartoznak a hagyományos 9-10. valamint a nyelvi előkészítő 9-11. évfolyamos tanulók. II. kategóriába tartoznak a hagyományos 11-12. valamint a nyelvi előkészítő 12-13. évfolyamos tanulók. A kategóriánként különböző feladatlapon 120 perc alatt kell 30 feladatot megoldani. A feladatokra adott 5 lehetséges válasz (A, B, C, D, E) közül kell kiválasztani a pontosan egy helyeset. Jó válaszáért 5 pont, hibásért 0 pont jár. Ha a tanuló a kérdésre nem válaszol, 2 pontot kap. Eredményt a verseny után kb. 2 órával hirdetünk a fentebb jelzett I. és II. kategóriában külön-külön, de iskolatípustól függetlenül. Ha azonos a pontszám, akkor a több helyes válasz, ezek egyenlősége esetén a prioritás szám a döntő. Ha ez is megegyezik, holtversenyt hirdetünk.

A diákok számológépet, író- és rajzeszközt (toll, ceruza, vonalzó, körző) használhatnak, függvénytáblát és más könyvet nem.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Tizenöt egész szám átlaga 22. A számokhoz hozzávéve egy tizenhatodik egész számot az átlag 20 lett. Melyik számot vettük hozzá az eredeti számokhoz?

- (A)  $-2$       (B)  $-10$       (C)  $10$       (D)  $-32$       (E)  $-16$

**2. feladat:** A hegyesszögű  $ABC$  háromszög egy tetszőleges  $P$  belső pontjából merőlegest állítunk az oldalakra. A merőlegesek talppontjai rendre  $D \in BC$ ,  $E \in CA$ ,  $F \in AB$ . A  $PA$ ,  $PB$ ,  $PC$  szakaszok felezőpontjai rendre  $Q$ ,  $R$ ,  $S$ . A  $DSEQFR$  hatszög és az  $ABC$  háromszög területének aránya

- (A)  $1:3$       (B)  $2:3$       (C)  $1:2$       (D)  $3:4$       (E)  $3:5$

**3. feladat:** Máté reggeli tejes kávéját a következő (kicsit talán bonyolult) módon készíti el: Egy 2 deciliteres piros bögrébe 1 dl kávé töl, egy szintén 2 deciliteres kék bögrébe pedig 1 dl tejet. Ezután a piros bögréből a kávé felét átönti a kék bögrébe. A kék bögrében levő folyadékot egyenletesre keveri, majd felét beleönti a piros bögrébe. Alapos kevergetés után a piros bögre tartalmát fogyasztja el. Hány százaléka tej Máté reggeli tejes kávéjának?

- (A)  $25\%$       (B)  $33\frac{1}{3}\%$       (C)  $37,5\%$       (D)  $40\%$       (E)  $50\%$

**4. feladat:** A piros baglyok minden barátja rövidnadrágot visel. A zöld elefántok közül van, aki a piros baglyok barátja. A következő állítások között hány olyan van, amelyik biztosan igaz?

- (1) A zöld elefántok közül nincs olyan, aki rövidnadrágot visel.  
 (2) Ha valaki rövidnadrágot visel, az a piros baglyok barátja.  
 (3) Ha egy zöld elefánt rövidnadrágot visel, akkor a piros baglyok barátja.  
 (4) Ha valaki nem visel rövidnadrágot, akkor az nem barátja a piros baglyoknak.

- (A)  $0$       (B)  $1$       (C)  $2$       (D)  $3$       (E)  $4$

A feladatok helyes megoldásai: B C D B

Marczis György

## BORSOD MEGYE

**Név:** Borsod-Abaúj-Zemplén megyei szakközépiskolák Bede Lajos Matematikaversenye

**Szervező:** Borsod-Abaúj-Zemplén Megyei Pedagógiai Szakmai,  
Szakszolgálati és Közművelődési Intézet

**Felelős személy:** Kiss István

**Részvevők:** 10-11. osztályos szakközépiskolai tanulók

**Hatókör:** megyei

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1970

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (megyei, területi):** április közepe

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Részvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 80 fő

**Telefon:** 06-46/508-095

**E-mail:** kiss.istvansandor@chello.hu

**Fax:** 06-46/507-980

**Honlap:** www.borsod-ped.hu

### A verseny története, bemutatása

A verseny a fiatalon elhunyt, egykori kiváló miskolci matematikatanár emlékét őrzi. A visszaemlékezések szerint a miskolci gimnáziumok Bede Lajos matematika-versenyének mintájára 1970-ben indították el a szakközépiskolai verseny elődjét.

Az utóbbi években a versenyt a Borsod-Abaúj-Zemplén Megyei Pedagógiai Szakmai, Szakszolgálati és Közművelődési Intézet hirdeti meg minden év tavaszán a megye szakközépiskolai tanulói számára. Minden évben más-más iskola vállalja a verseny megrendezését.

A versenyre minden szakközépiskola három 10. osztályos és három 11. osztályos tanulót nevezhet be.

Mindkét évfolyamon díjazzuk az első három helyezett tanulót, évfolyamonként az első három csapatot és az összesített csapatversenyben az első három iskolát. A legjobban szereplő iskola egy vándorszerleget kap, amelyet egy évig őriz.

A verseny okleveleit és díjait a Borsod-Abaúj-Zemplén Megyei Pedagógiai Szakmai, Szakszolgálati és Közművelődési Intézet és a rendező iskola biztosítja, a Borsod-Abaúj-Zemplén Megye Köznevelésért Közalapítvány pályázati támogatásával.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Az  $ABC$  derékszögű háromszög  $AB$  átfogója 10 cm hosszú, amelyet a hozzátartozó magasság 1 : 4 arányban oszt ketté. Hány százaléka a háromszög beírt körének területe a háromszög köré írt köre területének?

**2. feladat:** Zsebszámológép használata nélkül dönts el, hogy melyik szám nagyobb?  $20102010^3 - 20102009^3$  vagy  $3 \cdot 20102010 \cdot 20102009$



**3. feladat:** Legkevesebb hány egységnyezetből (egységnyi oldalú négyzetből) lehet összerakni egy nagy négyzetet úgy, hogy a nagy négyzeten belül legyen az egységnyezeteknek több mint 80%-a? (Az egységnyezetekből hézagmentesen és egyrétűen rakjuk össze a nagyobb négyzetet!)

|   |   |   |
|---|---|---|
| 8 | 1 |   |
|   |   |   |
|   |   | 2 |

**4. feladat:** Az alábbi táblázat üres négyzeteibe írd pozitív egész számokat úgy, hogy a kilenc szám összege minden sorban, minden oszlopban és mindkét átlóban egyenlő legyen!

**5. feladat:** Igazold, hogy az alábbi egyenlőtlenségnek nincs megoldása az egész számok halmazán, ha  $p$  tetszőleges egész szám!  $x^2 - (2p + 3) \cdot x + p^2 + 3p + 2 < 0$

**6. feladat:** Az  $ABCD$  deltoid  $B$  és  $D$  csúcsánál lévő belső szögei  $90^\circ$ -osak. Az  $AC$  átló hossza 10 cm, amelyet a  $BD$  átló 1 : 4 arányban oszt ketté. Hány százaléka a deltoid beírt körének területe a deltoid köré írt köre területének?

|    |    |    |
|----|----|----|
| 10 | 15 | 14 |
|    |    |    |
|    |    |    |

**7. feladat:** Az alábbi táblázat üres négyzeteibe írd pozitív egész számokat úgy, hogy a kilenc szám összege minden sorban, minden oszlopban és mindkét átlóban egyenlő legyen!

**8. feladat:** Legkevesebb hány egységkockából (egységnyi élű kockából) lehet összerakni egy nagy kockát úgy, hogy a nagy kockán belül legyen az egységkockáknak több, mint 80%-a? (Az egységkockákból hézagmentesen rakjuk össze a nagy kockát!)

**9. feladat:** Az  $ABC$  háromszögben.  $ACB\hat{=} = 120^\circ$ . A háromszög legnagyobb oldala fölé szerkesztett négyzet területének és a háromszög területének aránya  $12 : \sqrt{3}$ . Határozd meg a háromszög hegyes szögeit!

**10. feladat:** Határozd meg az  $f(x) = \cos^2 x + \sin x - \frac{5}{4}$  függvény legkisebb és legnagyobb értékét a  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right]$  intervallumban!

**11. feladat:** Adott egy szabályos tízszög. Hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai a tízszög csúcsai közül kerülnek ki, és a háromszögnek nincs közös oldala a tízszöggel?

**12. feladat:** Zsebszámológép és közelítő értékek használata nélkül dönts el, hogy melyik szám nagyobb?  $(\sqrt{2} + 3)^3$  vagy  $\frac{5 \cdot \sqrt{2} - 7}{(\sqrt{2} - 1)^6}$

**13. feladat:** A természetes számok sorozatából elhagyjuk a négyzetszámokat. A megmaradt számok sorozatában hányadik helyen áll a 2007, és melyik a 2007-edik?

**14. feladat:** Határozd meg azokat az  $x$  egész számokat, amelyekre az alábbi kifejezés értéke egész szám:  $y = \log_{\frac{1}{3}} (\sqrt{x+2} - 2x - 1)$

Kiss István

## FEJÉR MEGYE

**Név:** Fejér Megyei Középiskolai Matematikaverseny

**Szervező:** Bolyai János Matematikai Társulat Fejér Megyei Tagozata

**Felelős személy:** Vági Veronika

**Résztvevők:** 9-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1961

**Fordulók száma:** kettő

**1. forduló (iskolai):** január

**2. forduló (megyei döntő):** március vége

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 1200 fő

**2. forduló:** 60 fő

**Telefon:** 06-22/318-693

**E-mail:** vagivera@freemail.hu

**Fax:** nincs

**Honlap:** nincs

### A verseny története, bemutatása

Megyénkben 1961 óta létezik a Fejér megyei középiskolások megyei matematika-versenye. A kezdetek Láng Hugó és Szénágy Mihály székesfehérvári középiskolai tanárok nevéhez kötődnek, később hozzájuk csatlakozott több középiskola matematikatanárainak közössége.

A verseny négy kategóriában zajlott: gimnáziumi, szakközépiskolai, szakmunkásképzős és spec. mat. tagozatos tanulók számára. A feladatsorokat a megye középiskolai tanáraiból alakult évfolyam-versenybizottságok alkották meg.

A kétfordulós vetélkedő első része iskolai szervezésű, központi feladatsorral és javítási útmutatóval. A legjobban sikerült dolgozatokat az iskolák matematika munkaközösségei továbbítják a szervezőhöz (1985 óta hozzám), én pedig eljuttatom azokat az évfolyam-versenybizottságokhoz „átfésülésre”. A második (döntő) fordulóra 60-80 tanulót hívunk be. A döntő eredménylistáját a résztvevő iskolákba még a ballagás előtt eljuttatjuk, a helyezettek jutalmazása az iskolára marad.

Amíg anyagi lehetőségeink engedték, a második forduló egyúttal a Fejér, Pest és Veszprém megye versenye is volt. Ma már csupán megyei versenyt szervezünk gimnáziumi, szakközépiskolai és spec. mat. tagozatos tanulóinknak.

Az iskolák igénylik és szívesen veszik ezt a versenyt, nagy az érdeklődés, de sajnos az utóbbi évek eredményei nem olyan jók, mint régebben voltak.

A tehetséges tanulók felkutatása és a matematika népszerűsítése rendkívül fontos feladat, ezért e verseny szervezését folytatjuk.

A válogatás feladatai a 2009/2010. tanév 9. osztályos feladatsorából valók. A feladatsor összeállítói: Székelyi Sándor és Székelyi Sándorné dunaújvárosi tanárok.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat: a)** Melyik nagyobb:  $2^{65}$  vagy  $5^{22} - 125^7$ ?

**b)** Egy konvex sokszögnek pontosan három szöge tompaszög. Legfeljebb hány oldala lehet a szóban forgó sokszögnek?

**Megoldás: a)** Alakítsuk át a kifejezéseket!

$$2^{65} = (2^3)^{21} \cdot 2^2 = 8^{21} \cdot 4 \quad 5^{22} - 125^7 = 5^{22} - 5^{21} = 5^{21} \cdot (5 - 1) = 5^{21} \cdot 4!$$

Tehát  $2^{65}$  a nagyobb.

**b)** Legyen a sokszög  $n$  oldalú! Belső szögeinek összege:  $(n-2) \cdot 180^\circ$ . A három tompaszög egyenként biztosan kisebb  $180^\circ$ -nál, a maradék  $n-3$  darab szög pedig egyenként maximum  $90^\circ$ -os, hiszen biztosan nem tompaszögek. Felírhatjuk tehát a következő egyenlőtlenséget:  $(n-2) \cdot 180^\circ < 3 \cdot 180^\circ + (n-3) \cdot 90^\circ$ . Innen:  $n < 7$ . Tehát a sokszögnek legfeljebb 6 oldala lehet.

**2. feladat:** Egy estélyen 15-en vettek részt. Akik ismerték egymást, koccintottak egymással egy pohár pezsgővel. Akik nem ismerték egymást, azok kézfogással bemutatkoztak egymásnak. Ezek után a házigazda így szólt: „Megfigyeltem, hogy pontosan ugyanannyi koccintás volt, mint kézfogás”. Erre a felesége így reagált: „Drágám, biztosan tévedtél”. Vajon kinek van igaza?

**Megoldás:** Mindenkiről elmondható, hogy 14 emberrel vagy koccint, vagy kezecskéz, hiszen vagy ismeri, vagy nem ismeri. Vagyis az összes koccintás és kézfogás száma:  $\frac{15 \cdot 14}{2} = 105$ . Ha viszont a koccintások száma megegyezne a kézfogások számával, akkor azok szóban forgó összege páros lenne, tehát nem lehetne 105. Így a feleségnek van igaza.

**3. feladat:** Mivel egyenlő az 1; 2; 3; ..., 998; 999; 1000 számok számjegyeinek összege?

**Megoldás:** Állítsuk párba a számokat!  $x$  és  $y$  egy párt alkot, ha  $x + y = 999$ . Az ilyen tulajdonságú párok a következők: (1; 998) ... (2; 997) ... (184; 815) ... (499; 500). Minden párban a számjegyek összege  $9 + 9 + 9 = 27$ . Ezt általánosan is bizonyíthatjuk. Az  $abc$  számot  $100a + 10b + c$  helyi értékes alakban hozzáadjuk az 1-hez és kivonjuk a 998-ból ( $100 \cdot 9 + 10 \cdot 9 + 8$ ). Az így kapott számok helyi értékes alakjából a számjegyeket összeadjuk. Az összeg független lesz  $a$ ,  $b$ ,  $c$ -től, és mindig 27-nek adódik. Így a 499 pár és a 999 és az 1000 miatt a számjegyek összege  $499 \cdot 27 + 27 + 1 = 13\,501$ .

**4. feladat:** Bizonyítsuk be, hogy az  $N = 3 \cdot (n-1)^2 + 8$  kifejezés előállítható mint három egész szám négyzetének összege, ha  $n$  egész szám!

**Megoldás:** Alakítsuk át a kifejezést, közben adjunk hozzá  $2n$ -t, és vonjuk is le:  $N = 3n^2 - 6n + 3 + 8 = n^2 - 6n + 9 + 2n^2 + 2 = (n-3)^2 + 2n^2 + 2n - 2n + 2 = (n-3)^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 - 2n + 1$ . Ez valóban három egész szám négyzetének összege:  $N = (n-3)^2 + (n+1)^2 + (n-1)^2$ .

Vági Veronika

## GYŐR-MOSON-SOPRON MEGYE

**Név:** Győr-Moson-Sopron Megyei Matematikaverseny

**Szervező:** Bolyai János Matematikai Társulat Győri és Soproni Tagozata

**Felelős személyek:** Dr. Csorba Ferenc és Náfrádi Ferenc

**Résztvevők:** 9-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1993

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (megyei):** február utolsó szombat

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 120 fő

**Telefon:** 06-96/431-121

**E-mail:** csfl@freemail.hu

**Fax:** nincs

**Honlap:** gymsmmv.szolda.hu

### A verseny története, bemutatása

A Bolyai János Matematika Társulat Győri és Soproni Tagozata 1992 őszen egy új megyei matematikaverseny megrendezését határozta el. Előtte az Arany Dániel Matematika Verseny és az Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny első fordulója alapján hirdettünk eredményt, fontosnak tartottuk azonban, hogy a versenyző diákok személyesen is találkozhassanak, illetve eggyel több lehetőségük legyen tudásuk összemérésére, értékes matematikai tapasztalatok szerzésére.

A versenydolgozatok megírására a tanulóknak két órájuk van, utána ebéd, majd érdekes előadások, foglalkozások következnek. Közben tanárok egy lelkes és önzetlen csapata kijavítja a dolgozatokat, és még aznap sor kerül az eredményhirdetésre is.

A versenyt két-két kategóriában rendezzük, külön gimnáziumi és külön szakközépiskolai tanulók részére. Intézményenként legfeljebb hat tanulót tudunk fogadni, s meghívjuk 10-12 felvidéki magyar tanítási nyelvű gimnázium és szakközépiskola 4-4 tanulóját.

A verseny színhelye évről évre változik, honlapunkon nyomon követhető. A Bolyai János Matematikai Társulat Győri és Soproni Tagozata, az önkormányzatok, könyvkiadók és a rendező intézmények jóvoltából eddig még minden évben nagyon értékes díjakat tudtunk adni. Minden kategóriában díjazzuk az első öt helyezettet, valamint a legjobb teljesítményt nyújtó felvidéki tanulót.

Az alábbi intézmények többször adtak helyet a rendezvénynek: Nyugat-Magyarországi Egyetem Apáczai Csere János Tanítóképző Főiskola (Győr), Krúdy Gyula Középiskola (Győr), Széchenyi István Gimnázium (Sopron), Handler Nándor Szakképző Iskola (Sopron).

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Kivágtunk két egybevágó négyzetlapot: az egyiket kék, a másikat piros színű papírból. Ezután úgy helyeztük egymásra őket, hogy együttes határvonaluk (konkáv) 16 szög legyen. Bizonyítsuk be, hogy e 16-szög kék határvonalának hossza egyenlő a piros határvonalának hosszával!

**2. feladat:** Két kör kívülről érinti egymást. Az egyik kör középpontjából a másik körhöz érintőt húzunk. Az érintési pontból az első körhöz ismét érintőt húzunk. Adjuk meg az utóbbi érintőszakasz hosszát a körök sugarainak segítségével!

**3. feladat:** Az  $x$  mely értékeire lesz a  $K = (1-x)^9(1+x)(1+2x)^4$  szorzat értéke a legnagyobb, és mekkora a maximális értéke?

**4. feladat:** Adott egy  $a = 10$  cm és  $b = 12$  cm oldalú téglalap. Írjunk a téglalapba két olyan egybevágó kört, amelyek a téglalap területének a lehető legnagyobb részét lefedik. A körök egymást nem metszhetik!

a) Mekkora ennek a körnek a sugara?

b) Adjuk meg a kör sugarát tetszőleges  $a$  és  $b$  oldalú téglalap esetén!

**5. feladat:** Az  $ABC$  hegyesszögű háromszögben a  $BAC$  szög 60 fokos. A  $BC$ -re, mint átmérőre szerkesztett kör az  $AB$  oldalt  $D$ -ben, az  $AC$  oldalt pedig  $E$ -ben metszi. Mekkora a  $BDEC$  négyszög és az  $ABC$  háromszög területének aránya?

**6. feladat:** Egy híres ember – a múlt század szülötte – 1999-ben éppen annyi idős volt, mint születési éve számjegyei négyzetének összege. Mikor született?

*Megoldás:* Keressük a híres ember születési dátumát  $19xy$  alakban, ahol  $0 \leq x$  és  $y \leq 9$ . Ekkor a feladat megfogalmazása szerint  $19xy + 1^2 + 9^2 + x^2 + y^2 = 1999$ ,  $1990 + 10x + y + 82 + x^2 + y^2 = 1999$ ,  $x^2 + y^2 + 10x + y = 17$ ,  $4x^2 + 4y^2 + 40x + 4y = 68$ ,  $(2x+10)^2 + (2y+1)^2 = 169$ . Mivel  $2x+10 \geq 10$  és  $2y+1 \geq 1$  valamint  $169 = 12^2 + 5^2$  módon bontható fel (0-t nem használunk fel), adódik hogy  $2x+10 = 12$ ,  $2y+1 = 5$ , azaz  $x=1$ ,  $y=2$  lehet csak. Tehát a feladatban szereplő híres ember 1912-ben született.

**7. feladat:** Egy trapéz egyik oldala 12, a vele párhuzamos oldal és a magasság összege 30 egység. Hogyan kell megválasztani a magasságot, hogy a trapéz területe maximális legyen?

**8. feladat:** Az  $ABC$  egyenlő szárú derékszögű háromszögben (a  $C$ -nél levő szög a derékszög) a  $C$  csúcsból húzott  $CC_1$  egyenes merőleges az  $AA_1$  súlyvonalra. Milyen arányban osztja fel a  $C_1$  pont az  $AB$  szakaszt?

*Dr. Csorba Ferenc*

## H A J D Ú - B I H A R M E G Y E

**Név:** Hajdú-Bihar Megyei Középiskolai Matematikaverseny

**Szervező:** BJMT Hajdú-Bihar megyei Tagozata és DE Matematikai Intézet, Inf. Kar

**Felelős személy:** Dr. Kántor Sándorné

**Résztvevők:** 9-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1975

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló:** november vége, december eleje

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 1000 fő

**Telefon:** 06-52/512-900/22190

**E-mail:** tkantor@math.klte.hu

**Fax:** 06-52/536-914

**Honlap:** www.math.unideb.hu

### A verseny története, bemutatása

A megyei matematikaverseny létrehozásának az volt a célja, hogy széles körű megméretést biztosítson a diákok számára, mozgósítsa őket, és felhívja a figyelmüket a matematikai problémákkal való intenzív foglalkozásra. A verseny állandó szervezője a Bolyai János Matematikai Társulat Hajdú-Bihar megyei Tagozata. Anyagi nehézségek miatt a verseny 1992-1996 között szünetelt. 1997-től a KLTE Matematikai és Informatikai Intézete Felsőoktatási Programfinanszírozási pályázatának tehetséggondozó programja keretében indult újra. A továbbiakban a DE Matematikai Intézet, Informatikai Kara és a BJMT Hajdú-Bihar megyei tagozata vállalta a verseny megszervezését.

A verseny egy fordulós, de 2009-ig a legeredményesebb tanulók a Hajdú-Bihar megyei Tagozat szervezésében indulhattak az AMC 10A, AMC 12A) AIME meghívásos versenyeken. A tanulók évfolyamonként három kategóriában versenyeznek. A versenydolgozatot saját iskolájukban írják azonos időpontban. A kidolgozási idő 3 óra. Segédeszközként csak szerkesztési eszközök és zsebszámológép használható. Az iskoláknak a Feladatsorokat és a Javítási Útmutatókat titkosítva juttatjuk el. Egy-egy feladatsor évfolyamonként 5 feladatból áll, az elérhető pontszám minden esetben 60 pont. A dolgozatokat az iskola tanárai javítják ki, majd a Versenybizottság vezetőjéhez továbbítják a legalább 30 pontos dolgozatokat, vagy ha ilyen nem volt az iskolában, akkor az adott évfolyamról a legjobb iskolai dolgozatot. A feladatsorok kitűzői minden beérkezett dolgozatot átnéznek és rangsorolnak.

A feladatsorok kitűzői az első években középiskolai tanárok voltak, majd ezt a munkát a DE Matematikai Intézetének tehetséggondozó tanárai vették át. Az évek során kialakult egy lényegében állandó csapat (Kovács András, Kántor Sándor,

Bessenyei Mihály, Kántor Sándorné). A versenybizottság vezetői: Lajkó Károly és Kántor Sándorné, lektorok: Balla Éva és Deli Lajos tanárok (Hajdúszoboszló).

A feladatsorok összeállításánál fontos szempont, hogy minden versenyző számára biztosítsa a sikerélményt, de a speciális matematika tagozatos diákok számára is kihívást jelentsen. A kitűzött feladatok változatosak, felölelik a tanterv minden témakörét. 2008-ban megjelent a *Versenyfeladatok matematikából, Középiskolások Hajdú-Bihar megyei versenye 1975-2007* (Studium '96 Bt., Debrecen) című könyv.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** A Bolyai János Matematikai Társulat 2008-ban Debrecenben rendezte meg a Rátz Lászlóról elnevezett Vándorgyűlését. A matematika szakos tanároknak szóló továbbképzés előadásai, illetve különböző foglalkozásai 90 percesek. A nyitónapon 3 egymást követő plenáris előadásra kerül sor. Ekkor az előadásokon kívül más program nincs. A további napokban a rendezvények szekciószerűen kerülnek lebonyolításra. Ekkor egymással párhuzamosan több programot is szerveznek. Két esetben 2 szekcióban, 8 esetben 3 szekcióban lesznek foglalkozások. Minden foglalkozást egyszer tartanak meg. A rendezvényre az ország különböző iskoláiból 300 olyan érdeklődő pedagógust várnak, akik a lehető legtöbb foglalkozáson részt akarnak venni. Elképzelhető-e az, hogy mindegyikük a többiekétől különböző programot tud összeállítani magának?

**Megoldás:** A 3 szekcióban az előadások esetében 3 különböző választási lehetőség van. A 8 előadás megtekintése  $3^8$ -féleképpen lehet. A 2 szekcióban tartandó foglalkozások  $2^2$ -féle módon látogathatók. A plenáris előadások esetében nincs választási lehetőség. A vándorgyűlésen  $3^8 \cdot 2^2 = 26\,244$ -féle különböző program állítható elő. A pedagógusok tehát össze tudnak állítani a másiktól különböző programot.

**2. feladat:** Az  $(a_n)$  sorozat tagjai teljesítik az  $a_n = \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}$  rekurziót minden  $n \geq 3$  egész számra. Határozza meg  $a_{2009}$  értékét, ha  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 3$ !

**3. feladat:** Adja meg az összes olyan  $0 \leq x \leq 2\pi$ ,  $0 \leq y \leq 2\pi$  valós  $(x; y)$  számpárt, amelyre teljesül, hogy  $3 \sin x \cdot \cos y = \cos x \cdot \sin y$ ,  $\sin^2 x + \sin^2 y = 1$ .

**4. feladat:** Péter és matematikus barátja Pál, dominóznak és közben matematikai problémákat tűznek ki és oldanak meg. Péter a dominójáték 45 kövéből egymás után három követ húzott, és kíváncsian fordult Pálhoz következő két kérdéssel:

**1. kérdés:** Mekkora annak a valószínűsége, hogy az első kőhöz oda lehet illeszteni a második követ, és a harmadik követ is oda lehet illeszteni az első két kő valamelyikéhez?

**2. kérdés:** Legalább hányszor kell a kísérletet elvégeznie, vagyis a három követ kihúznia, ahhoz, hogy a három kő egymáshoz illeszthetőségének valószínűsége legalább 0,9 legyen?

Oldja meg Péter problémáit!

Dr. Kántor Sándorné

## HEVES MEGYE

**Név:** Kertész Andor Megyei Matematika Emlékverseny (szakközépiskolások)  
Palotás József Megyei Matematikaverseny (gimnazisták)

**Szervező:** Heves Megyei Pedagógiai Intézet és Bolyai János Matematikai Társulat,  
Gárdonyi Géza Ciszterci Gimnázium, Szakközépiskola és Kollégium (Eger)

**Felelős személyek:** Bíró Bálint és Pótáné Márton Mária

**Résztvevők:** 9-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1988

**Fordulók száma:** egy

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 1000 Ft/fő

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 110 fő

**Telefon:** 06-36/511-240

**E-mail:** titkarsag@gardonyi-eger.sulinet.hu

**Fax:** 06-36/511-255

**Honlap:** www.gardonyi-eger.sulinet.hu

### A verseny története, bemutatása

Horváth Gertrúd matematikatanár iskolájában, a mátrafüredi Mátra Erdészeti, Mezőgazdasági és Vadgazdálkodási Szakképző Iskolában 1988-ban először szervezte meg a Heves Megyei Szakközépiskolák Kertész Andor Matematikai Emlékversenyét, melyet aztán 15 éven át gondozott. Ez a verseny a Heves Megyei Pedagógiai Intézet kezdeményezésére 1996-tól kibővült a gimnáziumok részére meghirdetett Palotás József Emlékversennyel. Ezekben a matematikaversenyeken évente közel száz tehetséges szakközépiskolai és gimnáziumi tanuló vesz részt.

2003-tól a verseny szervezését az egeri Gárdonyi Géza Ciszterci Gimnázium, Szakközépiskola és Kollégium vette át, emléket állítva ezzel az iskola volt tanárának, Palotás Józsefnek. Hevesi László, a matematika munkaközösség vezetője nyugdíjba vonulásáig 6 éven keresztül szervezte és vezette le a versenyt. A 2009/2010-es tanévtől Pótáné Márton Mária felelős a verseny lebonyolításáért. A feladatok összeállítását és a feladatok javításának irányítását Bíró Bálint megyei szaktanácsadó végzi fáradhatatlan lelkesedéssel és alapossággal.

A verseny lebonyolítása minden tanévben tavasszal, április hónapban történik meg. Heves megye minden középiskolájából, minden kategóriában három-három tanuló nevezhet be.

A Kertész Andor Matematika Emlékversenyen (szakközépiskolások) és Palotás József Megyei Matematikaversenyen (gimnazisták) minden tanulónak öt-öt feladatot kell megoldania. A verseny időtartama 120 perc. A feladatok megoldása után kerül sor a javításra, melyet Bíró Bálint irányításával a kísérő tanárok végeznek. A feladatok kijavítása után kerül sor az eredményhirdetésre. Minden kategóriában az első hat helyezett oklevelet kap, az első három helyezett pedig jutalmat.



Nemcsak egyéni helyezések kihirdetésére kerül sor, hanem az iskolák közötti versenyt is értékelik. A legjobban szereplő szakközépiskola, illetve gimnázium vándorszerleggel térhet haza a versenyről.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Egy út 444 km hosszú. Az út mentén minden kilométernél egy oszlopot helyeztek el. Az oszlopokon két szám áll, ezek a számok az oszlopnak az út két végétől mért távolságát jelölik. Például: Az első oszlopon 0-444; a második oszlopon 1-443, és így tovább, az utolsón 444-0 látható. Hány olyan oszlop van, amelyben a felirathoz csak kétféle számjegyre volt szükség?

**Megoldás:** Képezzünk a két számból három számjegyből álló számokat: például az 1-443 számpár helyett dolgozzunk 001-443 számokkal. Két, ily módon felírt szám összegének 444-nek kell lenni. Legyen az egyik számjegy 0, akkor a másik számjegy 4. Ilyenkor 8 számpárt képezhetünk: (000;444); (004;440); (044;400); (040;404); (400;044); (440;004); (444;000); (404;040).

Legyen az egyik számjegy 1, akkor a másik számjegy 3. Ilyenkor 8 számpárt képezhetünk: (111;333); (113;331); (133;311); (131;313); (311;133); (331;113); (333;111); (313;131).

Ha az egyik szám 2, akkor a következő esetek lehetségesek: (2;442); (22;422); (442;2); (422;22).

Ha 5 vagy annál nagyobb számot választanánk az egyik számjegynek, akkor a felhasznált számokat  $A$ -val illetve  $B$ -vel jelölve az egyes helyi értéken lévő számok a következők lehetnek:  $A=5; 6; 7; 8; 9; B=9; 8; 7; 6; 5$ .

A két szám összeadásánál tízes átlépés történik, így a következő helyi értéken már egy újabb számjegyet kell felhasználni. Ez már legalább három számjegy felhasználását jelenti. Így ezekben az esetekben nem kaphatunk a feltételeknek megfelelő számpárt. Tehát 20 olyan oszlop van a mely a feltételeknek megfelel.

**2. feladat:** Rajzolj három egyenest! Vegyél fel az egyeneseken 6 pontot úgy, hogy mindegyik egyenesen 3 pont legyen! A felvett pontoknál helyezd el az 1, 5, 9, 13, 17, 21 számokat úgy, hogy mindegyik egyenes mentén három-három olyan szám legyen, amelyek összege egyenlő.

**3. feladat:** Ismerjük egy konvex négyszög négy oldalát. Mikor lesz ennek a négyszögnek a legnagyobb a területe?

**4. feladat:** Egy derékszögű háromszög befogóinak különbsége legyen  $u$ ! Az átfogó és a hozzá tartozó magasság különbsége legyen  $v$ ! Határozza meg a derékszögű háromszög átfogóját! Az  $u$  és  $v$  mely értékei esetén van megoldása a feladatnak?

Bíró Bálint és Pótáné Márton Mária

## PEST MEGYE

**Név:** Pest Megyei Matematikaverseny

**Szervező:** Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium (Vác)

**Felelős személy:** Cs. Nagy András

**Résztvevők:** 9-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei

**Forma:** egyéni, tesztes és hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1993

**Fordulók száma:** kettő

**1. forduló (iskolai):** november közepe

**2. forduló (megyei):** december közepe

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 500 Ft/fő

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 900 fő

**2. forduló:** 80 fő

**Telefon:** 06-27/317-077

**E-mail:** csnagy.andras@freemail.hu

**Fax:** 06-27/315-093

**Honlap:** www.pmmv.hu

### A verseny története, bemutatása

A versenyt először 1993-ben rendezte meg az iskola. Ujvári István volt a verseny ötletgazdája és ő irányította egészen 2001-ig. 2002-től Cs. Nagy András és Fábán Gábor vette át a szervezést.

A feladatsorokat évfolyamonként egy-egy kollégám állítja össze. Jellemzőségük, hogy mindig 3 blokkból állnak, amelyeket összesen 100 perc alatt kell megoldani. Az első blokkban 4 alapfeladat szerepel, amelyek „csupán” az alapfogalmak precíz tudását igénylik és számválaszt várunk rájuk. Itt olyan feladatokat tűzünk ki, amelyek bármelyik órai dolgozatban is előfordulhatnak. A második blokkban 4 tesztfeladat következik, amire megadott válaszok közül kell választani. Ebben a részben főként logikai feladatokat tűzünk ki. Az utolsó blokkban van 2 hagyományosan kidolgozandó feladat. Ezek azok, amelyek helyes megoldása nélkül nem nagyon lehet bekerülni a döntőbe. Mivel a versenyre minden tanév novemberében kerül sor, így a kitűzött feladatok javarésze az előző éves tananyagot fedi le. A verseny első fordulóját a diákok a saját iskolájukban írják meg, a koordináló tanárok pedig beküldik hozzánk javításra a dolgozatokat.

A verseny döntőjére mindig karácsony előtt kerül sor, váltakozva mindig más helyszínen. Páratlan években Vácon a Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnáziumban, páros években pedig a megye valamelyik másik iskolájában.

A kiírást minden szeptemberben az összes Pest megyei középiskolának elküldjük, akik közül általában 30-an jelentkeznek összesen kb. 900 tanulóval. Az induló 9-12 évfolyamos diákokat külön értékeljük gimnáziumi és szakközépiskolai kategóriában.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Hány olyan pozitív  $p$  prímszám van, melyre nem teljesül akármilyen  $a$  egész szám esetén a  $p|(a+1)^2 + (a+2)^2 + \dots + (a+p)^2$  oszthatóság?

*Megoldás:* A  $p|(a+1)^2 + (a+2)^2 + (a+3)^2 + \dots + (a+p)^2$  oszthatóságot a következőképpen írhatjuk át:  $p|(a^2 + 2a + 1) + (a^2 + 4a + 4) + (a^2 + 6a + 9) + \dots + (a^2 + 2ap + p^2)$ .

A megfelelő tagokat csoportosítva, összeadva azt kapjuk, hogy

$$p|pa^2 + 2 \cdot \frac{1+p}{2} \cdot pa + \frac{p(p+1)(2p+1)}{6}.$$

Az összeg első két tagja biztosan osztható lesz  $p$ -vel, ezáltal az oszthatóság pontosan akkor nem teljesül minden  $a \in \mathbb{Z}$ -re, ha a harmadik tag nem osztható  $p$ -vel. Belátható, hogy ez pontosan akkor következik be, ha  $p = 2$  vagy  $p = 3$ .

**2. feladat:** Az  $ax + by = c$  egyenletű egyenes  $a, b, c$  együtthatói ebben a sorrendben egy számtani sorozat egymást követő elemei. Határozd meg az egyenes egyenletét, ha az egyenes és a koordinát tengelyek alkotta háromszög területe  $\frac{1}{2}$ !

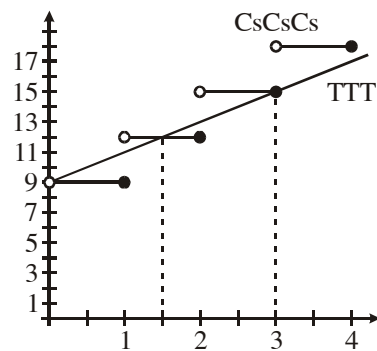
*Megoldás:* Az  $a, b, c$  együtthatókat rendre  $b-d, b, b+d$ -vel jelölve az egyenes egyenlete  $(b-d)x + by = b+d$  alakban írható, ahol  $b \neq d$  és  $b \neq 0$ . Ez az egyenes az  $x$ -tengelyt  $\frac{b+d}{b-d}$ -ben, az  $y$ -tengelyt  $\frac{b+d}{b}$ -ben metszi, ezáltal a kérdéses háromszög

területe  $\frac{(b+d)^2}{b(b-d)} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ , ahonnan  $d^2 = -3bd$ . Ha  $d = 0$ , akkor a keresett egyenlet

$x + y = 1$ . Ha  $d \neq 0$ , akkor a keresett egyenlet  $4x + y = -2$ . Mindkét egyenlet megfelel a feltételeknek.

**3. feladat:** A Teknős és Társa Taxivállalat (TTT) tarifái a következők: induláskor 9 tallért kell fizetni, majd pontosan a megtett úttal arányosan 2 tallér/km a viteldíj. A konkurens Csoszogi Csiga Csoport (CsCsCs) társaságnál induláskor 6 tallér fizetendő, majd minden megkezdett kilométer után 3 tallért kell fizetni. Melyik céggel milyen távon érdemes autózni?

*Megoldás:* A mellékelt grafikon mutatja a két taxivállalat árait a megtett km függvényében. A Teknős és Társa Taxivállalathoz (TTT) tartozik a fekete színnel jelölt félegyenes, a konkurens Csoszogi Csiga Csoport (CsCsCs) a piros szakaszok. Az ábráról leolvasható, hogy milyen távolságon melyik társaság tarifája a kedvezőbb: 0-1 km között a CsCsCs; 1 km-nél a CsCsCs; 1-1,5 km között a TTT; 1,5 km-nél egyforma; 1,5-2 km között a CsCsCs; 2 km-nél a CsCsCs; 2-3 km között a TTT; 3 km-nél egyforma; 3 km fölött a TTT.



Cs. Nagy András

## S Z A B O L C S - S Z A T M Á R - B E R E G M E G Y E

**Név:** Ambrózy Géza Matematikaverseny

**Szervező:** Kismatematikai Tehetségekért Alapítvány

**Felelős személy:** Dr. Kiss Sándor

**Résztvevők:** 5-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei

**Forma:** egyéni, feleletválasztós teszt (1. forduló), problémamegoldás (2. forduló)

**Az első verseny rendezésének éve:** 1987

**Fordulók száma:** kettő

**1. forduló (iskolai):** december második hete

**2. forduló (döntő):** január vége

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 1000 Ft/fő

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 1300 fő

**2. forduló:** 520 fő

**Telefon:** 06-42/413-059

**E-mail:** [kisssa@nyf.hu](mailto:kisssa@nyf.hu)

**Fax:** nincs

**Honlap:** <http://zeus.nyf.hu/~kisssa/>

### A verseny története, bemutatása

A verseny 1987-ben kezdődött. Megvalósításában, vezetésem alatt a Bessenyei György Tanárképző Főiskola oktatói vállalták a szakmai irányítást.

Versenyünkön az általános iskola V. osztályától kezdve a középiskolák XII. osztályáig bezárólag minden matematikában tehetséges diák próbára teheti felkészültségét.

A verseny kétfordulós, az elsőben (iskolai forduló) egy 30 feladatból álló feleletválasztós tesztet kell megoldani a tanulóknak, ebből négy változatot készítünk V-VI. VII-VIII., IX-X., XI-XII. osztályok részére, tehát két évfolyam ugyanazt a tesztet kapja. Azon tanulók jutnak a következő fordulóba, akik elérik a verseny-szervezők által előre megadott pontszámot. A második fordulóban (döntőben) 6 érdekes problémát tűzünk ki. Általában arra törekszünk, hogy 2 könnyű, 2 közepes és 2 nehéz feladat kerüljön kitűzésre, és alkalmas legyen a díjak és a dicséretnek odaítélésére. Az évfolyamonkénti értékelés után igyekszünk szakmailag értékes díjakat (matematikai és számítástechnikai könyvek, laminált oklevelek, Ambrózy Géza arcképével díszített érmék, a versenyre tervezett mappák, „Ambrózy” névvel gravírozott jó minőségű tollak, stb.), és jól megtervezett, szép kivitelű dicsérő okleveleket adni a tanulóknak.

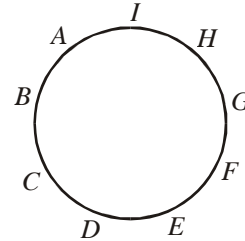
**A névadóról:** Ambrózy Géza Szepes megyében, Nagyszalókon született 1896. december 16-án. Ambrózy Géza a késmárki evangélikus gimnáziumban érettségizett jeles eredménnyel. 1923-ban szerzett matematika-fizika szakos tanári oklevelet a budapesti Pázmány Péter Tudományegyetemen. Egyetemi éve alatt nagy hatást gyakoroltak rá matematika professzorai Kürschák József és Szíjártó Miklós. Az

egyetem után Nyíregyházán a Geduly Henrik Evangélikus Leánygimnáziumban kezdett tanítani. Rendszeresen tűzött ki feladatokat a Középiskolai Matematikai Lapokban, A Matematika Tanításában, de publikált a Tanügyi Szemlében, a Vakok Világában, a Nyírvidékben is.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Egy kör kerületére kilenc egész számot írunk, amelyek összege 90. Bizonyítsuk be, hogy van négy egymás melletti szám, amelyek összege legalább 40.

**1. megoldás:** Legyenek a számok  $a, b, c, d, e, f, g, h, i$  -ekben a sorrendben. Bizonyítsunk indirekt: tegyük fel, hogy bármely 4 egymás melletti szám összege kisebb, mint 40. Ekkor  $(a+b+c+d)+(b+c+d+e)+(c+d+e+f)+\dots+(i+a+b+c) < 9 \cdot 40$ . Innen:  $4 \cdot (a+b+c+d+e+f+g+h+i) < 360$ . Felhasználva a feltételt:  $4 \cdot 90 < 360$ , ami ellentmondás. Tehát kiinduló feltevésünk nem lehet igaz, vagyis van 4 egymás melletti szám, melyek összege legalább 40.



**2. megoldás:** (Bartha Kristóf (Krúdy Gimnázium) megoldása szó szerint leírva) „Tegyük fel, hogy nincs négy egymás melletti szám, amelynek az összege 40.  $A+B+C+D < 40$ ;  $A+B+C+D+E+F+G+H+I = 90$ .

Tehát:  $E+F+G+H+I > 50$   $E+F+G+H < 40$ , mivel nem lehet négy egymás melletti szám összege legalább 40. Tehát  $I > 10$  ezt le lehet vezetni az összes számról:  $A > 10, B > 10, C > 10, D > 10, E > 10, F > 10, G > 10, H > 10, I > 10$ . Ez nem lehet, mert  $A+B+C+D+E+F+G+H+I = 90$  és ez esetben ez az összeg nagyobb lenne, mint 90. Tehát a feltevés hamis, és a feladat állítása igaz.”

**2. feladat:** Az 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 számjegyek felhasználásával készítsenek különböző prímszámokat úgy, hogy minden számjegy pontosan egyszer szerepeljen és a kapott prímszámok összege a lehető legkisebb legyen!

**Megoldás:** A páros számok közül csak a 2 kerülhet az egyesek helyi értékére. A többi páros számot a tízesek helyi értékére kell tennünk. Az összes páratlant próbáljuk meg az egyesek helyi értékére tenni. Ezen okoskodással „elméletileg” a legkisebb összeg  $1+3+5+7+9+2+40+60+80=207$ . Ez megvalósítható a következő módokon  $2+5+7+43+61+89=207$  vagy  $2+3+5+41+67+89=207$ .

**3. feladat:** Matekland városának falai egy szabályos sokszöget zárnak körül, melynek belső szöge fokokban mérve egész szám. Hány különböző oldalszámú ilyen sokszög van?

**4. feladat:** Ha az  $x, y,$  és  $z$  pozitív számok kielégítik az  $x + \frac{1}{y} = 4, y + \frac{1}{z} = 1,$   
 $z + \frac{1}{x} = \frac{7}{3}$  egyenleteket, akkor mivel egyenlő  $x \cdot y \cdot z$  értéke?

Dr. Kiss Sándor

## J Á S Z - N A G Y K U N - S Z O L N O K M E G Y E

**Név:** Szolnok Megyei Középiskolai Matematikaverseny

**Szervező:** Jász-Nagykun-Szolnok Megyei Pedagógiai Intézet,  
Pedagógiai Szakmai és Szakszolgálat

**Felelős személy:** Császár István

**Résztevők:** 9-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1985

**Fordulók száma:** kettő

**1. forduló (iskolai):** február eleje

**2. forduló (megyei):** március vége, április eleje

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 1500 Ft/iskola

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 1200 fő

**2. forduló:** 150 fő

**Telefon:** 06-56/510-711

**E-mail:** info@szolnok-ped.sulinet.hu

**Fax:** 06-56/510-711

**Honlap:** www.szolnok-ped.sulinet.hu

### A verseny története, bemutatása

A Megyei matematikaverseny története több mint húsz évre nyúlik vissza. Hosszú ideig a kisújszállási Móricz Zsigmond Gimnáziumhoz kötődött, és az iskola első igazgatójáról Pallagi Gyuláról neveztek el. Később a megyei döntő elkerült Kisújszállásról, és mint Megyei matematikaverseny jelent meg. A szervezés keretei nem változtak, két forduló – iskolai és megyei forduló – keretében mérkőzhetnek meg a tanulók négy évfolyamon, több kategóriában.

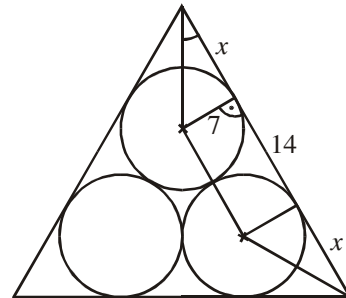
### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Mekkora annak a szabályos háromszögnek az oldala, amelybe beleírnék három egymást páronként érintő és a háromszög oldalait is belülről érintő 7 cm sugarú egybevágó kört?

**Megoldás:** Az ábráról látható, hogy  $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{7}{x}$ ,

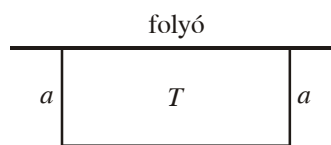
innen  $x \approx 12,12$  cm, ezért  $a = 2x + 14 \approx 35,25$  cm.

**2. feladat:** Közvetlenül a folyóparton egy téglalap alakú kertet akarunk bekeríteni. Ehhez 120 méternyi kerítésanyagunk van, viszont a téglalap folyó felőli oldalához nem építünk kerítést. Mekkora oldalai legyenek a kertnek, ha a rendelkezésünkre álló kerítéssel a



lehető legnagyobb területet szeretnénk bekeríteni? Mekkora lesz ekkor a kert területe?

*Megoldás:* Használjuk az ábra jelöléseit! A feltételek szerint  $2a+b=120$  és  $T=a \cdot b$ . Innen  $T(a) = a \cdot (120-2a) = -2a^2 + 120a = -2(a-30)^2 + 1800$ .  $T(a)$  maximális, ha  $(a-30)^2$  minimális. Így  $a=30$  és  $b=60$ . A kert kerülete  $1800 \text{ m}^2$ .



**3. feladat:** Három testvérnek egy tál pogácsát süített édesanyjuk, és meghagyta: Péter kirándulni megy a barátaival, vigye el a pogácsák felét, Marika megeheti az egyharmadát, Jancsi már sütés közben is kapott, így neki elég lesz az egyhatoda is. Ezután Péter leszámolta a pogácsák felét és elment. Marika nem tudta, hogy Péter kivette-e már a részét, így megette a maradék egyharmadát. Jancsi szintén nem tudta, hogy testvérei ettek-e már, így ő is kivette a tálban talált pogácsák egyhatodát. A tálban 15 pogácsa maradt. Kinek mennyi pogácsa jár még, hogy mindenki az eredeti megállapodás szerint részesüljön belőle?

*Megoldás:* Jelöljük  $x$ -szel a pogácsák számát! Péter elvitt  $\frac{x}{2}$ , Marika megevett

$(x - \frac{x}{2}) \cdot \frac{1}{3} = \frac{x}{6}$ , Jancsi kivett  $(x - \frac{x}{2} - \frac{x}{6}) \cdot \frac{1}{6} = \frac{x}{18}$  pogácsát. Így  $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{6} - \frac{x}{18} = 15$ , innen  $x=54$ . Péternek tehát 27, Marikának 18, Jancsinak pedig 9 pogácsát szánt édesanyjuk. Péternek 27, Marika 9, Jancsi 3 pogácsát vett el, ezért Péternek még 0, Marikának 9, Jancsinak 6 pogácsa jár.

**4. feladat:** Négy anya, mindegyik a lánya kíséretében, egy üzletben szalagot vásárol. Mindegyik anya a lányánál kétszer annyi szalagot vásárol, és mindenki annyi métert vásárol, ahány forintot fizet egy-egy méterért, egy méter ára – forintban kifejezve – mindig egész szám. Tudjuk, hogy Juhászné 76 forinttal fizet többet, mint Fehérné; Nóra 3 méterrel kevesebbet vásárol, mint Barnáné; Gizi 2 méterrel többet, mint Hilda, akinek a számlája 48 forinttal kevesebb, mint Kovácsné számlája. Hogyan hívják Mária anyját?

*Megoldás:* Tegyük fel, hogy Juhászné lánya  $x$  métert, Fehérné lánya  $y$  métert vásárolt. Akkor Juhászné  $2x$  méterért  $4x^2$  forintot, míg Fehérné  $2y$  méterért  $4y^2$  forintot fizetett. Tehát  $4x^2 - 4y^2 = 76$ , ebből  $(x+y)(x-y) = 19$ . Itt  $x$  és  $y$  egész szám, ezért szükségképpen  $x+y=19$  és  $x-y=1$ . Ebből  $x=10$  és  $y=9$ . Feltéve, hogy Kovácsné  $2u$  métert vett, Hilda pedig  $z$ -t, akkor  $4u^2 - z^2 = 48$ . Ebből az következik, hogy  $z$  páros, mert  $u$  és  $z$  is egész. Legyen  $z=2v$ , akkor  $4u^2 - 4v^2 = 48$ ,  $(u+v)(u-v) = 12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$ . Mivel  $u-v=1$  vagy  $3$  nem vezet egész megoldáshoz, ezért  $u-v=2$  és  $u+v=6$ , ebből  $u=4$  és  $v=2$ ;  $z=4$ . Hilda tehát 4, Gizi pedig  $4+2=6$  métert vásárolt. Nóra szükségképpen páratlan számú métert vásárolt (párosból páratlan), ezért Juhászné lánya által vásárolt 10 méter csak Máriáé lehetett. Tehát Mária anyja Juhászné.

Császár István

## TOLNA MEGYE

**Név:** Tolna Megyei Középiskolák Matematikaversenye

**Szervező:** Tolna Megyei Matematikai Tehetséggondozó Alapítvány

**Felelős személy:** Dr. Katz Sándor

**Résztvevők:** 9-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** a 9-10. évfolyamon megyei, a 11-12. évfolyamon regionális

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1986

**Fordulók száma:** a 9-10. évfolyamon egyfordulós, a 11-12. évfolyamon kétfordulós

**1. forduló (iskolai):** november

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 485 fő

**Telefon:** 06-74/451-719

**E-mail:** skatz@freemail.hu

**Fax:** 06-74/550-174

**Honlap:** www.petofi-bhad.sulinet.hu

### A verseny története, bemutatása

Tolna megyében közel harminc éves hagyománya van a megyei versenyeknek. Ezek szervezését az indulás óta Katz Sándor megyei szaktanácsadó végzi. A 11. és 12. évfolyamon 1987 óta a verseny Baranya – Somogy – Tolna megyékre kiterjedő második fordulóval gazdagodott, majd az utóbbi három évben Zala megye is bekapcsolódott a regionális versenybe.

A verseny feladatait mindig a megyén kívüli szakemberek állítják össze. A 9-10 évfolyamét Vince István, a Szegedi Radnóti Gimnázium tanára. A 11-12. évfolyamét 20 évig kölcsönösen egymásnak állítottuk össze, a három megye akkori matematika szaktanácsadói. A Somogy megyei feladatokat előbb Fraunholcz Mihály, majd Gombocz Ernő, a Tolna megyeieket Kiss Zoltán, és Baranya megyei Fejér Lipót Matematikaverseny feladatait Katz Sándor. Ez utóbbinak 20 éves anyaga meg is jelent könyv formájában. A három megyés döntő feladatait 20 évig Heteyi Gábor a pécsi tanárképző tanára válogatta. Az első 10 évben Komlósi Sándor, a közgazdasági kar tanára is részt vett a verseny szervezésében és a feladatok kitűzésében is.

A négy megyésre bővült 11-12-edikes versenyen már egységes feladatsorokat írnak mind a négy megyében, és ezeket mindkét fordulóban Róka Sándor állítja össze.

Tolna megyében a megyei versenyen évente kb. 500 tanuló vesz részt. Ez nagyon fontos lehetőség azon tanulóknak is, akiknek az országos versenyek még nem nyújtanak sikerélményt. Fontos ez a tanároknak is, hogy menet közben is értékelni tudják munkájuk hatékonyságát. A verseny a tanulóknak ingyenes, a költségekhez a Bolyai Társulat, a Tolna Megyei Matematikai Tehetséggondozó Alapítvány, és a megyei Közoktatás-fejlesztési Közalapítvány járult hozzá.



**A 2009-2010. tanévi 9. osztályos feladatsor**

- 1. feladat:** Igaz-e minden egész szám esetén a következő állítás? Ha  $a^n = b^n$ , akkor  $a = b$ .
- 2. feladat:** Okos Tóni összeadott 99 egész számot. Az összeg 2000-nek adódott. Ezután ezeket a számokat mind összeszorozta. A szorzat 2009 lett. Biztos, hogy jól számolt Tóni?
- 3. feladat:** Zita egy alkalommal megállapította, hogy olyan sokan vannak az iskolai énekkarban, hogy biztosan van közöttük három olyan, akik ugyanabban a hónapban tartják a születésnapjukat, de nem biztos, hogy találni négy ilyen kórustagot közöttük. Hány tagja lehet az énekkarnak?
- 4. feladat:** Az  $ABCD$  négyszög  $A$  csúcsában derékszög van. Az ebből a csúcsból induló átló a négyszöget egy szabályos és egy egyenlő szárú háromszögre osztja. Határozzuk meg a négyszög szögeinek nagyságát!
- 5. feladat:** Egyforma méretű kocka alakú dobozokat két nagy kockába pakolták össze, ahol a nagyobb csak egy réteggel magasabb a kisebbnél. Lehet-e építeni ezekből a dobozokból az összes felhasználásával egy nagyobb kockát, mely megint csak egy réteggel lesz magasabb ez előzők közül a nagyobbbnál?
- 6. feladat:** Az  $ABC$  háromszögben legyen  $A$  tükörképe  $C$ -re  $B_1$ ,  $C$  tükörképe  $B$ -re  $A_1$ . Milyen arányban osztja ketté az  $AB$  oldal egyenese az  $A_1B_1$  oldalt?
- 7. feladat:** Mutassuk meg, hogy az  $n = 2010^4 + 2010^3 + 2 \cdot 2010^2 + 2010 + 1$  nem lehet prímszám!  
Összeállította: Vicze István

**Válogatás a 2009-2010. tanévi 12. osztályos feladatokból**

- 1. feladat:** a) Mennyi az  $f(x) = 3x - 2x^2$  függvény legnagyobb értéke?  
b) Az  $x^2 + bx + c = 0$  egyenlet gyökei az  $x^2 + 3x - 5 = 0$  egyenlet gyökeinek reciprokai. Mennyi  $b + c$  értéke?  
c) Milyen maradékot ad a  $2^5 + 3^5 + 4^5 + \dots + 11^5$  összeg 12-vel osztva?  
d) Az  $a, b, c$  pozitív számokra  $\log_a b + \log_b c + \log_c a = 0$ . Mennyi  $(\log_a b)^3 + (\log_b c)^3 + (\log_c a)^3$  értéke?
- 2. feladat:** Az 1, 2, 3, ..., 25 számokból legfeljebb hány számot választhatunk úgy, hogy a kiválasztottak között ne legyen kettő, melyek szorzata négyzetszám?
- 3. feladat:** Egy háromszög  $\alpha$  és  $\beta$  szögének felezője messe a háromszög köré írható kört a  $D$  és  $E$  pontban. Mekkora szöget zár be  $DE$  a háromszög  $\gamma$  szögének szögfelezőjével?
- 4. feladat:** Megadható-e 7 egész szám úgy, hogy a belőlük képzett kéttagú összegek értékei 1, 2, 3, ..., 20, 21 legyen?  
Összeállította: Róka Sándor

Dr. Katz Sándor

## Z A L A M E G Y E

**Név:** Zala Megyei Középiskolai Matematikaverseny

**Szervező:** Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány, Zala Megyei Önkormányzat  
Pedagógiai Intézete, BJMT Zala Megyei Tagozata

**Felelős személy:** Dr. Pintér Ferenc

**Résztevők:** 9-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 2008

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (megyei, területi):** november közepe

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 429 fő

**Telefon:** 06-93/516-153

**E-mail:** info@zalamat.hu

**Fax:** 06-93/310-435

**Honlap:** www.zalamat.hu

### A verseny története, bemutatása

Független, megyén kívüli zsűri bevonásával bonyolítjuk, Somogy, Baranya és Tolna megyékkel összefogva, ugyanazokkal a feladatsorokkal, ugyanabban az időpontban. Ingyenes verseny, évente 400-500 középiskolás diák részvételével. A 11-12. évfolyamon az 1-6. helyezettek képviselik megyénket a „Négy megye” versenyen.

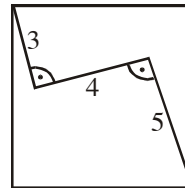
### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Valahol azt olvastuk, hogy egy newnaili 13. osztályos gimnáziumi tanuló megtalálta az első páratlan tökéletes számot. Ez a 2 812 644 884 765 625. Számológép segítségével nélkül döntsük el, hogy ez a szám tökéletes szám vagy sem. (Tökéletes számnak nevezzük az olyan természetes számot, amely egyenlő a tőle kisebb pozitív osztóinak összegével. Például a 6 és a 28 is tökéletes:  $6 = 1 + 2 + 3$ ,  $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ .)

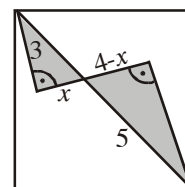
**Megoldás:** Egy tökéletes szám összes (pozitív) osztójának összege a szám kétszerese. A szám számjegyeinek összege 78. Tehát a szám osztható 3-mal, de 9-cel nem. Emiatt a szám összes osztójának összege osztható 4-gyel. Ugyanis, ha a számnak osztója  $d$ , mely nem többszöröse a 3-nak, akkor a számnak osztója  $3d$  is. Ezért a szám osztóinak összegét számolva abban  $d + 3d = 4d$  részösszegeket adunk össze. Ezek szerint a szám összes osztójának összege osztható 4-gyel, és ez az összeg a szám kétszerese, de a megadott páratlan szám kétszerese nem osztható 4-gyel, azaz a szám nem tökéletes.

**Megjegyzés:** Ezt az állítást, hogy megtalálták az első páratlan tökéletes számot, a Természet Világa 2003. augusztusi számában a diákoldalakon (CXX. oldalon) írták le. Az elvárható ellenőrzés ezek szerint elmaradt. Igaz, egy későbbi lapszámban elnézést kértek a téves közlésért. Interneten is olvasható, ha van páratlan tökéletes szám, az legalább 300-jegyű szám a tízes számrendszerben felírva. A feladatban szereplő szám felbontása:  $2\,812\,644\,884\,884\,765\,625 = 3 \cdot 5^9 \cdot 7^5 \cdot 13^4$ .

**2. feladat:** Egy négyzetben két szemközi csúcsot az ábra szerint egy olyan törött vonallal kötünk össze, melynek három egymáshoz csatlakozó szakasza 3, 4 és 5 egység hosszú, és a közös végpontú szakaszok merőlegesek egymásra. Mekkora a négyzet területe?

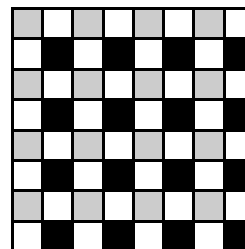


**Megoldás:** Rajzoljuk meg a négyzetnek a törött vonal végpontjait összekötő átlóját. Így két hasonló derékszögű háromszög keletkezik.  $\frac{3}{x} = \frac{5}{4-x}$ ,  $x = \frac{3}{2}$ . A Pitagorasz-tétellel kiszámoljuk a



derékszögű háromszög átfogóit:  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ ,  $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ . A négyzet átlója ezek összege:  $4\sqrt{5}$ .

**3. feladat:** A  $8 \times 8$ -as sakktabla fekete mezőire hányféleképp lehet feltenni 8 bástyát úgy, hogy azok ne üssék egymást?



**Megoldás:** A tábla szürkére festett  $4 \times 4$  mezőjére 4 bástya  $4! = 24$ -féleképp helyezhető úgy, hogy ne üssék egymást. A tábla feketére festett  $4 \times 4$  mezőjére 4 bástya ugyancsak  $4! = 24$ -féleképp helyezhető úgy, hogy ne üssék egymást. A 8 bástya a kívánt feltételek szerint  $24 \cdot 24 = 576$ -féle módon helyezhető el.

**4. feladat:** Mennyi az  $f(x) = 3x^2 - 2x + 8$  függvény legkisebb értéke?

**Megoldás:**  $f(x) = 3x^2 - 2x + 8 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{23}{3} \geq \frac{23}{3}$ . A függvény legkisebb értéke  $\frac{23}{3}$ .

**5. feladat:** Határozzuk meg az  $x^2 - 4x + 1 = 0$  egyenlet gyökei köbének összegét anélkül, hogy kiszámolnánk az egyenlet gyökeit!

**Megoldás:** A gyökök és együtthatók közti összefüggéseket használjuk. Az egyenlet gyökei  $x_1$ ,  $x_2$ . (Van két valós gyök, mert a diszkrimináns pozitív.)  $x_1 + x_2 = 4$ , és  $x_1 \cdot x_2 = 1$ . Az egyenlet gyökei köbének összege:  $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = 64 - 3 \cdot 4 = 52$ .

Dr. Pintér Ferenc

## ARANY JÁNOS PROGRAM VERSENYE

**Név:** Arany János Program Iskoláinak Matematikaversenye

**Szervező:** Arany János Program Iskoláinak Egyesülete

**Felelős személy:** Dr. Katz Sándor

**Résztvevők:** 9-13. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 2001

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (országos):** tavasszal

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 586 fő

**Telefon:** 06-74/451-719

**E-mail:** skatz@freemail.hu; skatz@petofi-bhad.sulinet.hu

**Fax:** 06-74/550-174

**Honlap:** petofi-bhad.sulinet.hu

### A verseny története, bemutatása

2000. szeptemberében indult az ország 20 iskolájában az Arany János Tehetséggondozó Program. A pályázó iskolák közül minden megyében a gimnáziumok listáján a legelőkelőbb helyen álló gimnázium kapott lehetőséget egy 5 éves képzési tartamú tehetségfejlesztő osztály indítására. Budapesten a Puskás Tivadar Távközlési Technikumban indult osztály. Később még két iskolával bővült a kör. A kis községekben élő, ill. hátrányos helyzetű tanulók számára biztosít ez az osztály kiemelkedési lehetőséget. Katz Sándor lett a programban a matematika „tantárgygondozó”-ja, így ő vállalta, hogy a program tanulói számára matematikaversenyt szervez.

A programban résztvevő tanulók számára is fontos, hogy tudásukat, ismereteik gyarapodását rendszeresen össze tudják hasonlítani a program többi résztvevőjének tudásával. Az ebben a rendszerben tanulók is rendszeresen részt vesznek az országos és regionális versenyeken, de itt csak a legjobbaknak van sikerre esélyük. Emellett feltétlenül szükség van egy olyan szintű versenyre, ahol a program tanulóinak jelentős része sikerrel szerepelhet. A tanároknak is visszajelzést ad egy ilyen verseny arról, hogy munkájuknak milyen a hatékonysága.

Ezért az indulástól kezdve minden tanév végén megszervezzük az Arany János Tehetséggondozó program középiskoláinak matematikaversenyét. 2010-ben már a tizedik ilyen versenyt szerveztük.

A feladatokat évről-évre egy, a programban nem érdekelt, kiváló szakember állítja össze. Az első évben dr. Pintér Ferenc nagykanizsai kolléga vállalta ezt a feladatot, de már a második évtől dr. Csorba Ferenc a győri Krúdy Gyula Gimnázium tanára állítja össze a feladatsorokat az öt évvolyamra.

A versenyen általában 500 és 600 között van az indulók száma, és a résztvevőknek kb. fele ír továbbküldhető dolgozatot. (A 2010. évben pl. az 568 indulóból 305 tanuló dolgozatát küldték tovább.)

Az alsó négy évfolyamon a verseny első 3-3 helyezette részt vehet a ZALAMAT által szervezett nyári, balatonberényi, ill. 2010-től fonyódi, igen színvonalas matematika táborban. A 12-edikesek könyvtalvány jutalomban részesülnek. A díjazást az öt évfolyamon az Arany János Program Iskoláinak Egyesülete biztosítja.

A versenyt a visszajelzések alapján a kollégák szakmailag nagyon hasznosnak és folytatásra érdemesnek tartják. Ezt mutatja a résztvevők magas száma is. Az elmúlt 10 év alatt a versenyfeladatokból már a tanításban is jól felhasználható anyag állt össze, amely a Bonyhádi Petőfi Sándor Evangélikus Gimnázium honlapján elérhető.

A válogatás a verseny feladataiból a 13. évfolyam 2010. évi feladatsorának feladatait tartalmazza.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Négy pozitív szám összege 660. Az első két szám összege négyszer akkora, mint az utolsó két szám összege. A harmadik szám kétszer nagyobb, mint a negyedik, a második pedig néggyel kisebb az első számnál. Határozza meg a számokat!

**2. feladat:** Egy számtani sorozat első öt tagjának az összege 65, a következő öt tag összege pedig 215. Határozza meg a sorozat első tagját és különbségét!

**3. feladat:** Bizonyítsa be, hogy három egymást követő természetes szám köbének összege osztható kilencel!

**4. feladat:** Oldjuk meg a valós számok halmazán az  $x^2 + y^2 + z^2 = x + y + z = 3$  egyenletrendszert!

**5. feladat:** Adott két pont  $A(4, 6)$  és  $B(6, -2)$ . Az ordinátatengely mely  $P$  pontjára lesz az  $APB$  törött vonal hossza a lehető legkisebb?

**6. feladat:** Oldja meg a valós számok halmazán az  $x^2 + \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 = 3$  egyenletet!

**7. feladat:** Egy körlemezen felvettünk 8 pontot. Mutassa meg, hogy van közöttük kettő, amelyek távolsága kisebb a kör sugaránál! Összeállította: Dr. Csorba Ferenc

*Dr. Katz Sándor*

## NÉMET NEMZETISÉGI ISKOLÁK VERSENYE

**Név:** Német Nemzetiségi Középiskolák Matematika Versenye

**Szervező:** minden évben másik német nemzetiségi középiskola

**Felelős személyek:** matematikai munkaközösség-vezetők

**Résztvevők:** 9-12. évfolyamos tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 2002

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (iskolák közötti):** március eleje

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 56 fő

**Telefon:** 06-30/547-1761;

06-30/337-1907

**E-mail:** ppalmay@gmail.com;

verocska63@gmail.com

**Fax:** 06-1/283-0222

**Honlap:** nincs

### A verseny története, bemutatása

A verseny szervezésének ötlete 2001 őszén merült fel a budapesti Német Nemzeti Gimnázium és Kollégium matematika munkaközösségében. A gondolat azért fogalmazódott meg, mert a német nemzetiségi iskolák helyzete sok szempontból más, a matematika szempontjából némiképp hátrányosabb, mint magyar egynyelvű társaiké. A nemzetiségi iskolákban az igen magas heti óraszám miatt kevés a lehetőség arra, hogy a matematikát a minimális óraszám felül tanítsuk, hiszen a törvényi keretekbe több tanóra nem fér már bele.

Ez a verseny lehetőséget biztosít az ilyen típusú iskolákba járó tehetséges tanulóknak arra, hogy összemérjék tudásukat. Ezzel a versennyel tanulóink több sikerélményhez jutnak, mint a nagy országos versenyeken.

A verseny megrendezésével egyetértett minden érintett iskola matematika munkaközössége. Ezzel a versennyel az iskoláink közötti kapcsolat egy új területét nyitottuk meg.

A verseny kétnapos (péntek, szombat), egyfordulós, amelyen iskolánként és évfolyamonként 2-2 fő vesz részt. A versenyzőknek 90-120 perc alatt 5-6, németül is megfogalmazott feladatot kell megoldaniuk.

A versenyt szakmai és kulturális programokkal tesszük színesebbé. 2002-ben például vendégünk volt Lukács Judit /OKI/, akivel a bevezetés előtt álló kétszintű érettségiről beszélgettünk. Pécssett, Bereczkiné Székely Erzsébet Bolyai Jánosról (2003-ban), Fejér Lipótról (2009-ben), idén (2010-ben) Pilisvörösváron Király Endre: „Ismerkedés a fraktálokkal” címmel tartott előadást. Budapesten (2007-ben) Lénárt István Bolyai geometriája és rajzgömbje, valamint a Csodák Palotájának fizika kísérletei varázsolják el a hallgatóságot.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Egy asztalon három halomban 2009 db kavics van. Egyet eldobok belőle, és a többit két kupacba osztom. Ezután megint eldobok egyet az egyik halomból (amelyikben egynél több kavics van) és az egyik halmot ismét két részre osztom. Lehetséges-e hogy bizonyos számú ilyen művelet után minden kupacban pont három kavics lesz?

**Megoldás:** Ha a lépések száma  $x$ , akkor az eldobott kavicsok száma  $x$ , a meglévő kavicsok száma  $2009 - x$ , a halmok száma  $x + 1$ . Ha minden halomban 3 kavics marad, akkor  $3 \cdot (x + 1) = 2009 - x$ , ahonnan  $x = 501,5$ . Mivel a lépések száma pozitív egész szám, ezért nem lehetséges, hogy végül mindegyik kupacban pontosan 3 kavics legyen.

**2. feladat:** Az  $a, b, c$  oldalú háromszögben a szokásos jelölésekkel  $\gamma = 2\beta$ . Bizonyítsd be, hogy a  $c$  oldal  $b$  és  $a + b$  mértani közepe!

**1. megoldás:** Bizonyítandó:  $c^2 = b \cdot (a + b)$ . Rendezzük át az egyenletet:  $\frac{c}{b} = \frac{a + b}{c}$ .

Keressünk olyan háromszögeket, amelyeknek az oldalai a fenti szakaszok! Ehhez mérjük fel a  $BC$  oldal  $C$ -n túli meghosszabbítására a  $b$  szakaszt!

A szerkesztés szerint  $ACD$  háromszög egyenlő szárú és  $DCA \sphericalangle = 180^\circ - 2\beta$  miatt  $ADC \sphericalangle = DAC \sphericalangle = \beta$ . Ezért  $ABD$  háromszög is egyenlő szárú, és  $AD = c$ . Továbbá a  $DAC$  háromszög és a  $BDA$  háromszög hasonló, megfelelő oldalai aránya egyenlő:  $\frac{AD}{AC} = \frac{BD}{AB}$ , azaz  $\frac{c}{b} = \frac{a + b}{c}$ , amit bizonyítani akartunk.

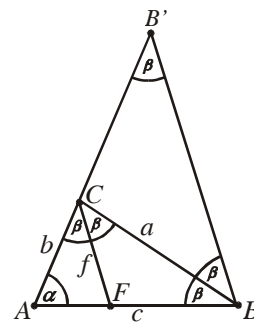
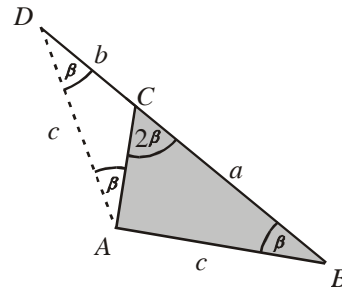
(Megjegyzés: Kifejezhető a két egyenlő szárú há-

romszögből a  $\beta$  koszinusza:  $\cos \beta = \frac{\frac{1}{2}BD}{AB} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (a + b)}{c}$ , ill.  $\cos \beta = \frac{\frac{1}{2}AD}{AC} = \frac{\frac{1}{2}c}{b}$ .

Ezekből is adódik a bizonyítandó egyenlőség.)

**2. megoldás:** Húzzunk párhuzamost a  $CF$  szögfelezővel a  $B$  csúcson keresztül. Ennek az  $AC$  oldalegyenessel való metszéspontját jelöljük  $B'$ -vel.  $B'BC \sphericalangle = BCF \sphericalangle = \beta$ , mert váltószögek és  $BB'C \sphericalangle = FCA \sphericalangle = \beta$ , mert egyállású szögek, így  $BB'C$  háromszög egyenlő szárú háromszög.  $AB'BA \sim ABCA$ , mert szögeik páronként egyenlők. Megfelelő oldalai aránya egyenlő:  $\frac{BA}{B'A} = \frac{AC}{AB}$ , azaz  $\frac{c}{a + b} = \frac{b}{c}$ . Ebből kapjuk  $c^2 = b \cdot (a + b)$ , ami a bizonyítandó állí-

tással  $c = \sqrt{b \cdot (a + b)}$  ekvivalens.



Nagyné Pálmay Piroska és Lányi Vera

## REFORMÁTUS ISKOLÁK VERSENYE

**Név:** Református Iskolák Országos Matematikaversenye

**Szervező:** Debreceni Református Kollégium Gimnáziuma

**Felelős személy:** Dr. Bajza Istvánné

**Résztvevők:** református iskolák 7-12. osztályos tanulói

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni és csapatverseny

**Az első verseny rendezésének éve:** 1993

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (országos):** február vége, március eleje

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 4000 Ft/fő (étkezés és szállás költsége)

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 140 fő

**Telefon:** 06-52/516-896

**E-mail:** [teledi@vipmail.hu](mailto:teledi@vipmail.hu)

**Fax:** 06-52/516-945

**Honlap:** [www.drkg.hu](http://www.drkg.hu)

### A verseny története, bemutatása

Az évente megrendezésre kerülő verseny elindítója és szervezője a Debreceni Református Kollégium Gimnáziumának matematika munkaközössége. A kétnapos vetélkedőre minden résztvevő iskola évfolyamonként egy-egy tanulót küldhet.

A feladatokat kezdetben a gimnázium matematika munkaközössége állította össze, majd 1998-tól a Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai (a későbbiekben) Matematikai Intézetének tanárai állítják össze a 9-12. évfolyamok számára. A 7-8. évfolyam feladatait továbbra is a munkaközösség készíti.

A verseny első napján, az egyéni verseny alatt a kísérő tanárok számára szakmai napot szervezünk. Előadóink voltak többek között: Deli Lajos (többször), Czapáry Endre, dr. Kosztolányi József, dr. Páles Zsolt, dr. Győri Kálmán, dr. Lajkó Károly, Paulovits György, Bartha Árpád, Pálmay Lóránt, Szászné Simon Judit, Szamadó László, Tarsay Tamás.

Az egyéni feladatmegoldás után a diákok számára szabadidős, ismerkedés, kulturális- vagy sport- rendezvény következik, miközben az egyetemi oktatók, egyetemisták a zsűri elnökével a javítást végzik.

A verseny 2. napja reggelivel, közös áhítattal kezdődik, majd csapatversennyel folytatódik. A csapatok a benevezett iskola tanulóiból állnak. A matematikai tudás mellett ötletekre, kreativitásra is szükség van az eredményes szerepléshez. Az elmúlt néhány év csapatversenyén híres matematikusok és a Református Kollégium tanárainak (például Kerekes Ferenc, Maróthi György, Hatvani István, stb.) feladataival, társasjátékkal, roulettel, árveréssel, sudoku kvízzel, varázslóval, pantomim játékkal sikerült érdekessé, izgalmassá tenni az együttlétet.

A kétnapos verseny ünnepélyes eredményhirdetéssel zárul. Az egyéni helyezettek jutalomban részesülnek. Két vándorserleget is átadunk: az egyéni eredmények-



ből legtöbb pontot gyűjtő iskola, valamint a csapatverseny győztes iskola részére.

A XV. évfordulóra elkészült a *Matematikai versenyek 1993-2006* című könyv, mely a verseny 14 évének teljes feladatanyagát tartalmazza megoldásokkal együtt és a versenyeken elért helyezéseket.

### Válogatás a verseny feladataiból

A sudoku kvíz üres négyzeteibe írjátok be a hiányzó számokat úgy, hogy minden sorban, minden oszlopban és minden  $3 \times 3$ -as blokkban egyszer és csakis egyszer szerepeljen minden szám 1-től 9-ig. A szürke mezők megfejtése szükséges az elinduláshoz.

**A:** Az  $ABC$  háromszögben  $AB=AC$ ,  $AE=AD$  és  $BAD$  szög  $= 30^\circ$ . Hány fokos a  $CDE$  szög?

**B:** Egy természetes számokból álló sorozat bármely tagjából úgy kapjuk meg rákövetkezőt, hogy azt 1,5-szer vesszük. A sorozat első öt tagját egymás mellé írva és egyetlen számnak tekintve tízjegyű számot kapunk. Mi a sorozat 4. tagja?

**D:** Ha 10839-t és 11863-t elosztjuk ugyanazzal a háromjegyű számmal, mind a kétszer ugyanazt a maradékot kapjuk. Mennyi ez a maradék?

**E:** Egy konvex négyszög oldalai valamelyik körüljárási irányt követve 1, 4, 7 és 8 egység. Legfeljebb mekkora lehet a négyszög területe?

**F:** Egy természetes számhoz hozzáadjuk számjegyeinek összegét és így 1953-t kapunk. Melyik ez a természetes szám?

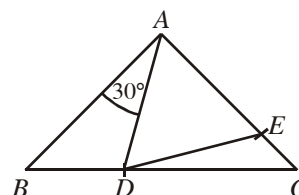
**G:**  $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{101} = 0$ ;  $x_1 + x_2 = x_2 + x_3 = x_3 + x_4 = \dots = x_99 + x_{100} = x_{100} + x_{101} = 1$ . Mennyi  $x_{18}$ ?

**H:** Egy kupacban 153 babszem van. A játék során 1 lépésben feloszthatunk egy legalább 3 babszemet tartalmazó kupacot tetszőlegesen két részre. A játék akkor ér véget, ha már nincs olyan kupac, amit ketté tudnánk osztani. Minimum hány lépésben ér véget a játék?

**I:** Számítsátok ki  $(\sqrt{2} + 1)^3 - (\sqrt{2} - 1)^3$  értékét!

*Megoldás:* Az előző kérdésekre adott helyes válaszok alapján a kitöltött táblázat a mellékelt ábrán látható.

|   |   |   |   |  |   |   |  |   |
|---|---|---|---|--|---|---|--|---|
| A |   |   |   |  |   |   |  | 2 |
| B | 7 |   |   |  | 1 |   |  |   |
| C |   |   |   |  | 2 |   |  | 3 |
| D |   |   |   |  |   |   |  |   |
| E |   |   |   |  | 4 |   |  |   |
| F | 4 | 7 |   |  |   |   |  |   |
| G | 8 |   | 4 |  |   |   |  |   |
| H |   |   | 3 |  |   |   |  |   |
| I |   |   |   |  | 6 | 2 |  |   |



|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 6 | 3 | 1 | 5 | 4 | 9 | 8 | 2 | 7 |
| B | 7 | 9 | 2 | 8 | 3 | 1 | 6 | 5 | 4 |
| C | 5 | 8 | 4 | 7 | 6 | 2 | 9 | 1 | 3 |
| D | 9 | 6 | 5 | 2 | 8 | 7 | 3 | 4 | 1 |
| E | 3 | 1 | 8 | 6 | 5 | 4 | 7 | 9 | 2 |
| F | 4 | 2 | 7 | 1 | 9 | 3 | 5 | 6 | 8 |
| G | 8 | 7 | 6 | 4 | 2 | 5 | 1 | 3 | 9 |
| H | 2 | 5 | 9 | 3 | 1 | 8 | 4 | 7 | 6 |
| I | 1 | 4 | 3 | 9 | 7 | 6 | 2 | 8 | 5 |

Dr. Bajza Istvánné

## DUGONICS ANDRÁS VERSENY

**Név:** Katolikus Iskolák „Dugonics András Matematika Versenye”

**Szervező:** Klotildligeti Ward Mária Általános Iskola és Gimnázium

**Felelős személy:** Mocsáry Dezső

**Résztvevők:** 4-8. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni, hagyományos és tesztes

**Az első verseny rendezésének éve:** 2000

**Fordulók száma:** három

**1. forduló (iskolai):** november közepe

**2. forduló (megyei):** január vége

**3. forduló (országos döntő):** március vége

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 3000 fő

**2. forduló:** 1940 fő

**3. forduló:** 76 fő

**Telefon:** 06-26/375-322

**E-mail:** mocsary.dezso@freemail.hu

**Fax:** 06-26/375-020

**Honlap:** nincs

### A verseny története, bemutatása

A rendszerváltás pozitívumai közül talán a legfontosabb, hogy a történelmi egyházak visszakapták az iskolaalapítási, fenntartási jogukat. A katolikus egyház korábbi kiterjedt iskolarendszere a '90-es évek végére komoly hálózattá bővült, közel 120 általános és középiskola működik, melyek működését a Katolikus Pedagógiai Szervezési és Továbbképzési Intézet (KPSZTI) koordinálja.

**A verseny lebonyolítása:** A versenyen a katolikus iskolák tanulói vehetnek részt, függetlenül az iskola típusától. Negyedik, ötödik és hatodik évfolyamon egységesen egy kategóriában versenyez mindenki, intézmény típustól függetlenül. Hetedik és nyolcadik évfolyamon két kategóriát állítottunk fel. Egyrészt az általános iskolai osztályba járó tanulók részére (A kategória), másrészt a gimnáziumi osztályba járó tanulók részére (G kategória).

Az első két forduló a helyi iskolákban zajlik, kiküldött egységes feladatsorok szerint, melyet a helyi iskola tanárai értékelnek szintén egységes megoldó kulcs alapján. A harmadik része a versenynek a döntő, mely a szervező iskolában Piliscsabán kerül megrendezésre.

Az első forduló során egy feleletválasztós feladatsort kell megoldani a tanulóknak, a második forduló hagyományos kidolgozandó feladatokból áll. A negyedik, ötödik és hatodik évfolyamon 60 perc, a hetedik és nyolcadik évfolyamon 90 perc a munkaidő minden fordulóban. Aki az első fordulóban minimum 50%-ot teljesített, az kerül a második fordulóra. A helyi iskolákból a kollégák elküldik a kiértékelt dolgozatokat Piliscsabára, ahol országos szinten regisztráljuk a versenyzőket.

Kategóriánként az országosan 10 legjobb eredményt elért versenyzőt hívjuk meg a döntőre. A döntőt Piliscsabán rendezzük. Ekkor elsősorban sajátos ötletet, látásmódot igénylő logikai feladatok alkotják a feladatsort. A feladatokat helyben javítjuk, a kísérő tanár kollégák segítségével.

A Katolikus Pedagógiai Szervezési és Továbbképzési Intézet által jegyzett minden iskola a tanév elején megkapja a versenykiírást. Az első forduló feladatait is. A tulajdonképpeni jelentkezés az első fordulón megfelelő pontszámot elért tanulók dolgozatainak megküldésével történik. A döntőbe kerülés elsősorban a második fordulón elért eredmény alapján történik, amennyiben itt holtverseny alakulna ki, úgy az első fordulón elért magasabb pontszám alapján választunk.

A verseny támogatója a Katolikus Pedagógiai Szervezési és Továbbképzési Intézet, szakmai támogatója az Öveges József Tanáregylet.

Szakmai segítséget nyújt számunkra Pálmay Lóránt tanár úr, aki a kész feladatsorok és megoldó kulcsok lektoraként ad hasznos tanácsokat számunkra és részt vesz a döntőn.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Ugyanabban az egyenes utcában van az iskola, az élelmiszerbolt és a posta. A posta kétszer olyan távol van az iskolától, mint az élelmiszerbolt. Jancsi ebben az utcában lakik, 100 m-re az iskolától. Egyik nap reggel elment a boltba, tízórait vett magának, onnan az iskolába sietett. Tanítás után a postára ment, feladott egy díztáviratot nagymamájának, azután sietett haza ebédelni. Milyen távol van a posta az élelmiszerbolttól, ha Jancsi ezen a napon pontosan 2 km-t tett meg, és a távolságok méterben mérve egész számok?

**2. feladat:** Piros, zöld és kék színű, ugyanolyan méretű kockáink vannak. Ábel vett két piros kockát, egyik lapjuk mentén összeragasztotta őket úgy, hogy a lapok pontosan fedték egymást. Ezután kék színű kockákat ragasztott minden piros lapra. Hugó az így kialakult test minden lapjára egy-egy zöld színű kockát tett. Hány négyzetlap határolja az így kialakult testet?

**3. feladat:** Jancsi olyan ötjegyű számra gondolt, amelyben az első három számjegy összegének fele megegyezik az utolsó két számjegy összegének kétharmad részével. Hány ilyen szám lehet, ha az öt számjegy összege 14?

A verseny első hét évének feladatait tartalmazó összefoglaló gyűjtemény megjelent az Öveges József Tanáregylet kiadásában, mely beszerezhető a Katolikus Pedagógiai Szervezési és Továbbképzési Intézetben.

Mocsáry Dezső

## MUSKÁT JÓZSEF VERSENY

**Név:** Muskát József Matematika Emlékverseny

**Szervező:** MT ÁMK és AMI Brodarics István Iskola (Mohács)

**Felelős személy:** Szenn Istvánné

**Résztvevők:** 4-8. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1992

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (megyei):** április vége

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 500 Ft/fő

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 125 fő

**Telefon:** 06-69/311-456

**E-mail:** igazgato@brodarics.sulinet.hu

**Fax:** 06-69/311-456

**Honlap:** www.brodarics-mohacs.sulinet.hu

### A verseny története, bemutatása

Iskolánkban már húsz éve van a matematikát emelt óraszámú tanuló osztály. Ebből adódóan tanítványaink igen szép eredményeket értek el a különböző matematikaversenyeken. Felmerült az igény, hogy mi is megrendezhetnénk egy ilyen versenyt. A mohácsi Kisfaludy Károly Gimnázium egykori kiváló matematikatanárától, Muskát József-től neveztek el. A feladatok összeállítása eleinte a helyi nevelők munkája volt, később Kunovszki István tanár urat kértük fel erre. A versenyen minden évfolyamon öt feladatot kell egy óra alatt megoldani. Nagyon népszerű lett a térség iskolái között ez a megmérettetés, mert más versenyekkel ellentétben, mi már aznap eredményhirdetést tartunk. Mivel általában húsz intézmény körülbelül 150 tanulójának dolgozatáról van szó, azt a formát választottuk, hogy a felkészítő nevelőket is bevonjuk a javításba. Ez idő alatt természetesen gondoskodunk a gyermekek szórakoztatásáról. Ebben a feladatban iskolánk valamennyi dolgozója részt vesz. Enni-, innivalóval vendégeljük meg a tanulókat. Kézműves foglalkozás, filmnézés és logikai játékok közül válogathatnak a gyerekek. Nyitva áll ilyenkor számukra iskolánk könyvtára és informatika terme. A versenyen csapatban is eredményt hirdetünk. Minden évfolyamon iskolánként két tanuló indulhat, akiknek együttes eredménye adja a csapatpontszámot. Versenyünk fő támogatói Muskát József fiai, akiknek jóvoltából vándorkupákat és tárgyjutalmakat is ki tudunk osztani az oklevelek mellett. Különdíjban részesül a legjobb eredményt elérő kistéletpülési csapata. Itt a 200 tanulónál kevesebbet foglalkoztató iskolákat értékeljük. A másik különdíj a legjobb felkészítő nevelőnek jár.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Az egyik tanítási órán az orvosi rendelőbe hívják azokat a gyerekeket, akik szemüvegesek vagy sportkörre járnak. Legalább és legfeljebb hányan maradnak a 27-es létszámú osztályban, ha 5 gyerek visel szemüveget, 12-en járnak sportkörre, és aznap nem hiányzott senki?

*Megoldás:* Ha az 5 szemüveges (SZ) gyerek a 12 sportkörös (S) között van, akkor csak 12-en mennek ki. Mivel  $27 - 12 = 15$ , azaz 15-en maradnak a teremben.

Ha a 12 sportkörös közül egyik sem szemüveges, akkor  $12 + 5 = 17$ -en mennek a rendelőbe. Mivel  $27 - (12 + 5) = 10$ , ezért 10-en maradnak a teremben. Tehát legfeljebb 15-en, és legalább 10-en maradnak az osztályteremben.

**2. feladat:** Egy raktárban két azonos méretű hordóban olaj van. Az egyik tele van, a másik pontosan félig. Tömegük 86 kg, illetve 53 kg. Mennyi az üres hordó tömege?

*Megoldás:* A teli és a félig töltött hordó tömege közt a félhordónyi olaj tömege a különbség.

A félhordónyi olaj tömege:  $86 \text{ kg} - 53 \text{ kg} = 33 \text{ kg}$

A teli hordóban lévő olaj mennyisége:  $2 \cdot 33 \text{ kg} = 66 \text{ kg}$

Így az üres hordó tömege:  $86 \text{ kg} - 66 \text{ kg} = 20 \text{ kg}$

**3. feladat:** Süsü, a sárkány pillangókat kergetett a réten. Véletlenül nekiszaladt egy vadkörtefának, melyről a körték fele lepotyogott. Mivel igen szereti a vadkörte, még egyszer megrázta a fát, s így a maradék harmada is lepottyant. Így tíz szem vadkörte maradt a fán. Mennyi volt eredetileg?

*Megoldás:* A körték felének a harmada egyenlő a hatodával. A fán maradt a körték 2 hatod része, azaz 10 darab körte. A körték 1 hatod része  $10 : 2 = 5$ , 6 hatod része  $6 \cdot 5 = 30$ .

**4. feladat:** Egy iskolába az egyik cég annyi órarendet küldött, amennyi a diákok száma. A tanulók 15%-a nem kért belőle, a háromnegyede kapott egy-egy órarendet. A többieknek kettőt is adtak fejenként, mégis megmaradt 30 darab. Hány tanulója van ennek az iskolának?

*Megoldás:* Legyen a tanulók száma  $x$  és foglaljuk táblázatba az órarendek elosztását! Mivel  $x - (0,15x + 0,75x) = 0,1x$ , ezért  $0,1x$  tanuló kapott két órarendet. A feltételek szerint  $0,75x + 0,2x + 30 = x$ , amiből  $x = 600$ . Tehát ennek az iskolának 600 tanulója van.

|               | Tanulók száma | Órarendek száma |
|---------------|---------------|-----------------|
| Nem kért      | $0,15x$       | 0               |
| Egyet kapott  | $0,75x$       | $0,75x$         |
| Kettőt kapott | $0,1x$        | $0,2x$          |
| Maradt        |               | 30              |

Szenn Istvánné

## SZEGŐ GÁBOR VERSENY

**Név:** Szegő Gábor Matematikaverseny

**Szervező:** Verseghy Ferenc Gimnázium (Szolnok)

**Felelős személyek:** Pécsi István és Veres Dénes

**Résztvevők:** 5-8. osztályos tanulók

**Hatókör:** térségi

**Forma:** egyéni, 1-2. forduló (levelező), 3. forduló (hagyományos)

**Az első verseny rendezésének éve:** 1994

**Fordulók száma:** három

**1. forduló (iskolai):** szeptember eleje

**2. forduló (iskolai):** október vége

**3. forduló (döntő):** január eleje

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 270 fő

**2. forduló:** 250 fő

**3. forduló:** 80 fő

**Telefon:** 06-56/514-953

**E-mail:** titkar@verseghy-szolnok.sulinet.hu

**Fax:** 06-56/514-953

**Honlap:** www.verseghy-szolnok.sulinet.hu

### A verseny története, bemutatása

**A verseny névadójáról:** Szegő Gábor 1895. január 20-án Kunhegyesen született. 1904 őszen került iskolánkba, amit akkor szolnoki Magyar Királyi Állami Főgimnáziumnak neveztek. Leginkább Zoltán Lipót számtanóráit kedvelte, de jeleskedett fizikából, történettanból is. Felsőbb osztályosként rendszeresen oldott meg feladatokat a Középiszkolai Matematikai Lapokban (KöMaL elődje), majd 1912-ben megnyerte a Matematikai és Fizikai Társulat XIX. matematika tanulóversenyét. A bírálóbizottság (melynek tagjai között olyan neves matematikusok voltak, mint Kőnig Gyula, Kőnig Dénes, Fejér Lipót és Kürschák József) így értékelte munkáját: „A bizottság a benyújtott dolgozatokat átvizsgálva és mértékelve, az első jutalomra Szegő Gábort, a szolnoki Állami Főgimnáziumban Zoltán Lipót tanítványát ajánlja, ki nemcsak mind a három feladatot hibátlanul oldotta meg, hanem a nehezebb első tétel kidolgozásában öntudatos eljárásával kiváló elmeélt tanúsított.”

**A verseny története:** 1995-ben, Szegő Gábor születésének 100., halálának 10. évfordulóján tartottuk első alkalommal versenyünk döntő fordulóját. A verseny létjogosultságát, eredményességét bizonyítja a több ezer diák. Kezdetben 400-500 diákkal indult az első forduló, aztán, ahogy csökkent a gyereklétszám, a versenyzők száma is csökkent. Az első 13 évben a versenyen elért jó eredmény felvételit jelentett nálunk a speciális matematika tantervű osztályba, de az utóbbi években sajnos már nem tehetjük ezt meg.

**A verseny bemutatása:** A feladatokat az első 10 évben közösen állítottuk össze, az utóbbi években Veres Dénes egyedül végzi ezt a feladatot. Köszönettel tartozunk iskolánk azóta nyugdíjba vonult tanárainak: Kiss Józsefnek, aki ötletével életre hívta ezt a versenyt; Peták Kálmánnak, aki éveken át irányította a verseny szervezését, és Béres Jenőnek, aki az iskola igazgatójaként 10 éven keresztül értő gazdája volt az egyre népszerűbb versenynek.

2004-től a verseny gondozója Pogány Gyula, iskolánk új igazgatója, aki matematika szakos tanárként is ápolja ezt a szép hagyományt. Iskolánk matematika munkaközössége 15 év tapasztalatával, nem fogyó lelkesedéssel folytatja az újabb versenyek szervezését.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Egy kocka minden lapjára ráragasztottunk egy kockát. (Az érintkező négyzetek fedésbe kerülnek.) Egy kocka felszíne  $24 \text{ cm}^2$ . Mennyi lesz a test felszíne és térfogata?

**2. feladat:** Tamás a fiával és Kálmán a fiával elmentek horgászni. Tamás annyi halat fogott, mint a fia, és Kálmán is annyi halat fogott, mint a fia. Összesen 21 halat fogtak. Tamás elmondta, hogy fiát Andrásnak hívják. Hogy hívják Kálmán fiát?

**3. feladat:** A 40-nél kisebb természetes számok közül 8 egymást követő számot összeszorozunk, és így egy olyan szorzatot kapunk, amelyik pontosan két 0-ra végződik. Hányféle ilyen szorzat létezik?

**4. feladat:** Triangulum országának királya, Triász egy szabályos háromszög alapú hasáb alakú tortát kap születésnapjára. Logicus Mathematicus, az udvari matematikus a háromszög minden oldalfelező pontjából merőlegest állít a szomszédos oldalakra, és az így kapott hat egyenes által határolt hatszög mentén fölolvágja a tortát. A középső, hatszög alapú hasáb alakú rész a királyé, a maradék pedig a királynét, Trianát illeti. Ki kap több tortát: Triász vagy Triana?

**5. feladat:** Egy szultánnak 143 felesége volt. 1000 napon keresztül adót szedett. Az első napon 144 aranyat, a többi napokon pedig mindig egy arannyal többet szedett, mint az azt megelőző napon. Az így beszedett adót egyenlően akarta szétosztani a feleségei között. Meg tudta-e tenni?

**6. feladat:** Hét bolygó mindegyikén egy-egy csillagász figyeli a hozzá legközelebbi, a sajátjától különböző bolygót. A bolygók közötti távolságok mind különbözők. Mutasd meg, hogy van olyan bolygó, amelyet egyik csillagász sem figyel!

**7. feladat:** Egy természetes számhoz hozzáadjuk a számjegyeinek az összegét, és így 2004-et kapunk. Melyik ez a természetes szám?

Pécsi István

## DÜRER VERSENY

**Név:** *Dürer Matematikaverseny*

**Szervező:** *Albrecht Dürer Pro Mathematica Alapítvány és a Földes Ferenc Gimnázium (Miskolc)*

**Felelős személyek:** *Farkas Ádám László és Szűcs Gábor*

**Résztvevők:** *7-12. osztályos tanulók*

**Hatókör:** *országos és a határon túli magyar tanítási nyelvű iskolák*

**Forma:** *csapat (3 fős)*

**Az első verseny rendezésének éve:** *2007*

**Fordulók száma:** *kettő*

**1. forduló (területi):** *november közepe*

**2. forduló (országos döntő):** *február eleje-közepe*

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** *nincs*

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben**

**1. forduló:** *309 fő*

**2. forduló:** *117 fő*

**Telefon:** *06-46/508-459*

**E-mail:** *durerinfo@gmail.com*

**Fax:** *06-46/508-460*

**Honlap:** *www.durer.iwstudio.hu*

### A verseny története, bemutatása

Az Albrecht Dürer Pro Mathematica Alapítvány és a Földes Ferenc Gimnázium közös szervezésében 2007-ben indult el ez a matematika csapatverseny. Külön érteke és érdekessége a versenynek, hogy jelenleg egyetemista volt diákjaink (Szűcs Gábor, Farkas Ádám László, Varga József) kezdeményezésére jött létre a verseny, ők hozták létre az alapítványt, és ők a verseny főszervezői.

A versenyen 3 fős csapatok vesznek részt az alábbi három kategóriában: M/I. kategória: 7-8. osztály, M/II. kategória: 9-10. osztály, M/III. kategória: 11-12. osztály.

Minden csapatra teljesülnie kell, hogy mindhárom tagja a kategóriának megfelelő tanuló, és a csapatban szerepel lány, és a csapatban szerepel legalább 1 fő a kisebb évfolyamról. A csapatoktól önálló feladatmegoldást várunk.

A verseny kétfordulós. Az első forduló levelezős, vagyis a feladatokat a csapatok önállóan készítik el az iskolájukban és adott határidőig (általában november közepéig) küldik el a szervezőkhöz. Az első levelezős forduló legjobbjai vehetnek részt a döntőn, amely a Földes Ferenc Gimnáziumban kerül megrendezésre. A döntő három napos, a programja a következő:

1. nap: délelőtt: a kifejtendő feladatok kidolgozása (kb. 3 óra)  
délután: szabadidő, közös programok, előadások, kísérletek, vetélkedők
2. nap: délelőtt: tesztverseny (kb. 2-3 óra)  
délután: szabadidő, közös programok, sport, kulturális rendezvények
3. nap: délelőtt: díjkiosztás



### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Egy táblázatban, amelynek 3 sora és  $n$  oszlopa van, véletlenszerűen elhelyeztünk  $n$  fehér,  $n$  piros és  $n$  fekete korongot. Soron belül a korongokat átrendezhetjük. Igazoljuk, hogy ekkor mindig elérhető, hogy minden oszlopban 3 különböző színű korong legyen!

**2. feladat:** Le lehet-e fedni egy  $2010 \times 2010$ -es négyzetet, a tetrishől ismert L-betűkkel?

*Megoldás:* Színezzük be a tábla oszlopait felváltva fehérre és feketére! Egy L betű egy vagy három feketét fed, eszerint nevezhetjük fekete és fehér L betűnek. Mivel összesen ugyanannyi fehér és fekete mező van, ezért ha le tudjuk fedni a táblát, akkor a fedésben ugyanannyi fehér és fekete L betű van. Tehát összesen páros sok L betűt kell használnunk. Ekkor viszont a mezők számának oszthatónak kell lennie 8-cal. Tehát nem fedhető le a tábla.

**3. feladat:** Van 3 tünde-, 9 ember- és 7 törpgyűrűnk. Ezekből hármat választunk ki. Mennyi az esélye, hogy ezek közt pontosan kettő tündegyűrű lesz?

*Megoldás:* Két tündegyűrűt  $\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1}$  féleképp választhatunk, a maradék 16-ból még egyet 16 féleképp. Így  $\frac{3 \cdot 2 \cdot 16}{2 \cdot 1}$  jó választás van. Az összes választás  $\frac{19 \cdot 18 \cdot 17}{3 \cdot 2 \cdot 1}$ . Így az esély ezek aránya:  $\frac{16}{323}$ .

**4. feladat:** Egy  $5 \times 5$ -ös négyzet első 4 sorába írtunk egész számokat (lehet negatív is), mind a négy sorban a számok összege 10. Kitölthető-e minden esetben az utolsó sor úgy, hogy minden sorban és oszlopban a számok összege 10 legyen?

*Megoldás:* Az utolsó sort csak egyféleképpen tölthetjük ki, mivel minden oszlopban is 10-nek kell lennie az összegnek. Ekkor minden oszlopban 10 az összeg, tehát a négyzetben levő összes szám összege 50. Az első négy sorban 40 a számok összege, tehát az utolsó sorban  $50 - 40 = 10$ . Így az utolsó sor is stimmel, bővös négyzetet kaptunk.

**5. feladat:** (Minden kategóriában van egy játék is, ez a III. kategória játéka volt.) Két játékos felváltva tör egy tábla  $5 \times 10$ -es csokiból a rácsvonalak mentén. Az veszít aki, az első  $1 \times 1$ -est kénytelen letörni (törni kötelező). Ti választhatjátok meg, hogy ki kezd a játékot. Teljes pontszám akkor jár, ha kétszer legyőzitek a felügyelőket.

*Megoldás:* Az első játékosnak van nyerő stratégiája, mert első lépésként két egybevágó,  $5 \times 5$ -ös részre törni a táblát, majd ezután minden lépésben amit az ellenfele csinált az egyik féllel, azt megismétli a másikkal. Így amíg a másik játékos nem tört  $1 \times 1$ -eset, ő se fog.

Farkas Ádám László és Szűcs Gábor

## MATEKGURU CSAPATVERSENY

**Név:** Matekguru Kárpát-medencei Csapatverseny

**Szervező:** Míg Megnövék Alapítvány a kisiskolások képességfejlesztéséért

**Felelős személy:** Vasváry Zoltánné

**Résztvevők:** 1-8. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos (Kárpát-Medence)

**Forma:** csapat (6 fős)

**Az első verseny rendezésének éve:** 2004

**Fordulók száma:** négy

**1-3. forduló (iskolai):** december közepe, február közepe, március vége

**4. forduló (döntő):** május

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 3600 Ft/csapat

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1-3. forduló:** 3700 fő

**4. forduló:** 480 fő

**Telefon:** 06-42/440-179

**E-mail:** [megnovok@megnovok.hu](mailto:megnovok@megnovok.hu)

**Fax:** 06-42/595-374

**Honlap:** [www.megnovok.hu](http://www.megnovok.hu)

### A verseny története, bemutatása

**Misszió:** A Míg megnövék Alapítvány a kisiskolások képességfejlesztéséért – „Tehetségpont” célul tűzte ki az iskoláskorú gyermekek képességének, tehetségének kibontakozásának segítését, illetve bármilyen oknál fogva hátrányos helyzetben lévő gyermekek, felzárkózását tanuló társaikhoz.

**Jövőkép:** Elő kívánjuk segíteni, hogy a

- a gyermekek gondolkodásmódja fejlődjön, a természethez, a környezethez való viszonya, a fenntartható fejlődés és az elvárható biztonság igényeinek megfelelően formálódjék.
- A gyermekek magyarságtudatukat megőrizve váljanak európai polgárrá.
- A gyermekek azon képességeinek fejlesztését, amelyek segítségével felkészülhetnek az önálló ismeretszerzésre. Rávezetni, megtapasztaltatni és elérni, hogy a tanulás megszerzése örömet, szabadságot, szellemi élményt jelentsen, és sikerélményekhez juttasson.
- Támogatni kívánjuk a pedagógusok munkáját mellyel a tehetséggondozást, a iskoláskorú gyermekek kompetencia alapú tudásának fejlesztését segítjük elő.

Az alapítvány a Matekguru versenyt 7 évvel ezelőtt indította. A tanulók a versenyre az adott tanév október 15-ig jelentkezhetnek az alapítványnál. A vetélkedőre hatfős csapatok jelentkezését várjuk 1-1 koordináló pedagógussal. A vetélkedőben az általános iskola 1-8. osztályos tanulói vehetnek részt. Iskolánként akárhány csapat nevezhet. A program során a három levelező forduló után az évfolyamok a

legjobb 10 csapata háromnapos élő döntőn vesz részt Nyíregyházán a Kis Vakond Gyermek- és Ifjúsági Táborban.

**A verseny célja:**

- A csapatmunka élményének átélésével a matematikai kompetencia fejlesztése.
- Szituációs történetben megfogalmazott olvasott probléma megértése, megoldása.
- A matematikai gondolkodás területeinek fejlesztésével emelni a gondolkodás általános kultúráját.
- A kommunikáció fejlesztése, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatása, megértése, saját gondolatok közlése.
- A jelenségek értelmezéséhez illeszkedő érvek megtalálása, az érveken alapuló vitakészség fejlesztése.

Értékelésünket folyamatos minőségbiztosítást megoldó kommunikációs rendszerünk segíti. Munkánk folyamatos. Motivációnk a költő gondolataival:

„Ha csak egy lelket szebbé, jobbá tettem,  
Ha csak egy szívbe szent magot vettem,...”  
(Reményik Sándor)

**Válogatás a verseny feladataiból**

**1. feladat:** A 2, 4, 5, 7 számjegyekből elkészítjük az összes olyan négyjegyű számot, mely számok felírásában mindegyik számjegy pontosan egyszer szerepel. A kapott 24 szám között egy olyan van, amely osztható valamely másikkal. Melyik ez a szám?

- (A) 5724      (B) 7245      (C) 7254      (D) 7425      (E) 7542

**Megoldás:** Az a szám, amelynek egyik többszöröse a 24 szám között van, csak 2-vel kezdődhet. Elég megnézni a 2457, 2475, 2547, 2574, 2745, 2754 számok 2-szeresét és 3-szorosát, hogy közülük melyik az, amely a 2, 4, 5, 7 számjegyekből épül fel:  $2475 \cdot 3 = 7425$ .

**2. feladat:** Bergengócia 6 városát összesen 10 út köti össze, és minden út két várost köt össze. Öt városról tudjuk, hogy onnan hány út indul: nevezetesen 3 város mindegyikéből 4 út, 2 városból pedig 3 út indul. Hány út indul a hatodik városból?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 5  
(E) Nem dönthető el egyértelműen.

**Megoldás:** Ha összeadjuk az egyes városokból kiinduló utak számát, akkor megkapjuk az utak számának kétszeresét, hiszen minden utat kétszer számolunk meg, a két végénél. Ezért  $2 \cdot 10 = 4 + 4 + 4 + 3 + 3 + x$ , azaz  $x = 2$ . A hatodik városból két út indul.

Vasváry Zoltánné

## ORSZÁGOS LOGIKAVESEN Y

**Név:** Országos Logikaverseny

**Szervező:** Gárdonyi Géza Általános Iskola és Óvoda (Győr)

**Felelős személy:** Bálint Csabáné

**Résztvevők:** 7-8. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 2001

**Fordulók száma:** négy

**1. forduló (levelező):** november eleje

**2. forduló (levelező):** január eleje

**3. forduló (levelező):** március eleje

**4. forduló (országos döntő):** április közepe

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 1500 Ft/fő

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1-3. forduló:** 250 fő

**4. forduló:** 50 fő

**Telefon:** 06-96/417-313

**E-mail:** gardonyi@arrabonet.hu

**Fax:** 06-96/417-313

**Honlap:** www.gardonyi-gyor.hu

### A verseny története, bemutatása

A győri Gárdonyi Géza Általános Iskola és Óvoda hagyományokra épülő profilja a rendszerbe foglalt helyi tehetségfejlesztés. Az 1992/93-as tanévtől évfolyamonként 1-1 osztályban (a tehetségfejlesztő osztályokban), 1997-től minden alsó tagozatos osztályban logika órákon és szakkörökön intenzíven fejlesztjük a gyerekek problémamegoldó gondolkodási képességét.

A matematikai képességek kialakulását a logikai jellegű gondolkodás készíti elő. Többéves megfigyelésünk tapasztalatai mutatják, hogy e fejlesztés minden más tantárgy tanulásához kiváló segítséget nyújt.

A verseny szakmai és adminisztrációs háttérét 10 kolléga összehangolt és precíz munkája biztosítja. A feladatsorokat az iskola magas színvonalú munkát végző matematika munkaközössége javítja és értékeli.

A jelentkezést azoknak a tanulóknak ajánlottuk, akik kedvelik a játékos fejtörőket, a szórakoztató, szokványoktól eltérő feladatokat, amelyekkel matematikaórán nem, vagy csak igen ritkán találkozhatnak.

A 2006-os tanévtől kezdve 7-8. évfolyamos versenyünket az Oktatási Közlönyben megjelentek szerint országosra terjesztettük ki. Természetesen az ország minden megyéjéből szívesen fogadtuk a kisebb korcsoportos diákok jelentkezését is. A visszajelzésekéből tudjuk, hogy kezdeményezésünk sikeres volt, a gyerekeknek tetszettek a feladatok. Sok tanuló adott a feladatokra ötletes, különleges megoldást.

A döntőkön nemcsak az eredményesen szereplő diákokat jutalmazuk értékes ajándékkal, plakettel és oklevéllel, hanem minden résztvevő kisebb ajándékot kap (pl. nagyméretű fa dobókocka, logikai játék, stb.). A legjobbak felkészítő tanárainak jutalmazását is igen fontosnak tartjuk, hiszen a kollégák elismerésben ritkán részesülnek.

A nevezők növekvő száma jelzi számunkra, hogy ilyen típusú versenyre igény van és az általunk meghirdetett verseny népszerű.

A logikaverseny újszerű, szokványos feladatoktól mentes döntőjére (előzetes teljesítményük alapján) hívjuk meg a gyerekeket. A 2003/2004-es tanévtől 2 helyszínen, Győrben és Budapesten rendezzük a végső megmérettetést. Mindkét helyszínen minden korcsoportban (kivéve a 7-8. korcsoportosokat) az első 10-12 diák teljesítményét oklevéllel, értékes logikai játékkal és könyvjutalommal díjazzuk.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Az ábrán 7 macskát látsz. Hol nem állhat a sorban Inci cica, ha az alábbiakat tudjuk róluk:

- Micinek csak egy szomszédja van.
- Zizi füle nem fehér.
- Pici szomszédja Mici és Ciki.
- Bibi farka és Finci lába fekete.



**2. feladat:** Három jóbarát, András, Béla és Balázs közül az egyik asztaliteniszező, a másik birkózó, míg a harmadik élsportoló aerobikozik. Egyik közülük Budapesten lakik, van egy aki Baján és egy, aki Algyón. Balázs csak ritkán utazik a fővárosba. Két olyan sportoló is van, akinek sportága és lakhelye ugyanazzal a betűvel kezdődik, mint a neve. Az asztaliteniszező felesége Balázs húga nem Algyón lakik. Hol lakik és mit sportol András, Béla és Balázs?

**Megoldás:** András Algyón lakik és aerobikozik, Béla Budapesten lakik és asztaliteniszező, Balázs pedig Baján lakó birkózó. Balázs Algyón vagy Baján lakik (ritkán jár a fővárosba). Mivel két olyan sportoló is van, akinek a sportága és a lakhelye is ugyanazzal a betűvel kezdődik, mint a neve, az egyik biztosan András, mivel két „a” betűvel kezdődő sportág is van, tehát András Algyón lakik, míg Balázs Baján, Béla pedig Budapesten. Az asztaliteniszező felesége = Balázs húga nem Algyón lakik: mivel Balázs Baján lakik, a húga csak Budapesten lakhat, tehát ő Béla felesége, tehát Béla az asztaliteniszező.

Ahhoz, hogy két olyan sportoló is legyen, akinek a sportága és a lakhelye is ugyanazzal a betűvel kezdődik, mint a neve Balázsnak kell a birkózónak és Andrásnak az aerobikozó sportolónak lennie.

Bálint Csabáné

## MAKKOSHÁZI MATEKVERSENY

**Név:** Makkosházi Matekverseny

**Szervező:** Juhász Nándor

**Felelős személy:** Husztáné Gyursánszki Erzsébet

**Résztevők:** Szeged város általános iskolái és Csongrád megye matematika tagozatos általános iskolái és hat-nyolcosztályos gimnáziumai

**Hatókör:** Csongrád megye + Arad város

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1987

**Fordulók száma:** kettő

**1. forduló (iskolai):** március vége

**2. forduló (megyei, városi döntő):** április harmadik hétfő

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 500 Ft/fő

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 600 fő

**2. forduló:** 140 fő

**Telefon:** 06-62/547-025

**E-mail:** makkoshazi.iskola@int.ritek.hu

**Fax:** 06-62/547-024

**Honlap:** www.makkoshazi-altisk.sulinet.hu

### A verseny története, bemutatása

Szegeden a Makkosházi városrész lakótelepi általános iskolája indulásakor egyik fő profiljának az emeltszintű matematikatanítást választotta. Matematika tagozatuk hírért egy – az 5-8. osztályos korosztály számára meghirdetett – matematikaversenyre alapozták meg. Az eltelt 22 év alatt minden tavasszal városi, sőt megyei eseményként tartjuk számon a Makkosházi Matekversenyt, amelyen egy adott délután évfolyamonként mintegy 150-200 (5-8. osztályos) tanuló ül asztalhoz, hogy érdekes matematika feladatokat oldjon meg. A verseny fő sajátossága, hogy minden évfolyamon külön feladatsorral foglalkoznak az általános tantervű és külön a tagozatos tantervű osztályokban/csoportokban tanuló diákok. Az emeltszintűek tábort gyarapítják a Csongrád megyében hat-, illetve nyolcosztályos gimnáziumokba járók. Kedves színfoltja e rendezvénynek, hogy rendszeresen aradi magyar tanulók is részt vesznek.

A versenyt minden évben a szegedi Makkosházi Általános Iskola hirdeti meg és bonyolítja le (innen származik a verseny neve). A verseny anyagát – kezdetben mint városi, majd megyei szaktanácsadó – hivatalból én szerkesztettem, majd a teljes versenyanyag megalkotása végleg rám hagyományozódott és hozzám nőtt.

Egy-egy ilyen verseny alkalmával nyolc különböző – négy feladatból álló – feladatsor kerül „bevetésre”. Ezek közül az utolsó valamilyen geometriai probléma, a többi pedig az adott évfolyam tananyagához köthető, vagy annak kreatív alkalmazását igénylő feladat. Az aktualitást pedig minden évben akár az adott évszám is biztosíthatja.

A négy feladat közül egy közös a tagozatos és nem tagozatosok számára és egy másik feladat szintén megegyezik az általános tantervűeknél és a náluk egy évfolyammal fiatalabb, tagozatosoknál. Ezzel a technikával minden évben 25 feladat szerepelt összesen a versenyen. Ezek megoldásainak helybeli értékelésében 25 felkért, kiváló szakember működik közre egy egységes javítási, értékelési útmutató alkalmazásával.

Egy ilyen rendszerben mód van arra is, hogy egy érdekes vagy klasszikus problémát több oldalról, különböző szinteken vizsgáljuk meg, egyre mélyebbre hatoló kérdésekkel mozgósítsuk a növendékek kreativitását.

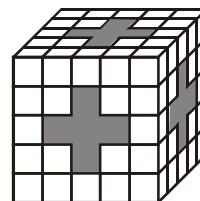
„Ha valaki egyszer megízleli a matematika örömét, nem fogja egykönnyen elfelejteni.” – vallja Pólya György. Ez az öröm sugárzik sok sikeresen szereplő gyerek arcáról egy-egy versenyen. Az érdeklődés töretlen. Minden évben limitálni kell a résztvevők számát. Szeged város általános iskoláiból évente iskolánként négy fő vehet részt, akik minden esetben egy-egy iskolai selejtezőn bizonyulnak a „házi-verseny” legjobbjaiknak. Így egy-egy iskola négy fős csapata nem feltétlenül jelent évfolyamonként egy-egy főt.

A verseny tétje – a teljesítmények alapján kialakuló rangsor mellett – mind a nyolc kategóriában elnyerhető vándorkupa, amit a mindenkori első helyezettek kapnak meg egy évre és rávésetik nevüket és iskolájuk nevét. Ha három évben egymás után ugyanaz az iskola nyeri el egy adott évfolyam kupáját, akkor az véglegesen a győztes iskolájáé lesz. A zsűri hatékony és gyors munkájuknak köszönhető, hogy a délután kezdődő versenynek még aznap kihirdethetjük az eredményét és a legjobbak átvehetik jutalmukat.

A Makkosházi Matekverseny első 20 évéből származó feladatokból 2009-ben külön kötet jelent meg, amely tematikus egységekbe szerkesztve tartalmaz közel 500 versenyfeladatot.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Különböző szinteken vizsgáljuk meg a következő problémákat, melyekben mind a négy kérdése más-más évfolyamnak szól: Egy öt egység élű kockán át mindhárom irányban kereszt alakú alagutat vágunk, az ábrán látható módon.



- Mekkora a maradék test térfogata?
- Hány kis kockányi rész hiányzik összesen?
- Hány  $\text{cm}^2$ -rel nőtt a test felszíne?
- Hány százalékkal változott a test felszíne?

**2. feladat:** Az adott évszámra vonatkozó feladatok:

1993-ban: Melyik tört a nagyobb?  $\frac{10^{1991} + 1}{10^{1992} + 1}$  vagy  $\frac{10^{1992} + 1}{10^{1993} + 1}$

2008-ban: Igaz-e a következő reláció? Állításod számítással igazold!

$$\left(\frac{2006}{2005} - 1\right) - \left(\frac{2007}{2006} - 1\right) - \left(\frac{2008}{2007} - 1\right) < 0$$

Juhász Nándor

## AMFITEÁTRUM KUPA

**Név:** Amfiteátrum Kupa

**Szervező:** Árpád Gimnázium, Budapest

**Felelős személy:** Besnyőné Titter Beáta

**Résztevők:** 5-6. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei, területi

**Forma:** egyéni és csapat

**Az első verseny rendezésének éve:** 1995

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (megyei, területi):** november közepe

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 236 fő

**Telefon:** 06-1/388-7120

**E-mail:** titkarsag@arpad.sulinet.hu

**Fax:** 06-1/388-7120

**Honlap:** www.arpad.sulinet.hu

### A verseny története, bemutatása

1994 őszén három speciális matematika tagozatos árpados diáknak jutott eszébe, mi lenne, ha általános iskolásoknak matematikaversenyt rendeznének.

Az ötlet mindenkinek tetszett, így hamar szervezni kezdték a versenyt Észak-Buda általános iskolái hatodikos tanulói számára. A legnehezebb feladat a verseny nevének megválasztása volt; végül a gimnázium mellett lévő amfiteátrum nyomán az „Amfiteátrum Kupa” elnevezés mellett döntöttek a szervezők.

Az első verseny 1995. január 10-én volt, 34 iskola négy-négy hatodikos diákja részvételével. A második verseny óta iskolánként két 5. és két 6. osztályos tanuló alkot egy csapatot, a résztvevőket korosztálonként egyénileg és iskolai csapatonként értékeljük. Az előkészítés, a szervezés és a lebonyolítás nagy részét mindig a 11. osztályos speciális matematika tagozatos osztályok végzik Besnyőné Titter Beáta tanárnő irányításával az Árpád Gimnázium lelkes tanárai és diákjai segítségével. A zsűri elnöke Mikusi Imre tanár úr, aki a feladatlapok fő kitalálója.

A versenyzőknek 75 perc alatt egyénileg kell megoldaniuk a feladatokat. Amíg a javítás folyik, amelyet a gimnázium magasabb évfolyamú és volt diákjai végeznek tanári felügyelet mellett, a versenyzők érdekes természettudományi bemutatókon, játékos foglalkozásokon vehetnek részt. A nap végén pedig izgatottan vehetik át az értékes díjakat. A csúcspont az Amfi Kupa átadása, amely egy vándorszerleg, amit a legeredményesebb csapat iskolája őrizhet egy éven át.

A verseny két oldalról nagyon hasznos. Egyrészt az 5-6. osztályos tanulóknak nyújt egy aktív és szórakoztató délutánt. Másrészt a gimnázium diákjainak nagy lehetőség, hogy kipróbálják magukat, mit jelent egy ekkora rendezvény előkészítése, lebonyolítása. A diákok aktivitását mutatja, hogy a szervezők létszáma közel 200 fő, a gimnázium diákjainak harmada.



### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Legalább hány lépés szükséges ahhoz, hogy 1-től eljussunk 2007-ig, ha minden lépésben vagy hozzáadunk 2-t az előző számhoz, vagy megszorozzuk 3-mal?

*Megoldás:* Gondolkodjunk visszafelé! Összeadás helyett kivonást, szorzás helyett osztást végzünk, ha lehet. A minimális lépésszám eléréséhez osztunk, ha lehetséges (a hárommal osztható számoknál tehetjük ezt meg). Tehát legalább 13 lépés szükséges.

$$2007 \xrightarrow{:3} 669 \xrightarrow{:3} 223 \xrightarrow{-2} 221 \xrightarrow{-2} 219 \xrightarrow{:3} 73 \xrightarrow{-2} 71 \xrightarrow{-2} 69 \xrightarrow{:3} 23 \xrightarrow{-2} 21 \xrightarrow{:3} 7 \xrightarrow{-2} 5 \xrightarrow{-2} 3 \xrightarrow{:3} 1$$

**2. feladat:** Adott az 123456789 szám. Egy lépés során kiválasztunk két egymás melletti számjegyet, mindkettőt csökkentjük 1-gyel, és felcseréljük a helyüket. (Például 123456789  $\rightarrow$  123436789, vagy 123456789  $\rightarrow$  123456787.) Melyik az így kapható legkisebb 9 jegyű szám, és hány lépés után kapjuk meg?

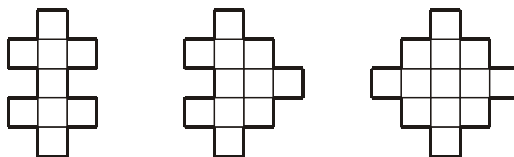
*Megoldás:* A feladatban meghatározott lépés tulajdonképpen azt jelenti, hogy az adott szám egyik számjegyét kettővel csökkentjük. Az első számjegy nem csökkenthető, a második és a harmadik egyszer, a negyedik és az ötödik kétszer, a hatodik és a hetedik háromszor, a nyolcadik és a kilencedik pedig négyszer csökkenthető. Így  $2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4) = 20$  lépés után az 101010101 számot kapjuk, ami a lehető legkisebb szám.

**3. feladat:** Hány olyan háromjegyű, 3-mal osztható pozitív egész szám van, amelyet oda-vissza olvasva ugyanazt a számot kapjuk?

*Megoldás:* Ha az első helyen  $3k+1$  alakú szám, vagyis az 1, 4, 7 valamelyike áll, akkor a 2. helyen is ezek vannak. Ha az első helyen a 2, 5, 8 valamelyike szerepel, akkor a 2. helyen is ezek állnak. Ha az első helyen a 3, 6, 9 valamelyike áll, akkor a 2. helyen a 0, 3, 6, 9 lehet. Így összesen  $9 + 9 + 12 = 30$  ilyen szám van.

**4. feladat:** Egy húszszög minden oldala 1 cm, és bármelyik két szomszédos oldala merőlegesen áll egymásra. Meg lehet-e egyértelműen állapítani a sokszög területét?

*Megoldás:* Nem tudjuk megállapítani. (Lehet például 9; 11; 13 cm<sup>2</sup> is a terület.)



Besnyőné Titter Beáta

## K E C S K E M É T I P O N T S Z E R Z Ő

**Név:** Kecskeméti Matematika Pontszerző Verseny

**Szervező:** Bányai Júlia Gimnázium (Kecskemét)

**Felelős személy:** Varga József

**Résztvevők:** 3-4. osztályos tanulók

**Hatókör:** városi

**Forma:** egyéni, levelezős, végén zárthelyi döntővel

**Az első verseny rendezésének éve:** 1991

**Fordulók száma:** öt

**1-4. forduló (levelező):** október közepétől február végéig

**5. forduló (zárthelyi döntő):** március közepe

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1-4. forduló:** 198 fő      **5. forduló:** 64 fő

**Telefon:** 06-76/508-189

**E-mail:** varg.jo@t-online.hu;bjg@pr.hu

**Fax:** 06-76/486-942

**Honlap:** www.banyai-kkt.sulinet.hu

### A verseny története, bemutatása

1991 őszén a Bányai Júlia Gimnázium Brenyó Mihály igazgató, matematikatanár kezdeményezésére Matematika Pontszerző Versenyt írt ki a város harmadik és negyedik osztályos kis diákjai számára. Terveink valóra váltását Kecskemét Város Önkormányzatának Oktatási Bizottsága kezdetől fogva támogatja.

A célt így fogalmazták meg: A folyamatos erőlködést igénylő feladat önálló munkaigényes gondolkodásra ösztönöz, és fejleszti a kitartást, a küzdeni tudást, az akaratot. A matematika egyike azon tudományoknak, amelyben az átlag feletti teljesítményre való adottság viszonylag korán jelentkezik. Fontos, hogy ezt minél több gyerek és környezete minél hamarabb felismerje, és az adottság képességgé fejlesztését ösztönözze. A versennyel segíteni szándékoztuk a tehetségek láthatóvá válását, az általános iskolai tehetségápolást illetve a diákköri munkát is.

A tapasztalatok szerint a családok körében a matematika népszerűsítését is szolgálja a verseny. A versenyző gyerekek rákényszerülnek gondolataik leírására, amely leírása időigényes és új feladat is ebben a korban. Neveli őket a rendezettségre és a szép külalakra egyaránt.

Nem titkoltnak ösztönözni kívánjuk egy-egy fontos fogalom, ismeret megértését, mélyítését. Megmutatni szándékozunk, hogy egy probléma megoldásához gyakran több helyes út vezet. A kijavított dolgozatok visszakerülnek a versenyzőkhöz.

Az egyes fordulók után klubfoglalkozásra várjuk a gyermekeket. Itt beszél meg a kitézött feladatok megoldását a feladatsor összeállítója a résztvevőkkel.

Négy, minden résztvevő számára egységes feladatsor megoldásának eredményei alapján évfolyamonként a legjobbak kapnak meghívást az ötödik, zárthelyi forduló

megírására a Bányaiba. Ekkor a harmadik és a negyedik osztályosok más-más feladatsort kapnak 60 percre. Az itt nyújtott teljesítmények alapján, ünnepélyes keretek között hirdetünk eredményt.

Az elmúlt két évtized alatt a verseny túlnőtt a város határain. 1994-96-ban Kecskemét finn testvérvárosában, Hyvinkaa-ban Sami Uusheimo magyarul is jól beszélő matematikatanár fordította le a feladatokat, és szervezte meg a versenyt.

Az elmúlt 10 évben Kolozsvárott, majd Marosvásárhelyen (Kecskemét testvérvárosa) és néhány évig Sepsiszentgyörgyön is versenyezhetek a mi feladatsorainkkal az ottani kisdíjakok.

Az elmúlt 2 évben pedig Pop Ágnes tanítónő vezetésével pedagógusok lelkes csapata országos versennyé fejlesztette – Maros-megye vezetése és a Romániai Oktatási Minisztérium támogatásával –, melynek döntőjét Marosvásárhelyen, a Bolyai Farkas Elméleti Líceumban tartják.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Melyik szám kerülhet a „?” helyére és miért?

|    |    |    |
|----|----|----|
| 3  | 32 | 11 |
| 27 | 16 | 31 |
| 83 | ?  | 88 |

**Megoldás:** a) Ha az egy sorban lévő számok között keresünk kapcsolatot, akkor már találunk megfelelő összefüggést.

$$32 = 4 \cdot (11 - 3) = 4 \times 8; \quad 16 = 4 \cdot (31 - 27) = 4 \times 4; \quad ? = 4 \cdot (88 - 83) = 4 \times 5 = 20$$

b) A versenyzők további érdekes megoldásai:

$$3 + 32 - 11 = 24; \quad 27 + 16 - 31 = 12; \quad 83 + ? - 88 = 6, ? = 11$$

$$32 + 11 - 3 = 40; \quad 16 + 31 - 27 = 20; \quad ? + 88 - 83 = 10, ? = 5$$

c) Ugyanezzel a gondolatsorral néhányan a 40; 20; 0 eredményt tekintve a „?” helyére a -5 számot kapták.

d) Érdekes megfigyelés a számjegyekkel való számolás.

$$3 + 3 + 2 + 1 + 1 = 10; \quad 2 + 7 + 1 + 6 + 3 + 1 = 20$$

A 10; 20 számok a 30 illetve a 40 számmal is folytathatók, ekkor a „?” helyére olyan számok írhatók, amelyben a számjegyek összege 3 illetve 13.

**2. feladat:** Számold ki ügyesen!  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 95 + 97 + 99$

**Megoldás:** a) Az összeg a tagok felcserélhetősége és csoportosítása miatt így is írható:  $(1 + 99) + (3 + 97) + \dots + (49 + 51) = 25 \cdot 100 = 2500$

b) Számítsuk ki az összeg kétszeresét:

|    |    |    |     |    |    |    |
|----|----|----|-----|----|----|----|
| 1  | 3  | 5  | ... | 95 | 97 | 99 |
| 99 | 97 | 95 | ... | 5  | 3  | 1  |

Az egymás alatti számok összege mindig 100, így  $50 \cdot 100 : 2 = 2500$  az eredmény.

c) Figyelemre méltó egy marosvásárhelyi kisdíjak küldött megoldása:

$$1 + 3 = 2 \cdot 2 \quad 1 + 3 + 5 = 3 \cdot 3 \quad 1 + 3 + 5 + 7 = 4 \cdot 4$$

„Elkezdtem összeadni a számokat, rájövök, hogy mindenik eredmény olyan szám, amelyet egy szám önmagával való szorzásakor kapunk. Rájövök, hogy az önmagával való beszorzandó szám talál a páratlan számok sorszámaival. Mivel 50 páratlan számunk van, az eredmény  $50 \times 50 = 2500$ .”

Brenyó Mihály

## BEM VÁROSI VERSENY

**Név:** Bem Városi Matematikaverseny

**Szervező:** Deák Ferenc Általános Iskola (Veszprém)

**Felelős személy:** Horváth Szilárdné

**Résztvevők:** 2-8. osztályos tanulók

**Hatókör:** városi

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1995

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (városi):** november vége

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 400 Ft/fő

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 566 fő

**Telefon:** 06-88/560-685

**E-mail:** [bsz@sednet.hu](mailto:bsz@sednet.hu); [info@deakveszprem.hu](mailto:info@deakveszprem.hu)

**Fax:** 06-88/442-672

**Honlap:** [www.deak.veszprem.hu](http://www.deak.veszprem.hu)

### A verseny története, bemutatása

Városunkban, Veszprémben elsőként az akkori Bem József Általános Iskolában indult emelt szintű matematika képzés első osztálytól.

Néhány esztendő elteltével, 1996-ban lelkes bemes matematikatanárok indították útjára a város tehetséges diákjai számára azt a városi versenyt, amely mára már Veszprém város legrangosabb eseményei közé tartozik.

1996-tól 2000-ig a Bem iskola matematikatanárai állították össze a feladatsorokat. A 2000-ben bekövetkezett összevonás sem szakította meg ezt a szép hagyományt. Így az azóta Deák Ferenc nevét viselő intézményünk immár 15. alkalommal hívta versenyre a tehetséges „kis” matematikusokat ebben a tanévben.

2000-től 2005-ig a székesfehérvári Hétvezér Általános Iskola pedagógusai segítettek munkánkat, 2005-től napjainkig pedig a Herendi Általános Iskola matematika munkaközösségének köszönhetjük a jobbnál jobb versenyfeladatokat.

Örömmel szolgál, hogy Veszprém minden iskolája résztvevője ennek a rendezvénynek, s a díjazottak között is minden veszprémi intézmény képviselteti magát.

A versenyfeladatok a logikus gondolkodás fejlesztésén túl arra ösztönzik a diákokat, hogy törekedjenek az igényes, pontos kidolgozásra. Az elgondolkodtató, izgalmas feladatok esetenként több megoldást kínálnak, így a gyerekek kreativitása is kibontakozhat.

A Bem Városi Matematikaversenyen helyezést elérni rang, komoly fegyvertény. Értékes jele annak, hogy a helyezést elérő kisdíjak jó úton jár, jó irányba indult. Olyan irányba, ahol a megszerzett tudás a hétköznapiak során jól használható esz-közzé válik.

Így jut el a tiszta ész birodalmába, amihez a mondás szerint sohasem vezet királyi út, de amelyet bejárva élete királyokéhoz hasonlatos módon telhet el.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Van négy edényünk. Az első háromban víz van, a negyedik üres. A másodikban kétszer annyi víz van, mint az elsőben és a harmadikban kétszer annyi víz van, mint a másodikban. Ha a negyedik edénybe átöntjük az első edényből a víz felét, a másodikból a víz harmadát és a harmadikból a víz negyedét, akkor a negyedik edényben 26 l víz lesz. Hány liter víz van az összes edényben együttvéve?

**2. feladat:** Festéktüszentő Hapci Benő egy tüszentésével egy 5 cm élű kocka minden lapját pirosra festette. Szétdarabolta egységkockákra. Amíg kiment a konyhába egy szendvicsért, testvére ellopta azokat a kis kockákat, amelyeknek három lapja piros volt. A maradékból egy téglatestet rakott össze. Benő visszatérve ismét tüszentett, és a téglatest minden lapja kék lett. Benő a szendvics után szomjas volt, ezért kiment a konyhába inni. Testvére ellopta az összes olyan kockát, amelynek legalább egy lapja kék volt. Hány festetlen kocka maradt az asztalon? (Biztosan tudjuk, hogy maradt festetlen kocka az asztalon.)

**Megoldás:**  $V = a^3 = 125$  kiskockára darabolta fel. A 8 csúcsot a kistestvére levette:  $125 - 8 = 117$  ( $3 \cdot 3 \cdot 13$ ) maradt.

|   |                             |
|---|-----------------------------|
| A két négyzetlap kockáit levéve a téglalapról | $2 \cdot 9 = 18$            |
| A két szemben lévő téglalapról                | $2 \cdot (3 \cdot 11) = 66$ |
| A másik két szemben lévő téglalapról          | $2 \cdot (1 \cdot 11) = 22$ |
| <u>Összesen:</u>                              | <u>106 kiskockát levéve</u> |
| marad: $117 - 106 = 11$ festetlen kocka.      |                             |

**3. feladat:** Mikulás már elindult rénszarvasaival, hogy időben ki tudja osztani ajándékait. Első nap a gyerekeknek szánt csomagjainak felét, másnap a maradék csomagok harmadát, majd harmadik nap a megmaradt csomagok ötödét szállította ki. Utolsó napra nagyon elfáradt, pedig még aznap 240 jó gyerekek kellett kiosztania az ajándékokat. Mennyi csomag volt eredetileg a szánján, ha tucatnyi krampuszának ajándéka is a szánon volt az ülés alatt? Rajzolj!

**Megoldás:** Visszafelé következtetünk:

3. nap számítása: 240-nek az  $\frac{5}{4}$  része  $240 : 4 = 60$  db,  $60 \cdot 5 = 300$  maradt a 3. napra.

2. nap számítása: 300-nak a  $\frac{3}{2}$  része  $300 : 2 = 150$ ,  $150 \cdot 3 = 450$  maradt 2. napra.

1. nap is 450-et hordott ki.  $450 + 450 + (12 \text{ a szánon lévő } 1 \text{ tucat}) = 912$  csomaggal indult.

Horváth Szilárdné

## BUKSITÖRŐ

**Név:** Buksitörő Matematikaverseny

**Szervező:** Eötvös József Általános Iskola és AMI (Vásárosnamény)

**Felelős személy:** Bfő Éva

**Résztvevők:** 2. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei

**Forma:** egyéni, feleletválasztós teszt

**Az első verseny rendezésének éve:** 1996

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (megyei):** február utolsó előtti péntek

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 600 Ft/fő

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 253 fő

**Telefon:** 06-45/470-227

**E-mail:** [suli4800@freemail.hu](mailto:suli4800@freemail.hu)

**Fax:** 06-45/470-227

**Honlap:** [www.eotvosj-vny.sulinet.hu](http://www.eotvosj-vny.sulinet.hu)

### A verseny története, bemutatása

Iskolánk a vásárosnaményi Eötvös József Általános Iskola és AMI – kezdettől fogva – 1992 óta házigazdája a Zrínyi Ilona Országos Matematikaverseny megyei fordulójának. E verseny népszerűségét – az országos adatok mellett – az is jelzi, hogy megyénkben évente több, mint 2000 gyermek jelentkezik a megmérettetésre a 3-8. osztályos korosztályból. Megyei szervezőként úgy gondoltuk, hogy a még ifjabbak, a második osztályosok számára is kipróbáljuk ezt a fajta – feleletválasztáson alapuló – versenyt. 1996-ban hívtuk és vártuk először a matematikát értő és szerető, buksijukat „törni” akaró másodikosokat versenyünkre. Nevezhetnénk ezt ráhangolónak, „előképzőnek” is a Zrínyis versengésre. Ezt mi sem bizonyította jobban, mint az, hogy a Buksitörő Verseny legjobbjait a következő évben az eredményhirdetésen, a 3. évfolyam élvonalbeli Zrínyis versenyzőiként köszönthettük. A Buksitörő népszerűsége ma is töretlen. 2010-ben ünnepeltük e verseny 15. születésnapját.

### Válogatás a verseny feladataiból

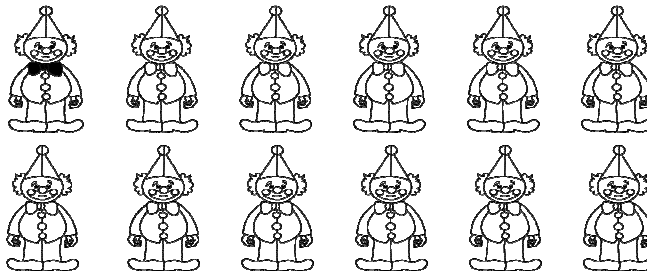
**I. feladat:** Hernyó Helga és Hernyó Hugó két közeli káposztafej lakói. Egyik reggel elindulnak egymás felé a két káposztafejet összekötő ösvényen. Találkozásukig Helga 40 cm-t tett meg, négyszer annyit, mint Hugó. Hány centiméter a két káposztafejet összekötő ösvény?

- (A) 10            (B) 40            (C) 50            (D) 200  
(E) Ezekből az adatokból nem lehet kiszámítani.

**2. feladat:** Pöttyös Panni szoknyáján lévő pöttyeinek száma hetven fele meg negyven negyede. Hány pötty van Pöttyös Panni szoknyáján?

- (A) 10      (B) 25      (C) 35      (D) 45      (E) 55

**3. feladat:** Kati 12 bohócot rajzolt, közülük egyiknek beszínezte a nyakkendőjét. Hány nyakkendőöt kell még beszínezni ahhoz, hogy a színezett nyakkendők száma feleannyi legyen, mint a fehérén hagyottaké?



- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 5      (E) 6

**4. feladat:** Tibi papájának két létrája van. Az egyik 6 fokkal hosszabb, mint a másik. A kisebb létrának 7-nél több foka van, a nagyobbak pedig 19-nél kevesebb. Hány fokos a kisebbik létra, ha a két létrának összesen 30 foka van?

- (A) 8      (B) 12      (C) 14      (D) 16      (E) 18

**5. feladat:** Az asztalon öt mérő súly van: 1; 2; 4; 5 és 9 kg-osak. Ha egyet kivesszünk, a többi feltehető a kétkarú mérlegre úgy, hogy azok egyensúlyban legyenek. Melyiket kell kivenni?

- (A) 1      (B) 2      (C) 4      (D) 5      (E) 9

**6. feladat:** Mókus Misi két kosárban összesen 40ogyorót tartott, mindkettőben pontosan ugyanannyit. Hétfőn megevett néhányogyorót az egyik kosárból, kedden a másikkól annyit, amennyi az elsőben hétfőn megmaradt. Hányogyoró maradt ezután a két kosárban összesen?

- (A) 10      (B) 15      (C) 20      (D) 25      (E) 30

**7. feladat:** Márk dinoszauruszokat gyűjt. Ha még annyit gyűjtene, amennyivel a 85 nagyobbik egyes szomszédjának a fele kevesebb, mint a 25 kétszerese, akkor éppen a századiknál tartana. Hány dinoszaurusza van Márknak?

- (A) 50      (B) 86      (C) 43      (D) 7      (E) 93

**8. feladat:** A 2.b osztály szánkózni ment. Ha egy szánkón 3 gyerek ül, akkor 5-nek nincs helye. Ha négyesével ülnek, akkor 2 szánkóra csak 3 gyerek jut. Hány szánkót vittek magukkal?

- (A) 3      (B) 5      (C) 6      (D) 7      (E) 8

**Megoldási kódok:** 1. C 2. D 3. C 4. B 5. E 6. C 7. E 8. D

Bíró Éva, Filep Sándor és Leveleki Józsefné

## NÉMET NYELVŰ VERSENY

**Név:** Német Nyelvű Matematikaverseny

**Szervező:** DePhyMa

**Felelős személy:** Némethyné Mihályi Mária

**Résztevők:** 9-12. osztályos tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni, teszt

**Az első verseny rendezésének éve:** 2004

**Fordulók száma:** kettő

**1. forduló (iskolai):** december eleje

**2. forduló (országos döntő):** február eleje

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 10 000 Ft/iskola

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 620 fő

**2. forduló:** 60 fő

**Telefon:** 06-20/322-8251

**E-mail:** nemethym@hotmail.com

**Fax:** nincs

**Honlap:** www.uni-miskolc.hu/~dephyma

### A verseny története, bemutatása

A verseny 6 éve indult azzal a szándékkal, hogy a matematikát németül tanuló diákok összemérhessék tudásukat. A két tannyelvű iskolákban a diákok többsége a nyelvekre helyezi a fő hangsúlyt. A német nyelven folyó matematikaoktatás ugyan a tantárgyi követelményeknek teljesen megfelel, diákjaink többségének azonban az egyéb matematikaversenyeken nincs túl nagy esélye, hiszen idejük nagy részét leköti a tantárgyak idegen nyelven való elsajátítása. Így ezen diákok számára akarunk egy olyan versenyt létrehozni, amelyen ők is reális eséllyel indulhatnak. Az ötletet Bánné Szabó Anikó és Ladányi Anikó tanárnőknek köszönhetjük. Fő támogatónk a német állam által fenntartott „Zentralstelle für das Auslandsschulwesen”.

A versenyre bárki benevezhet, aki német két tannyelvű vagy nemzetiségi osztályba jár. A feladatokat természetesen németül kapják a diákok. Mivel a nevezési díjat az iskola fizeti, annyi tanuló írhatja meg az első fordulót a nevezési összeg fejében, ahány csak akarja. A második fordulóra évfolyamonként a legjobb 10 tanuló kerül. Ha egy iskolából semelyik évfolyamon nem jutott senki az első tízbe, akkor az iskola legjobban teljesítő diákját meghívjuk a döntőbe. Így biztosítjuk, hogy minden iskolából legalább 1 versenyző részt vehessen a döntőben is. Másrészt egy iskolából egy évfolyamon belül legfeljebb három diák kerülhet a döntőbe, hogy elkerüljük az iskolák közötti aránytalanságokat.

A döntő fordulót valamelyik budapesti egyetemen rendezzük. A diákok a tesztforduló és a közös ebéd után valamilyen matematikával kapcsolatos előadást hallgatnak meg (szintén német nyelven), majd következik az eredményhirdetés. A győztesek stílszerűen német nyelvű jutalomkönyvek közül válogathatnak. A győz-



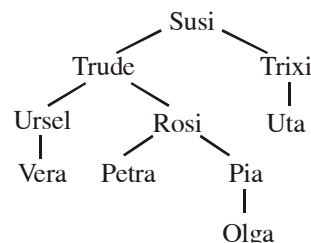
tes csapat – az az iskola, akinek a diákjai a legtöbb és legjobb helyezést szerezték – pedig a vándorkupát viheti haza a következő évre.

A feladatokat a Dephyma (Deutschsprachige Physik Mathematik) munkacsoport tagjai állítják össze a Kenguru és a Gordiusz-versenyek mintájára, ügyelve arra, hogy a német szakkifejezések ismerete nagy szerepet kapjon a feladatokban.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. Aufgabe:** Für biologische Untersuchungen bei Bären wird der Stammbaum der weiblichen Nachkommen des Bären Susi aufgezeichnet. Wie heißt die Tochter der Schwester der Großmutter von der Schwester von Olgas Mutter?

- (A) Petra      (B) Pia      (C) Ursel  
(D) Uta      (E) Vera



**2. Aufgabe:** An der Hausecke steht eine Blume mit vielen Knospen. Nach langem Regen öffnet sich am ersten Sonntag die 1. Knospe, und an jedem der Folgetage öffnen sich dreimal so viele Knospen wie sich am Tag vorher geöffnet haben. Nachdem dies auch am 5. Tag geschehen ist, sind alle Knospen offen. Wie viele sind das?

- (A) 81      (B) 243      (C) 121      (D) 144      (E) 111

**3. Aufgabe:** Bestimmen Sie die Quersumme der Zahl  $(10^{3n^2+9} + 2)^2$ ? ( $n$  ist eine ganze Zahl.)

- (A) 1      (B) 3      (C) 7      (D) 9  
(E) Es hängt von  $n$  ab.

**4. Aufgabe:** Gestern Abend war András auf einem Konzert, Béla verbrachte den Abend mit Olga, Csaba hat Rozi nicht getroffen, Panni war im Kino und Rozi war im Theater. Zu diesem Freundeskreis gehören noch Donald und Sári. Jeder Junge unternahm etwas mit je einem Mädchen. Ein Paar war auf einer Ausstellung. Welches Paar war es?

- A) András und Olga      B) Donald und Rozi      C) Csaba und Sári  
D) Csaba und Panni      E) Béla und Olga

**5. Aufgabe:** Welche der folgenden Aussagen ist äquivalent zu der Aussage: „Wenn es heute abend nicht regnet, dann werde ich meinen Onkel besuchen.“

- A) Wenn es heute abend regnet, dann werde ich meinen Onkel nicht besuchen.  
B) Wenn ich meinen Onkel heute abend besucht habe, dann hat es nicht geregnet.  
C) Wenn ich meinen Onkel heute abend nicht besucht habe, dann hat es geregnet.  
D) Wenn ich meinen Onkel heute abend nicht besucht habe, dann hat es nicht geregnet.  
E) Wenn ich meinen Onkel heute abend besucht habe, dann hat es geregnet.

Némethyné Mihályi Mária

## BOLYAI LEVELEZŐ VERSENY

**Név:** Bolyai Levelező Matematika Feladatmegoldóverseny

**Szervező:** Jász-Nagykun-Szolnok Megyei Pedagógiai Intézet,  
Pedagógiai Szakmai és Szakszolgálat

**Felelős személy:** Császár István

**Résztevők:** 5-8. osztályos tanulók

**Hatókör:** megyei

**Forma:** egyéni, levelezős

**Az első verseny rendezésének éve:** 1996

**Fordulók száma:** négy

**1. forduló (levelező):** október

**2. forduló (levelező):** december

**3. forduló (levelező):** február

**4. forduló (megyei):** április

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 100 Ft/fő

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1-3. forduló:** 360 fő

**4. forduló:** 80 fő

**Telefon:** 06-56/510-711

**E-mail:** info@szolnok-ped.sulinet.hu

**Fax:** 06-56/510-711

**Honlap:** www.szolnok-ped.sulinet.hu

### A verseny története, bemutatása

A megye iskolái részéről merült fel az igény a levelező matematikaverseny szervezésére. Négy kiváló pedagógusból álló csoport készíti a feladatokat. A levelező fordulókban 5-5 feladat a megyei fordulóban 4-4 feladat megoldását várjuk. Az érdeklődők száma nagyságrendileg állandó, ez tartja életben a versenyt. A második fordulótól kezdve minden intézmény megkapja a feladatok megoldását, a tanulók által elért pontokat.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** A cserebere piacon 1 liba 5 kakast ér, 1 kacsáért és 2 tyúkért 3 kakast adnak, 1 kacsra 4 tyúkkal egyenértékű. Hány tyúkot kell adni, ha 1 libát szeretnénk haza vinni?

**Megoldás:** A második sorban az egy kacsát kicseréljük 4 tyúkra a harmadik sor miatt, így a második sor így alakul: 4 tyúk+2 tyúk=3 kakas, amiből 6 tyúk=3 kakas, és így 2 tyúk=1 kakas. Ezt az első sorba helyettesítve 1 liba=5 kakas=5·2 tyúk=10 tyúk. Tehát 10 tyúkot kell adni, ha egy libát akarunk hazavinni.

$$\begin{array}{l} 1 \text{ liba} = 5 \text{ kakas} \\ 1 \text{ kacsra} + 2 \text{ tyúk} = 3 \text{ kakas} \\ 1 \text{ kacsra} = 4 \text{ tyúk} \\ \hline 1 \text{ liba} = ? \text{ tyúk} \end{array}$$

**2. feladat:** Írd be az üres mezőbe a számokat 1-től 16-ig úgy, hogy a műveletek minden sorban igazak legyenek! Minden számot csak egyszer használhatsz!

$$\begin{array}{cccc} \square & \xrightarrow{:4} & \square & \xrightarrow{+2} & \square & \xrightarrow{:6} & \square \\ \square & \xrightarrow{+1} & \square & \xrightarrow{:3} & \square & \xrightarrow{\times 4} & \square \\ \square & \xrightarrow{+3} & \square & \xrightarrow{:7} & \square & \xrightarrow{\times 5} & \square \\ \square & \xrightarrow{+2} & \square & \xrightarrow{:3} & \square & \xrightarrow{+2} & \square \end{array}$$

**Megoldás:**

$$\begin{array}{cccc} 16 & \xrightarrow{:4} & 4 & \xrightarrow{+2} & 6 & \xrightarrow{:6} & 1 \\ 8 & \xrightarrow{+1} & 9 & \xrightarrow{:3} & 3 & \xrightarrow{\times 4} & 12 \\ 11 & \xrightarrow{+3} & 14 & \xrightarrow{:7} & 2 & \xrightarrow{\times 5} & 10 \\ 13 & \xrightarrow{+2} & 15 & \xrightarrow{:3} & 5 & \xrightarrow{+2} & 7 \end{array}$$

**3. feladat:** Egy trópusi lián hajtása egyre lassabban növekszik, ahogy a növény egyre hosszabb lesz. A kicsírázó magból a növény az első hónapban 100 cm-re nő, és minden további hónapban megközelítőleg az előző havi növekedésének a  $\frac{4}{5}$ -ével lesz hosszabb. (A következő kérdésekre adott válaszaid indokold!)

- Mennyit fog nőni a 21. hónapban?
- Hány hónap növekedés után lesz 400 cm-nél hosszabb?
- Megnőhet-e 600 cm hosszúságúra?

**Megoldás:** a) A növekedés a 2. hónapban:  $100 \cdot 0,8$

A növekedés a 3. hónapban:  $100 \cdot 0,8^2$

A növekedés a 4. hónapban:  $100 \cdot 0,8^3$

A növekedés a 5. hónapban:  $100 \cdot 0,8^4$

A növekedés a 21. hónapban:  $100 \cdot 0,8^{21} \approx 1,152$  cm

b)  $100 + 80 + 64 + 51,2 + 40,96 + 32,768 + 26,2144 + 20,9752 = 416,1176$  (cm)

Tehát a 8. hónap végén lesz magasabb 400 cm-nél.

c) A 8. hónap után még közel 200 cm-t kellene növekednie, de a következő hónapokban más csak néhány cm-t fog nőni. Azaz nem éri el a 600 cm-es magasságot.

**4. feladat:** Ursula elszántan 4 hetes fogyókúrába kezdett. Az első héten testsúlyának heted részét, azaz 30 kg-ot adott le. A második héten feleannyit fogyott, mint az első héten. A harmadik héten az előző heti fogyás harmadát adta le, majd a negyedik héten elérte a kitűzött célját: a 140 kg-ot. Mennyi volt a testsúlya a fogyókúra elején? Mennyit fogyott a negyedik héten?

**Megoldás:** Első héten leadott 30 kg-ot, ez súlyának heted része, ezért a súlya:  $30 \text{ kg} \cdot 7 = 210 \text{ kg}$  volt eredetileg. A második héten:  $30 \text{ kg} : 2 = 15 \text{ kg}$ -ot fogyott; a harmadik héten pedig  $15 \text{ kg} : 3 = 5 \text{ kg}$ -ot. A három hét alatt összesen:  $30 \text{ kg} + 15 \text{ kg} + 5 \text{ kg} = 50 \text{ kg}$ -ot fogyott Ursula. A negyedik hét elején  $210 \text{ kg} - 50 \text{ kg} = 160 \text{ kg}$  volt, a hét végén pedig 140 kg, tehát a negyedik héten 20 kg-ot fogyott.

Császár István

## HOLENDA BARNABÁS VERSENY

**Név:** Holenda Barnabás Matematikaverseny

**Szervező:** Holenda Barnabás Matematika Alapítvány Kuratóriuma

**Felelős személy:** Gaál Barnabás

**Résztevők:** 2-4. osztályos tanulók

**Hatókör:** Dunántúl, Budapest, Szlovákia

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1995

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló (regionális):** december közepe

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** 700 Ft/fő

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 1350 fő

**Telefon:** 06-96/514-262

**E-mail:** igazgatas@aporisk.hu

**Fax:** 06-96/514-270

**Honlap:** www.aporisk.hu

### A verseny története, bemutatása

A Holenda Barnabás Matematika Alapítványt 1994-ben hoztuk létre az Apor Vilmos Katolikus Iskolaközpontban.

Célunk az volt, hogy az egykori bencés matematikatanár, igazgató emlékére egyfordulós megyei matematika-logika egyéni és csapatversenyt rendezzünk. Nyugodtan mondhatjuk, hogy az eltelt időszak alatt népszerűvé vált a verseny, hiszen eleinte évente közel 1000, majd később 1500 tanuló vett részt a megmérettetésen. A versenyek helyszínei is bővültek: 5 helyett már 6 város bonyolít fordulókat.

Igyekeztünk lehetőséget biztosítani a kisdíákoknak, hogy tehetségüket a matematika terén minél sokrétűbben kamatoztathassák. Ez is egy lehetőség, amely minden résztvevőnek segít abban, hogy időben megtanuljon bizonyos életmód mintákat, a versenyzés kultúráját, stílust és önkifejezést. Egyszóval a kommunikációt. Elősegíti a tudományteremtést és tudomány „fogyasztást” is, hiszen tanulunk és tanítjuk is egymást, mint a folyó, amely alakítja a partot és a part is alakítja a folyót. Külön szeretnénk köszönteneni a pedagógusokat, akik ma is a „világ világossága-ként” veszik vállukra a felnövekvő nemzedék tanítását és vállalják a megmérettetést is tanítványaikkal.

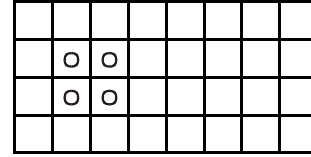
### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Zoli és édesapja egy irányba indulnak el, egyszerre is lépnek. Zoli lépése 45 cm, édesapja 75 cm-t lép. Hány lépés után lesz köztük másfél méter a távolság?

**2. feladat:** A tálon 7 db alma, 6 db körte és 3 db barack volt. Zsófi elvett belőle 2 db gyümölcsöt. Az állítások betűjele mellé írd, melyik állítás lehet igaz, melyik hamis? Miért?

- a) Kétfajta gyümölcsből ugyanannyi maradt.  
 b) Nem maradt barack.  
 c) Kevesebb körte maradt, mint barack.  
 d) Mindháromból ugyanannyi maradt.

3. **feladat:** Négy testvér örökölt egy földet, amin volt 4 kút. Úgy akarták felosztani maguk között, hogy mindegyiküknek jusson 1-1 kút, és egy ugyanolyan nagyságú és alakú egybefüggő föld. Hogyan sikerült nekik ezt megoldani? Az ábrát rajzold át a megoldó lapodra és jelöld a megoldást!

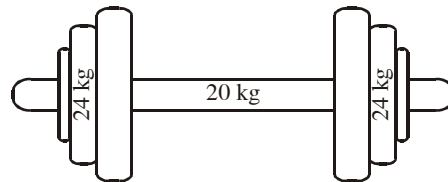


4. **feladat:** Az élményfürdőben 85 ember van. Felnőtt nő annyi van, mint felnőtt férfi, de a gyermekek száma 13-mal több, mint a felnőtt nőké. Hány felnőtt és hány gyermek van a fürdőben?

5. **feladat:** Ha Zsuzsi gyalog megy az iskolába és busszal jön haza, akkor összesen 1 órát van úton. Ha oda-vissza autóbusszal megy, akkor fél órát tölt utazással. Mennyit időt tölt úton, ha oda-vissza gyalog megy?

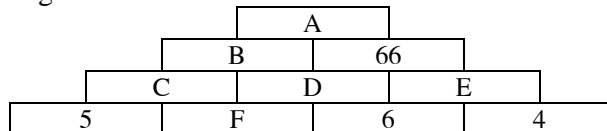
6. **feladat:** A lakásban 20 óra 15 perckor áramszünet kezdődött. Borcsa apukája azonnal meggyújtott kettő gyertyát. A sárga gyertya 15 centiméter magas és 75 perc alatt fogy el teljesen. A piros gyertya 240 milliméteres és 1 óra alatt ég el. Állapítsátok meg, milyen magasak lesznek a gyertyák fél kilenckor! Hány órakor lesz a két gyertya egyforma magasságú?

7. **feladat:** Gerzson, az erőművész az ábrán szereplő súlyzót készül felemelni. A rúd 20 kg-os, a rúd végén lévő tárcsák mindegyike harmadannyit nyom, mint az előtte lévő. A rúd két végén azonos tömegű tárcsák vannak. Számold össze, hány kilogrammot emel Gerzson! Hány kilogrammos tárcsát kell még egy-egy oldalra felhelyeznie, ha 1 kg-mal szeretné megdönteni a jelenlegi 236 kg-os világcsúcsot?



8. **feladat:** Egy nagyon gyorsan fertőző (virulens) új vírus megfertőzte Katit és Gyurit. Ha a vírus az egyik alkalommal kettő, a másik alkalommal három másik embert fertőz meg egy nap alatt, hányan lesznek betegek velük együtt a második nap végére? Készíts ábrát!

9. **feladat:** Minden téglán lévő szám az alatta lévő két szám összege. Mennyit érnek a betűkkel jelölt téglák?



Gaál Barnabás

## BORONKAY VERSENY

**Név:** Boronkay Matematikaverseny

**Szervező:** Boronkay György Műszaki Középiskola és Gimnázium (Vác)

**Felelős személy:** Cs. Nagy András

**Részvevők:** 5-7. osztályos tanulók

**Hatókör:** Vác és környékének 15 általános iskolája

**Forma:** egyéni, tesztes és hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 1994

**Fordulók száma:** egy

**1. forduló:** április

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Részvevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 135 fő

**Telefon:** 06-27/317-077

**E-mail:** csnagy.andras@freemail.hu

**Fax:** 06-27/315-093

**Honlap:** www.boronkay.vac.hu

### A verseny története, bemutatása

A versenyt először 1994-ben rendezte meg az iskola. Ujvári István volt a verseny ötletgazdája és ő irányította egészen 2004-ig. Ez után 4 évig dr. Kenyeres Ambrusné vette át a szervezői feladatokat, majd két év óta én (Cs. Nagy András) szervezem. A feladatsorokat mindig az iskola egyik tanára állítja össze.

A versenyre meghívót küldünk vonzaskörzetünk 15 általános iskolájának, akiktől azt kérjük, hogy az 5-7. évfolyamukról az általuk legtehetségesebbnek gondolt 3-3 diákjukat küldjék el.

A versenyt mindig április közepén rendezzük, mivel ekkor van iskolánk névadójának névnapja és az iskolában zajló rendezvények szerves részét képezi ez az esemény is.

Régebben a feladatsorok csak számválaszos feladatokból álltak, ezért a gyors javítás után még aznap eredményt hirdettünk. Két év óta azonban 4 számválaszos és 2 hagyományosan kidolgozandó feladatot tűzünk ki, ezért a javítás is hosszabb időt igényel. Az eredményhirdetés így egy héttel a verseny lebonyolítása után történik.

### Válogatás a verseny feladataiból

**I. feladat:** Egérke sajtéglát talált. Az első nap a sajt  $\frac{1}{8}$ -át, második nap a maradék  $\frac{1}{7}$ -ét, harmadig nap a maradék  $\frac{1}{6}$ -át és negyedig nap a maradék  $\frac{1}{5}$ -ét ette meg. A sajtból egy  $150\text{ cm}^2$  felszínű kocka maradt. Mekkora volt az eredeti sajtégla térfogata?

**Megoldás:** A sajtégla maradékát megkapjuk a következő szorzással:  $\frac{7}{8} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{2}$ . Tehát a sajt fele elfogyott, így maradt a  $150 \text{ cm}^2$  felszínű kocka. Ennek egy oldala  $5 \text{ cm}$ , térfogata  $125 \text{ cm}^3$ , tehát az eredeti sajtégla térfogata  $250 \text{ cm}^3$ .

**2. feladat:** Hófehérke a múlt héten két doboz bonbont vásárolt. A két egyforma doboz tartalmát igazságosan úgy osztotta el a hét törpe között, hogy mindenkinek 5 szem jutott. Azokat a darabokat, amelyeket már nem tudott igazságosan kiosztani, megette. Ezen a héten Hófehérke ismét vásárolt bonbont, mégpedig 3 dobozzal, ugyanabból a fajtából, mint a múlt héten. Ismét elosztotta a hét törpe között, a fennmaradó darabokat ismét megette. Most azonban fele annyi sem jutott neki, mint a múlt héten. Hány szem bonbon lehetett egy dobozban?

**Megoldás:** A dobozban lévő bonbonok számát megkapjuk:  $\frac{5 \cdot 7 + x}{2}$  alakban, ahol  $x$  a Hófehérke által megevett bonbonok száma.  $x$ -re igaz, hogy kisebb, mint 7 és páratlan, ezért csak 1, 3, 5 lehet. Ha  $x=1$ , akkor 18 db bonbon van egy dobozban, de ekkor 3 doboz esetén 5 maradna Hófehérkének, ez nem lehetséges. Ha  $x=5$ , akkor négyet chetne Hófehérke, ez megint nem felel meg a feltételeknek, így csak az  $x=3$  a helyes megoldás, ekkor 19 szem bonbon van egy dobozban, a három dobozból Hófehérkének egy szem bonbon jut. Tehát egy dobozban 19 szem bonbon van.

**3. feladat:** Apa és lánya életkorának összege 44 év. Néhány év múlva, amikor életkoruk összege 76 év lesz, a lány éppen fele annyi idős lesz, mint most az apa. Hány évesek most?

**Megoldás:** Néhány év alatt az életkoruk összege 44-ről 76 évre nő. Mivel mindketten ugyanannyit öregedtek, ezért  $(76 - 44) : 2 = 16$  év telt el. Az alábbi táblázat a lehetséges életkorokat tartalmazza.

Látható, hogy ha az apa még fiatalabb lenne, akkor már nem lehetne a lánya fele annyi idős. Ezért a feladat megoldása: Az apa most 40, a lánya 4 éves.

| Most      |       | Néhány év múlva |           |
|-----------|-------|-----------------|-----------|
| Apa       | Lánya | Apa             | Lánya     |
| 44        | 0     | 60              | 16        |
| 43        | 1     | 59              | 17        |
| 42        | 2     | 58              | 18        |
| 41        | 3     | 57              | 19        |
| <b>40</b> | 4     | 56              | <b>20</b> |
| 39        | 5     | 55              | 21        |
| 38        | 6     | 54              | 22        |
| 37        | 7     | 53              | 23        |
| 36        | 8     | 52              | 24        |
| ...       | ...   | ...             | ...       |

Cs. Nagy András

## SZAKISKOLÁS TANULÓK VERSENYE

**Név:** Országos szakiskolai közismereti tanulmányi verseny

**Szervező:** Suliszerviz Pedagógiai Intézet, Debrecen

**Felelős személyek:** Kónyáné Tóth Mária, Molnár Csaba és Szalay Sándor

**Résztvevők:** 9-10. osztályos szakiskolai tanulók

**Hatókör:** országos

**Forma:** egyéni, hagyományos

**Az első verseny rendezésének éve:** 2006/2007-es tanév

**Fordulók száma:** három

**1. forduló (iskolai):** december eleje

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztvevők száma a 2009/2010-es tanévben:**

**1. forduló:** 1789 fő

**2. forduló:** 140 fő

**3. forduló:** 20 fő

**Telefon:** 06-52/534-491

**E-mail:** [oszkiv@suliszerviz.com](mailto:oszkiv@suliszerviz.com)

**Fax:** 06-52/534-490

**Honlap:** <http://www.suliszerviz.com>

### A verseny története, bemutatása

A korábban jelentős hagyományt maga mögött tudó szakiskolai közismereti tanulmányi versenyek megrendezésére – több kísérleti tanév után – a 2006/2007-es tanévtől kezdődően kerül sor azonos tartalmi feltételek mellett. A versenyt több tantárgyból párhuzamosan rendezzük meg.

A verseny felhívását – a legutóbbi tanévet kivéve – az Oktatási és Kulturális Minisztérium honlapján történt megjelenést követően jelentettük meg a honlapunkon is, illetve (postai és/vagy elektronikus) levélben tájékoztattuk az érintett intézményeket a versenyen történő részvétel lehetőségéről. Az értesítéssel egyidejűleg indítottuk el az adott évi verseny honlapját is.

A számítástechnika adta lehetőségeket kihasználva történik a verseny lebonyolítása is. Az oktatási intézményekben a verseny koordinátorai és a felkészítő tanárok az évek során fokozatosan alkalmazkodtak a verseny lebonyolítási rendjéhez, így az – a kezdeti döccenőket leszámítva – lényegében fennakadás nélkül működik. A szakképző intézmények folyamatos átalakulása következtében minden évben kiesett néhány korábbi, de örömmel látunk számos új intézményt is a nevezők körében. A szakiskolai feladatot ellátó intézmények közel fele minden évben nevezett a versenyre, ami – a célcsoport közismereti tantárgyi méréseken mutatott eredményeit tekintve – megelégedésünkre szolgál.

A nevezések során az egyes intézmények különböző stratégiákat követve küldik el az adatokat. Az intézmények egy része – kihasználva a lehetőséget – szinte minden tantárgyból teljes osztálylétszámokat ad meg, de a többség csak a regisztrációhoz elegendő néhány fő részvételét jelzi. Abban is különböznek az intézményi stratégiák, hogy miként kezelik a tagintézményeik jelentkezését, azaz vannak, akik



összesített létszámot adnak meg, de olyan eset is akad, ahol minden tagintézmény önállóan jelentkezik. Erre figyelemmel szabad csupán elemezni a nevezett tanulók, illetve a nevező intézmények számát.

Tekintettel arra, hogy a verseny első fordulójában mindenki a saját intézményében írta meg a dolgozatát, nem okozott problémát a lebonyolításban az sem, ha valamely intézmény a jelzetnél nagyobb létszámú tanulócsoporttal íratta meg a dolgozatokat. A feladatlapokat az interneten tesszük közzé, így minden intézmény azonos időpontban és azonos formában tudta megtekinteni azokat, majd sokszorosította a versenyzők tényleges számának megfelelően. A jelszóval védett állományokkal való visszaélésről nem érkezett hozzánk visszajelzés.

Jelentős tartalmi változást hozott a 2006/2007-es tanévi versenykiírás abból a szempontból, hogy – a korábbi évektől eltérően – a *fizika* és a *matematika* tantárgyak összevonva került megrendezésre a verseny. Az összevonás azokban az intézményekben váltott ki kisebb felzúdulást, amelyek csak az érintett tantárgyak egyikében voltak eredményesek, mert úgy érezték, nem tudják a komplexebb elvárásoknak megfelelően felkészíteni tanítványaikat.

A regionális fordulóra régióként 20-20 versenyzőt hívunk be. A regionális fordulók helyszíneit lehetőség szerint a régiók földrajzi középpontjában található szakképző intézmények közül választottuk ki, de előfordultak olyan külső feltételek, amelyek ezen feltételtől való eltérést eredményeztek.

Az országos döntő kétnapos esemény. A rendezvénynek helyszínt biztosító intézmények munkáját úgy zavartuk legkevésbé, illetve az ország különböző településeiről történő odautazást akkor lehetett megoldani, ha a rendezvény pénteken kora délután kezdődött és szombaton a közös ebéddel véget is ért. A versenybizottság fontosnak tartotta és tartja ma is, hogy a versenynek helyszínt adó intézmény, illetve település rendszeresen változzon. Ezáltal is rá tudtuk irányítani a figyelmet egy-egy térségre, illetve lehetőséget adtunk a legjobban teljesítőknek az ország valamely – tőlük esetleg távol eső – részének alaposabb megismerésére. Ennek sajnos egyik velejárója, hogy a megközelítés nem minden versenyzőt küldő intézmény számára jelentett azonos terhet.

### Ízelítő a verseny feladataiból

**Feladat:** Péter 2009-ben éppen annyi idős, hogy éveinek száma megegyezik a születési éve számjegyeinek az összegével. Hány éves most Péter? Válaszát indokolja!

**Megoldás:** Péter nem születhetett ebben az évezredben. Ha Péter születési éve  $19xy$ , akkor a feladat a  $109 - 10x - y = 10 + x + y$ , átrendezve  $99 = 11x + 2y$  egyenletre vezethető vissza. A születési év számjegyeinek összege legfeljebb 28, így  $x$  nem lehet kisebb 8-nál. Az egyenletből következik, hogy  $x$  páratlan, tehát értéke 9, azaz  $y$  értéke 0 és más megoldás nincs. Péter 1990-ben született és most 19 éves.

*Könyvéné Tóth Mária, Molnár Csaba és Szalay Sándor*

## H AJ Ó S G Y Ö R G Y V E R S E N Y

**Név:** Hajós György Matematikaverseny

**Szervező:** Szent László Gimnázium (Budapest)

**Felelős személy:** Failné Sebestyén Ágnes

**Résztevők:** a gimnázium diákjai

**Hatókör:** iskolai

**Forma:** 1. forduló: egyéni, hagyományos, 2. forduló szóbeli

**Az első verseny rendezésének éve:** 1995

**Fordulók száma:** kettő

**1. forduló (iskolai):** február vége, március eleje

**2. forduló (iskolai):** április közepe

**Nevezési díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 126 fő

**Telefon:** 06-1/262-3599

**E-mail:** fail.sebi@gmail.com

**Fax:** 06-1/260-2264

**Honlap:** szlgbp.sulinet.hu

### A verseny története, bemutatása

Iskolánkban, a budapesti Szent László Gimnáziumban hosszú évek óta szervezzük meg a Hajós György nevével fémjelzett háziversenyünket. Hogyan is kapta versenyünk a Hajós György nevet? Ehhez évtizedekkel kell visszamennünk az időben. Pálmay Lóránt az ELTE-TTK Geometria tanszékén Hajós György mellett dolgozott, de ugyanakkor több szállal kötődött iskolánkhöz. Valamikor ő is e falak között diákoskodott, majd évtizedeken át óraadóként működött nálunk, szakkört is vezetett. Emellett felesége is itt tanított. Az 1970-es években, amikor Péter Rózsa professzor asszony javaslatára az ország minden táján elhunyt magyar matematikusokról neveztek el matematika szakköröket, kézenfekvő volt, hogy mi Hajós György nevét válasszuk a család hozzájárulásával. Hajós György, az ELTE-TTK Geometria tanszékének vezetője két évvel korábban hunyt el. Halálának évfordulóján diákjaink minden év márciusában elhelyezik a kegyelet virágait a kiváló, kétszeres Kossuth díjas geometria professzor sírjára. Ezek után természetesnek tűnt, hogy az 1995-ben indított kétfordulós háziversenyünk névadójának is Hajós Györgyöt választottuk.

A verseny első, írásbeli fordulójára iskolánk bármelyik tanulója jelentkezhet. A hat példából álló feladatlapot az aktuális évben tanult anyagból állítja össze egy olyan tanár, aki akkor éppen nem tanít az adott évfolyamon. Innen évfolyamonként három-három diák jut tovább a szóbeli fordulóra. Valójában a versenynek ez a második része az, ami rendhagyó. A tanulóknak két feladatot kell megoldaniuk. Azért, hogy összemérhető legyen az előadásuk, évfolyamonként ugyanazokat a példákat kapják. Feladatonként sorsolással dől el a szereplők sorrendje. Az első azonnal kezd is a táblánál a megoldást, míg a másik kettő egy szomszédos teremben vár

sorára. Az idő rövidsége meglehetősen nehezíti a diákok dolgát. A könnyebb példákra csupán 5 perc áll rendelkezésre. Azalatt a zsűri és a nézők előtt kell minél érthetőbben megoldaniuk a feladatot. Ilyenkor néma csendben figyelünk, senki nem szól bele az előadásba – ezzel biztosítjuk minden versenyzőnek az egyenlő feltételeket. A három produkció után a zsűri elnöke véleményezi a diákok teljesítményét. A nehezebb feladat esetében 10 perccel gazdálkodhatnak a gyerekek. Az első 5 percben a szomszédos teremben egyedül gondolkodhatnak, jegyzeteket készíthetnek, majd a verseny helyszínén a zsűri és a nézők előtt kell a megoldásukat előadni. Az azonos feltételek biztosítása érdekében ekkor sem szól bele senki a feleletbe – pedig néha egy kis megjegyzés sokat segíthetne. Ezeket a szóbeli feladatokat már 16 éve mindig a Pálmay házaspár állítja össze. Az első forduló írásbeli példáinak és a döntőbe jutott versenyzők addigi teljesítményének ismeretében válogatják nagy gonddal a szóbeli kérdéseket.

Az egész szóbelinek nemcsak a tantárgyi tudásuk összemérése a célja. Ma, amikor – nemcsak a matematikában – egyre ritkábban kerül sor a szóbeli szereplésre, fontosnak tartjuk, hogy felhívjuk a figyelmet több olyan tulajdonságra, amelyre az életben is szüksége lesz a fiataloknak. Maga a fellépés, gyors ítéletalkotás, a lényeg kiemelése, az időbeosztás, a kellő hangos és tagolt előadás, stb.

### Válogatás a verseny feladataiból

**1. feladat:** Tekintsük az összes olyan természetes számot, melyre teljesül, hogy ha az utolsó két számjegyet letakarjuk, éppen az eredeti szám számjegyeinek összegét kapjuk. Melyik a legkisebb és a legnagyobb ilyen tulajdonságú szám?

*Megoldás:* A legkisebb a 100; legnagyobb nincs, mert 0 beírásával mindig növelhető a szám. Pl. 9911...1-nél nagyobb a 991011...1 (ahol összesen 81 db 1-es szerepel).

**2. feladat:** Egy 7-re végződő pozitív egész számnak 100 pozitív osztója van. Hány pozitív osztója van a szám tízszeresének?

*Megoldás:* Az eredeti szám nem osztható sem 2-vel sem 5-tel. Az eredeti 100 osztó mellett mindegyik 2-szerese, 5-szöröse és 10-szerese is osztó lesz, azaz 400 pozitív osztója lesz a szám 10-szeresének.

**3. feladat:** Hányféleképpen lehet feljutni egy 10 fokú lépcső tetejére, ha egy lépéssel egy vagy két fokot lépünk? (Például kétszer egyet lépünk, háromszor kettőt, aztán kétszer egyet – ez egy lehetőség.)

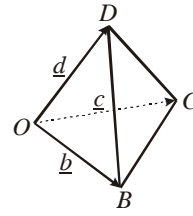
*Megoldás:* 6 esetet vizsgálva:  $\binom{10}{10} + \binom{9}{8} + \binom{8}{6} + \binom{7}{4} + \binom{6}{2} + \binom{5}{0} = 89$ .

**4. feladat:** Számítsuk ki a következő összeget:

$$\frac{1}{\log_2 1 + \log_2 2 + \dots + \log_2 n} + \frac{1}{\log_3 1 + \log_3 2 + \dots + \log_3 n} + \dots + \frac{1}{\log_n 1 + \log_n 2 + \dots + \log_n n}$$

**Megoldás:** Felhasználva a szorzat logaritmusának azonosságát és az  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$  összefüggést, végül 1-et kapunk.

**5. feladat:** Egy egyenlő szárú háromszög magasságpontja az alaphoz tartozó magasságnak a csúcshoz közelebbi harmadoló pontja. Mekkora a háromszög szögei?



**Megoldás:** Hasonló háromszögek miatt  $\frac{1}{2}a : m = \frac{2}{3}m : \frac{1}{2}a$ , ahol  $a$  jelöli a háromszög aliját,  $m$  pedig az alaphoz tartozó magasságot. Innen  $\operatorname{tg} \beta = \sqrt{1,5}$ , azaz  $\beta = 50,77^\circ$ ;  $\alpha = 78,46^\circ$ .

**6. feladat:** Egy 10 kérdésből álló tesztlapon minden kérdésre 4 válaszlehetőség van megadva, melyek közül csak egy a helyes. Pisti véletlenszerűen kitöltött egy ilyen tesztet.

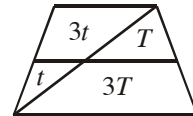
a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy pontosan 5 válasza jó?

b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egyetlen helyes válasza sincs?

**Megoldás:** a)  $P(k=5) = \binom{10}{5} \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right)^5 \approx 0,058$  b)  $P(k=0) = \left(\frac{3}{4}\right)^{10} \approx 0,056$ .

**7. feladat:** Egy trapéz a középvonala két olyan részre osztja fel, melyek közül a kisebbik területe  $18 \text{ cm}^2$ . Ugyanezt a trapézt egyik átlója is két részre osztja, ezek közül a kisebb területe  $16 \text{ cm}^2$ . Mekkora a trapéz területe?

**Megoldás:** Az adatok alapján  $4t = 16$  és  $3t + T = 18$ . Innen  $t = 4$  és  $T = 6$ . A trapéz területe  $40 \text{ cm}^2$ .

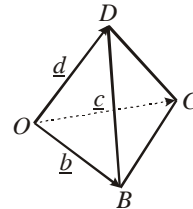


**8. feladat:** Igazoljuk, hogy a háromszög két magasságának szorzata nem lehet nagyobb, mint területének kétszerese. (Gondolj a derékszögű háromszög esetére is!)

**Megoldás:** Legyen  $a \leq b \leq c$ . Mivel  $2T = a \cdot m_a = b \cdot m_b = c \cdot m_c$ ,  $\Rightarrow$  így  $m_a \geq m_b \geq m_c$ . Azt kell tehát igazolni, hogy  $m_a \cdot m_b \leq 2T$ . Derékszögű háromszög esetén tudvalevő, hogy  $m_a = b$ ,  $m_b = a$ , tehát  $m_a \cdot m_b = 2T$ . Hegyes, ill. tompaszögű háromszög esetén  $2T = a \cdot m_a > m_b \cdot m_a \Rightarrow$  Tehát  $m_a \cdot m_b \leq 2T$ .

**9. feladat:** Az  $OBCD$  tetraéderben  $\underline{b} \perp \overline{CD}$ ,  $\underline{c} \perp \overline{BD}$ . Állítás:  $\underline{d} \perp \overline{BC}$ .

**Megoldási javaslat:** Felhasználjuk, hogy két vektor akkor és csak akkor merőleges egymásra, ha skaláris szorzatuk 0.



Failné Sebestyén Ágnes

# FOLYÓIRATOK

*„Ha sikeres akarsz lenni, a dolog nagyon egyszerű.  
Érts ahhoz, amit csinálsz! Szeresd, amit csinálsz!  
És higgy abban, amit csinálsz! Igen, ilyen egyszerű ez.”*

*Will Rogers*

## K Ö M A L

*Név:* Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok

*Alapító:* Arany Dániel

*Alapítás éve:* 1893

*Kiadó:* MATFUND Középiskolai Matematikai és Fizikai Alapítvány

*Főszerkesztő:* Nagy Gyula

### **Szerkesztőbizottságok**

**Matematika bizottság vezetője:** Hermann Péter

**Tagjai:** Balga Attila, Fried Ervinné, Károlyi Gyula, Kiss Géza, Loránt László,  
Lorántfy László, Pach Péter Pál, Ratkó Éva, Számadó László

**Fizika bizottság vezetője:** Radnai Gyula

**Tagjai:** Gnädig Péter, Gálfi László, Holics László, Honyek Gyula, Simon László,  
Vigh Máté, Vladár Károly, Woynarovich Ferenc

**Informatika bizottság tagjai:** Engedy Balázs, Fodor Zsolt, Schmieder László, Siegler Csaba

**Példányszám a 2009/2010-es tanévben:** 2500

**Előfizetési díj a 2010/2011-es tanévben:** 5950 Ft

**Telefon:** 06-1/372-2850

**E-mail:** szerk@komal.hu

**Fax:** 06-1/372-2850

**Honlap:** <http://www.komal.hu>

### **A folyóirat bemutatása**

A Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok (KöMaL) több mint százötz éves, ma is működő, nemzetközileg elismert folyóirat. Levelező pontversenye révén az indulásától fogva az olvasókkal szoros kapcsolatot fenntartó médium. Megoldói közül nagyon sokan a nemzetközi tudományos élet jeles képviselői voltak, illetve jelenleg is azok. Segíti a tehetségeket, erősíti, serkenti, gyorsítja a tudományos eredmények létrejöttét. Középiskolásoknak lehetőséget biztosít arra, hogy megoldásait publikálva bekerüljenek a tudomány vérkeringésébe.

**Történeti háttér:** A Középiskolai Matematikai Lapokat 1893-ban alapította Arany Dániel (1863-1945) győri főreáliskolai tanár, mutatványszáma 1893 decemberében, első száma 1894-ben jelent meg. Célja: „Tartalomban gazdag példatárt adni tanárok és tanulók kezébe”. A havonta rendszeresen megjelenő folyóirat versenye segítette a magyar matematikai és természettudományos elit létrejöttét. Néhányan az ismertebb nevű megoldók közül: Riesz Frigyes (1880-1956), Fejér Lipót (1880-1959), König Dénes (1883-1944), Riesz Marcell (1886-1969), Szőkefalvi-Nagy Gyula (1887-1953), Egerváry Jenő (1891-1958), Radó Tibor (1895-1965), Szegő Gábor (1895-1985).

1896-tól Rácz László (1863-1930), a budapesti Ágostai Hitvallású Evangélikus Főgymnázium (Fasori Gimnázium) kiváló tanára folytatta a folyóirat szerkesztését 1914-ig. Az 6. osztályába járt Neumann János (1903-1957) és Wigner Jenő (1902-

1995) is. Ők azok közé a tudósok közé tartoznak, akik nem vehettek részt a feladatmegoldó versenyben, mert középiskolás korukban az I. világháború miatt a lap nem jelent meg. A pontversenyben más tudományok jeles képviselői is kiváló eredményeket értek el, közülük Kármán Tódor (1881-1963) és a Nobel-díjas Harsányi János (1920-2000) nevét feltétlenül meg kell említenünk.

Utóbbi már a világháborút követő időszakban versenyzett a Faragó Andor által újraindított és szerkesztett folyóiratban. A lap célja ekkor a matematikai gondolkodás fejlesztése, a természeti ismeretek gyarapítása volt.

Erre az időszakra esik nagyon sok kiváló matematikusunk KöMaL-os karrierje. A legismertebb nevek: Turán Pál, Hajós György, Erdős Pál és Rényi Alfréd.

A második világháború után dr. Soós Paula szegedi matematika-tanár nő fiatal tanár kollégája, Surányi János segítségével elindította a saját terjesztésű stencilezett Szegedi Íveket, amellyel a Középiskolai Matematikai Lapok harmadszorra is újra indult. Céljukat így fogalmazták meg: „A középiskolai matematikai képzés kiegészítésére szerkesztjük a lapot, az átlag érdeklődésű tanulóknak kellemes élményt szerezni. Az összefüggések felismerésében erősíteni őket, valamint a megoldások közzétételével gondolataik világos, szabatos kifejezését segíteni.” Ma sem kívánhatunk e céloknál nemesebbeket. E gondolatokat szem előtt tartva az eltelt években Surányi János irányító munkáját segítette, illetve folytatta Neukomm Gyula, Bakos Tibor, Bodó Zalán, Kunfalvi Rezső, Szőkefalvi-Nagy Ágnes, Tusnád Gábor, Fried Ervinné, Csirmaz László, Pataki János, Lugosi Erzsébet és Oláh Vera. Nehéz lenne kiemelni a II. világháború utáni megoldók közül néhányat, hiszen matematikusaink és fizikusaink majdnem mindegyike résztvevője volt a pontversenynek. A folyóirat kiadását korábban a Bolyai János Matematikai Társulat lapjaként teljes egészében a Művelődési Minisztérium finanszírozta.

A lap állami kiadásának megszűntével a tulajdonos a Bolyai János Matematikai Társulat és az Eötvös Loránd Fizikai Társulat lett, utóbbi egyben vállalta a lap kiadását is 2008-ig. A kiadói feladatokhoz, valamint a pontverseny jutalmazásához szükséges források szűkössége miatt 1997-ben Oláh Vera, a lap akkori főszerkesztője, szorgalmazta a Matfund Alapítvány létrehozását. Az alapítvány egyéni támogatói között akadémikusok, üzletemberek is megtalálhatók, nevezetesen Császár Ákos, Földes Tamás, Lovász László, Párkány Mihály és Vicsek Tamás. Az említettek diákként lapunk pontversenyében a legjobb megoldók között szerepeltek. 2007-től lapunk kiadását a Matfund Alapítvány vette át. A kiadói feladatokat az alapítványon belül Kulcsár Cecília vállalta.

### A KöMaL pontversenyei

Lapunk oldalain matematika, fizika és kilenc éve folyamatosan, korábban megszakításokkal, számítástechnika verseny is megtalálható. A kitűzési folyamat matematikából, hasonlóan a másik két tantárgyhoz, a feladatok összegyűjtésével kezdődik. Sokszor kapunk olvasóinktól feladatjavaslatot, ezekből és a szerkesztők javaslataiból áll elő egy bővített feladatlista. Ezt a szerkesztőbizottság tagjai a kitűzési ülés előtt megkapják, hogy átgondolják, melyek a legmegfelelőbbek. Az ülésen választjuk ki azt a tizenöt feladatot, amelyek között öt egyszerűbb C típusú, tíz B típusú versenyfeladat szerepel. Később három nehéz A típusú feladatot Kós Géza

választ ki, ezek nagy segítséget nyújtanak a nemzetközi matematikai diákolimpiára történő felkészüléshez. Az általános iskolás diákoknak szóló ABACUS-szal közösen szervezett K típusú, csak kilencedikes tanulóknak szóló feladatokat néhány éve vezettük be azért, hogy megkönnyítsük a KöMaL-ban történő versenyzést a kezdők számára.

Szeptembertől májusig minden hónap 15. napjáig a kitűzött feladatok megjelennek a lapban és angolul is olvashatóak. A 2010. májusi számunkban található matematika B típusú versenyfeladatok közül látható néhány a következőkben:

**B. 4272.** Az  $(a_n)$  sorozat elemei pozitív egész számok és minden  $n \geq 1$  esetén  $a_{n+1} = a_n^2 + 5a_n + 1$  teljesül. Lehet-e a sorozat összes tagja összetett szám?

**B. 4273.** Adott a síkon hat olyan kör, amelyeknek van közös belső pontjuk. Igazoljuk, hogy a körök között van olyan, amely a belsejében tartalmazza egy másik megadott kör középpontját.

**B. 4275.** Oldjuk meg a következő egyenletet:  $x^6 - x^3 - 2x^2 - 1 = 2(x - x^3 + 1)\sqrt{x}$   
*Javasolta: Pintér Ferenc (Nagykanizsa), Szoldatics József (Budapest)*

**B. 4276.** Mutassuk meg, hogy a háromszög bármelyik magassága legfeljebb akkora, mint a közrefogó oldalakhoz tartozó hozzáírt körök sugarának mértani közepe.

**B. 4277.** Oldjuk meg az egész számok halmazán az  $x^3 + y^3 + 1 = x^2 y^2$  egyenletet.  
*Javasolta: Surányi László (Budapest)*

**B. 4279.** Igaz-e, hogy ha egy tetraéder bármely belső pontjának az oldallapoktól vett távolságösszege állandó, akkor a tetraéder szabályos?

**B. 4281.** Valaki gondolt  $n$  darab nem feltétlenül különböző egész számra, és egy lapra felírta a belőlük képezhető összes  $(2^n - 1)$  darab összeget, melyek között a 0 nem szerepelt. Meghatározhatók-e ebből az eredeti számok?

A versenyzőknek közel egy hónap áll rendelkezésükre, hogy megoldják a feladatokat. Ezután a megoldások leírása, majd postázása következik. A megoldások fele az öt éve működő elektronikus munkafüzetben keresztül érkezik a szerkesztőségbe.

A sikeres versenyzéshez nem kell minden példát megoldani. Matematika B típusú versenyében hat feladat számít bele a versenybe.

A beküldött levelek térfogata tanév elején még tíz évvel ezelőtt elérte az 1 m<sup>3</sup>-t, a tanév vége felé ez általában a felére apad. Nagy kitartás kell a rendszeres munkához.

Egyetemi hallgatók szortírozzák, javítják, most már inkább az elektronikus munkafüzetben, és értékelik a feladatokat, a szerkesztők átnézik a javítást. A beküldött feladatok megoldásai alapján mintamegoldást írnak a lapba. A legjobbak nevét megjelentjük a feladat megoldásánál. Az eredmények automatikusan összegződnek, és mindenki megtekintheti a KöMaL honlapján a nevéhez tartozó oldalon az addig összegyűlt pontjait, pillanatnyi helyezését tantárgyanként és kategó-



riánként is - hiszen vannak olyan versenyzők, akik mindhárom tantárgyból küldenek be feladatokat.

A jó helyezést elérték fényképét a lapban közöljük, és jutalmazzuk őket. A díjak átadása ünnepélyes keretek között az Ifjúsági Anketunkon történik, amely újabban az őszi, korábban a téli szünet időszakára esett. Az anket előadói között, középiskolai-, egyetemi tanárok és akadémikusok, valamint a tudomány más jeles képviselői is megtalálhatók.

A verseny országosan elterjedt. Versenyzőink az ország több mint száz településének több mint kétszáz középiskolájából küldenek be megoldásokat. A nemzetközi diákolimpiák résztvevői a legjobb helyeken szerepelnek a pontversenyünkben. Több mint húsz határon túli városból vannak megoldóink, angol nyelven is kapunk megoldásokat. Megnyugtató érzés, hogy az otthon elkészített megoldások alapján zajló egész éves versenyünk eredménye többnyire egybecseng a zárt helyen zajló néhány órás versenyek eredményeivel, például a Kürschák Józsefről elnevezett matematikaverseny, vagy az Eötvös verseny eredményeivel.

### A lap

A Középiskolai Matematikai Lapokat a 80-as évektől kezdték KöMaL-nak hívni. Ma már ez a közismert megnevezése. Tartalmában megpróbálunk hűek maradni az elődök által lefektetett hagyományokhoz, de néhány változtatás szükséges volt az utóbbi években. Ilyen a számítástechnikai pontverseny beindítása. Jelenleg négy feladatot tűzünk ki havonta e rovatban, az első valamely matematikai probléma programozásából áll, a második és harmadik feladat valamilyen alkalmazási probléma megoldása, ezek a feladatok segítenek az érettségire történő felkészülésben. A negyedik egy olyan programozási feladat, amelyek között olimpiai szintű feladatok is szerepelnek, ezek segítenek az olimpiai felkészülésben. Ezeket a megoldásokat levélben nem lehet beküldeni, csak az elektronikus munkafüzet felületen keresztül fogadjuk el a megoldásokat.

A középiskolások igénylik a felvételi feladatsorokat, ezekből minden hónapban megjelentetünk egyet-egyét. A következő számban a megoldásokat is közöljük. Több mellékletet adtunk ki a felvételi, illetve a kétszintű érettségivel kapcsolatban. A felkészítő feladatsorokat az Emelt szintű matematika érettségi című kötetben gyűjtöttük össze.

Eddig négy angol nyelvű kiadvány jelent meg a KöMaL-lal kapcsolatosan: A centenáriumi szám angol nyelvű fordítását 1994 júliusában adtuk ki külföldi érdeklődők számára. Egy angol nyelvű különszám készült 1996 augusztusában a Magyarországon, Miskolcon rendezett Nemzetközi Ifjúsági Matematikai Konferencia tiszteletére. A KöMaL 1994-97 illetve 1998-2001 közötti megoldásaiból és cikkeiből találunk válogatást a C2K (Century Two of KöMaL) illetve a C2K2 kiadványokban. A magyar nyelvű KöMaL-ban már sok-sok évtizede szerepel a feladatok idegen nyelvű fordítása is. Eleinte francia, később angol, orosz, eszperantó, német változatok jelentek meg a különböző korok igénye szerint. 2002-ben adtuk ki a KöMaL első rendszeres angol számát. Ezt öt újabb szám követte, e kiadványok után az érdeklődés nem élénkül, ezért egyre ritkábban terveztünk ilyen megjelenést, talán az elektronikus angol nyelvű megjelenést kellene szorgalmaznunk. Az

egyres számok az előző félévben megjelent érdekesebb feladatok megoldásait, cikkeket, illetve az aktuális kitűzést tartalmazták.

Egyes cikkekhez színes fotók, ábrák tartoznak. Azért, hogy ezeket bemutathassuk, 2001 szeptemberétől színes borítóoldalakkal jelenünk meg. Ezeken az oldalakon a tartalomban található bonyolultabb részleteket próbáljuk a vizuális technikák segítségével bemutatni, valamint kísérletek, versenybeszámolók, illetve kiváló tanárok fotói is megtalálhatók rajtuk.

A lap megjelenését és a széleskörű jutalmazást az NKTH, az Oktatási Minisztérium, az Ericsson Magyarország Rt., a Metropolis Alapítvány (USA), valamint magánszemélyek személyi jövedelemadójuk 1%-ával is támogatják. Az Eötvös Loránd Tudományegyetem támogatása szellemieken kívül természetben is megnyilvánul: az irodánk és esetenként előadótermek biztosításával.

### **Fejlesztések**

A KöMaL honlapját folyamatosan karbantartjuk és fejlesztjük a versenyzők, olvasók véleménye alapján. A honlap karbantartása mellett, amelyet jelenleg Kós Rita, korábban Ratkó Éva végzett, sok egyéb, a laphoz illetve a pontversenyhez kapcsolódó feladatunk is van. A versenyzők pontjainak, a megrendeléseknek adatbázisban történő rögzítése; a napi levelezés intézése; a legújabb szám részleges nyomdai előkészítése, amely Miklós Ildikó műszaki szerkesztőnk feladata; kapcsolódó tartalmak keresése az Interneten; feladatok és cikkek ellenőrzése az archívumban, hogy nem jelent-e meg korábban hasonló a lapban; az archívum állandó frissítése. 1993-ban sikerült kiadni egy CD-t, amely tartalmazta a lap addig megjelent oldalait szkennelt formában, valamint a feladatok szövegét kereshető formában.

Ebből született a KöMaL egyes számainak archívuma, amelyben 1999-ig található meg a lap tartalma. A Sulineten a <http://www.sulinet.hu/komal/> címen volt elérhető, sajnos már nem. Az 1994-2003 közötti KöMaL-évfolyamok tartalma digitalizálva jelent meg az „Irány a Nobel-díj” CD-n. Tervezzük egy újabb átfogóbb, kereshetőbb tartalom létrehozását. Az archívum több mint harmincezer oldal tartalmaz, lehet benne keresni időrend, téma, illetve a lapban megjelent nevek (szerzők, megoldók) szerint. A feladatokon és cikkeken kívül évtizedekre visszamenőleg nyomon követhetők a magyar matematika, fizika és számítástechnika oktatásában nagy szerepet játszó országos és nemzetközi versenyek. Két CD is megjelent, amelyek tartalmazzák lapunk szkennelt oldalait, részben kereshető formában, ezek az oldalak szintén hozzáférhetőek a <http://db.komal.hu/scan> címen.

A magyar matematikai, fizikai, informatikai versenyek közül a legrangosabbak bemutatására a Bolyai János Matematikai Társulattal pályázatok segítségével létrehoztuk <http://www.versenyvizsga.hu> oldalon keresztül elérhető tartalmat. Ebben olyan „feladatbázist” hoztunk létre, amelyben egyedülálló módon a képletekre is lehet keresni.

Hat évvel ezelőtt kezdtük a francia nyelvű KöMaL elektronikus megvalósítását Kovács István Franciaországban dolgozó tanító kollégánk kezdeményezésére: <http://www.komal.fr/>

A hagyományokat és a modern kor lehetőségeit ötvözve négy évvel ezelőtt internetes feladatmegoldó tesztversenyt indítottunk, amely a következő oldalon <http://www.komal.hu/teszt/teszt.cgi> érhető el. A verseny célja, hogy olyan diákok is bekapcsolódjanak a matematika, fizika, vagy informatika versenyekbe, akiknek kevesebb idejük jut a KöMaL feladatainak pontos kidolgozására és beküldésére. Ezzel kívánunk lehetőséget adni arra, hogy érdekes feladatokon töprengjenek, és hónapról-hónapra összemérjék tudásukat. Ezt a versenyt Tassy Gergely irányítja, a kitűzött feladok egy része korábban kitűzött versenyfeladat, más részük új feladat. Itt a feladatok megoldásának gyorsaságát úgy díjazzuk, hogy a feladatokra kapható maximális pontszám, háromnaponként eggyel csökken.

A KöMaL archívum legszebb ékkövei a megoldók fényképei, célunk, hogy ezek minél jobb minőségben, hiánytalanul megjelenjenek a KöMaL Arcképcsarnokában <http://www.komal.hu/tablok>, illetve a lap decemberi számában.

A lap jelenlegi munkatársai, bizottsági tagjai, szerkesztői, fordítói, sokat dolgoznak azért, hogy gondolkodtató, innovatív készségeket fejlesztő feladatokat, érdekes cikkeket, hibátlan megoldásokat tudjunk közölni a lapban, áldozatos munkájukat ezúton is köszönöm.

Hasonló köszönet illeti a lap korábbi munkatársait, és a feladatokat javító, értékelő egyetemistákat körütekintő, pontos munkájukért. Ők korábban a pontversenyünkben eredményesen szerepeltek, ezért is tudják kiválóan értékelni a beküldött feladatok megoldásait.

Ezek közül néhányat szeretnénk bemutatni utóbbi számainkból:

**C. 966.** A magyar rendszámokban a számjegyek között lehetnek azonosak is. Valaki a megfigyelései alapján azt a kijelentést tette, hogy szerinte átlagosan 10 gépjárműből közel 3-nak ilyen a rendszáma. Igaz-e ez az állítás?

*Megoldás:* A magyar gépkocsik rendszámának számrésze háromjegyű 001-től 999-ig. A betűrészt nem vesszük figyelembe, mivel egy adott eseményre nézve a kedvező lehetőségek és az összes lehetőségek számának arányát kell kiszámolni, ami nem változik a betűk hatására. 001-től 999-ig összesen 999 szám van, közöttük ismétlődést nem tartalmazó háromjegyű szám a 0; 1; 2; ...; 9 számjegyek harmadosztályú variációinak száma:  $V_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ .

Tehát olyan háromjegyű szám, amelyben legalább két számjegy ismétlődik,  $999 - 720 = 279$  van. Legyen  $A$  az az esemény, amikor a megfigyelt rendszám legalább 2 egyenlő számjegyet tartalmaz. Ekkor  $p(A) = \frac{279}{999} \approx 0,28$ .

A megfigyelő az  $A$  esemény relatív gyakoriságát próbálta kiszámolni, aminek a  $p(A)$  érték közelében kell lennie, ha „elég sok” gépjárművet figyelt meg. Az átlagosan 10 gépjárműből 3 állítás szerint a gyakoriság  $\frac{3}{10} = 0,3$ . A 0,28 ennek közelében van, ezért az állítás igaz.

*Blóz Gizella Evelin (Paks, Vak Bottyán Gimn., 10. évf.)*

**B. 4120.** A véges sok egybevágó zárt körlap metszeteként előálló alakzatokat nevezzük levélnek, ezeknek valamely definiáló körlap határával vett metszetét a levél oldalának. Bizonyítsuk be, hogy a levelek oldalai összefüggők.

*Megoldás:* Feltehetjük, hogy a körlapok egységnyi sugarúak. Két egybevágó körlap metszete két, félkörnél kisebb körívvel határolt, így ha ezeket az íveket további körökkel metsszük, akkor az egyes oldalak csak félkörnél kisebb körívek, vagy esetleg ilyenek nem összefüggő darabjai lehetnek.

Előfordulhat-e, hogy van ilyen nem összefüggő oldal? Indirekt módszerrel bizonyítjuk, hogy ez nem lehetséges. Ha lenne olyan oldala a levélnek, amely nem összefüggő, akkor a metszet legalább egyik határoló körívének lenne két olyan pontja,  $A$  és  $B$ , amelyek ugyan benne vannak a metszetben, de van olyan közöttük elhelyezkedő  $C$  pont, amely viszont nincs a metszetben. Ezek szerint lenne olyan egységnyi sugarú körlap, amely tartalmazza  $A$ -t és  $B$ -t, a  $C$ -t viszont nem. Egy ilyen megfelelő kör középpontja  $A$ -tól és  $B$ -tól legfeljebb 1 távolságra, a  $C$ -tól 1-nél nagyobb távolságra helyezkedne el. Azok a pontok, amelyek  $A$ -hoz közelebb vannak, mint  $B$ -hez, az  $AC$  szakasz felezőmerőlegese által határolt, az  $A$ -t tartalmazó félsíkban; míg azok a pontok, amelyek  $B$ -hez közelebb helyezkednek el, mint  $C$ -hez, a  $BC$  felezőmerőlegese által határolt  $B$ -t tartalmazó félsíkban vannak. Ennek a két félsíknak a metszetében helyezkednek el az olyan körök középpontjai, amelyek megfelelnek indirekt feltételünknek. Ez a tartomány egy konvex szögtartomány. Mivel az  $AB$  körív félkörnél kisebb, ennek a szögtartománynak a pontjai vagy  $A$ -tól, vagy  $B$ -tól is 1-nél nagyobb távolságra vannak és ez lehetetlen, hiszen feltettük, hogy  $A$  és  $B$  is eleme a metszetnek. Ezzel beláttuk, hogy a levél oldalai mind összefüggők (és mindannyian  $\pi$ -nél kisebb középponti szögű körívek).

*Kovács Noémi (Debrecen, Fazekas Mihály Gyak. Gimn., 10. évf.)*

**B. 4154.** Egy klasszikus feladat: Egy kör alakú városfalon 12 ór teljesít szolgálatot. Délben mindegyikük elindul az őrhelyéről a falon valamelyik irányba olyan sebességgel, amellyel egy óra alatt kerülné meg a várost. Ha két ór szembetalálkozik, akkor sarkon fordulnak és változatlan sebességgel haladnak tovább az ellenkező irányba. Bizonyítsuk be, hogy pontban éjfélkor minden egyes ór a saját őrhelyén lesz.

*Megoldás:* Képzeld el, hogy mindegyik órnél van egy fáklya, és valahányszor két ór találkozik, mielőtt sarkon fordulnának, kicserélik a náluk lévő fáklyákat.

Ha csak a fáklyákat figyeljük, azt látjuk, hogy mindegyik fáklya pontosan egy óra alatt megkerüli a várost, hiszen a fáklyák sebessége megegyezik az örök sebességével és a fáklyák mindegyike mindig a kezdeti körüljárási irányában halad. Ez azt jelenti, hogy egy óra elteltével mindegyik őrhelyen lesz egy fáklya, tehát szükségképpen egy ór is. Elképzelhető, hogy az egyes örök nem az eredeti helyükön lesznek, az azonban biztos, hogy ugyanolyan sorrendben követik egymást a várfalon, mint ahogy eredetileg elhelyezkedtek egymáshoz képest. Vagyis egy óra elteltével az lesz a helyzet, hogy valamilyen körüljárási irányt rögzítve, minden egyes ór ugyanannyi, mondjuk  $k$  őrhellyel arrébb kerül a várfalon a rögzített körüljárási irány szerint.

Ezután minden egyes fáklya ugyanabban a körüljárási irányban folytatja vándorlását, mint ahogy megkezdte, ezért újabb óra elteltével a fáklyák ismét eredeti helyükön lesznek, az örök pedig ismét  $k$  hellyel kerülnek arrébb a városfalon. Mindez 12-szer egymás után megismétlődik, ezért éjfélig minden ór összesen  $12k$  hellyel mozdul el, azaz  $k$ -szor körbejárva a várost visszakerül eredeti helyére.

**B. 4163.**  $5 \times 10 \times 20$  cm élhosszúságú téglákból hézagmentesen felépítünk egy téglatestet. Igazoljuk, hogy ugyanezt úgy is felépíthetjük ezekből a téglákból, hogy azonos hosszúságú éleik mind párhuzamosak legyenek.

*Megoldás:* Vegyük az 5 cm-t egységnek. Tegyük fel, hogy egy téglatestet kirakunk  $1 \times 2 \times 4$ -es kis téglákból. Nyilván minden kis téglá élei párhuzamosak a téglatest élével.

Először megmutatjuk, hogy ha a téglatest mérete  $a \times 2b \times 4c$ , ahol  $a, b, c$  pozitív egészek, akkor az felépíthető kis téglákból. Készítsünk  $a$  db kis téglából  $bc$  db  $a \times 2 \times 4$  méretű téglatestet, ezekből  $b$  darabot helyezünk egymás mellé úgy, hogy a 2 egység hosszú éleiket illesszük össze, majd ezt még  $(c-1)$ -szer ismételjük meg. Így  $c$  db  $a \times 2b \times 4$  méretű téglatestet kapunk, amiket egymásra helyezve összeáll az  $a \times 2b \times 4c$  nagyságú téglatest.

Megmutatjuk, hogy más méretű téglatest nem építhető a kis téglákból. Mivel a kis téglák minden oldallapjának a területe páros, és a téglatest minden oldallapja ilyen téglalapokból van kirakva, a téglatest minden oldallapjának területe is páros. Tehát a téglatestnek nem lehet két páratlan hosszúságú nem párhuzamos éle. Ha megmutatjuk, hogy valamelyik él hossza 4-gyel is osztható, akkor készen vagyunk.

Tegyük fel, hogy ez nem igaz. Mivel mindegyik kis téglá térfogata 8, a téglatest térfogata is osztható 8-cal. Ez csak úgy lehet, ha mindhárom él hossza páros szám, vagyis az élek hossza  $2d, 2e, 2f$  alakban írható alkalmas  $d, e, f$  páratlan számokkal. Bontsuk fel a téglatestet az élével párhuzamosan  $2 \times 2 \times 2$ -es kockákra, majd ezeket a kockákat fessük sakktáblaszerűen fehérre és feketére úgy, hogy minden kocka csak vele ellentétes színű kockákkal érintkezzen lapban. Ezután a  $def$  db  $2 \times 2 \times 2$ -es kockát bontsuk tovább  $1 \times 1 \times 1$ -es kis kockákra. Minden  $1 \times 2 \times 4$ -es téglá lapban szomszédos kockákból tartalmaz 4-4 kis kockát, azaz minden téglá azonos számú fehér és fekete  $1 \times 1 \times 1$ -es kis kockát tartalmaz. Vagyis a téglatest is azonos számú fehér és fekete  $1 \times 1 \times 1$ -es kis kockát tartalmaz. Viszont a nagy kockák száma,  $def$  feltevésünk szerint páratlan, ezért a téglatestben nem egyezhet meg a fehér és a fekete kis kockák száma. Ez az ellentmondás igazolja állításunkat.

*Beke Lilla (Debrecen, Fazekas Mihály Gyak. Gimn., 9. évf.)*

A Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok a magyar matematika, fizika és számítástechnika tudománytörténetének része, megalapozta a magyar természettudományok külföldi megbecsülését azzal, hogy világhírű tudósokat nevelt. Célunk továbbra is az, hogy versenyzőink, olvasóink figyelmét a problémamegoldó gondolkodás felé irányítsuk, rendszeres munkájuk révén felkészüljenek arra, hogy gondolataikat pontosan tudják leírni, és nem utolsósorban a feladatmegoldás intellektuális örömét szeretnék nyújtani. Megelégedéssel töltene el mindnyájunkat, ha a hagyományokhoz híven tudnánk tovább működtetni lapunkat, ehhez javaslatot, segítséget örömmel fogadunk.

*Nagy Gyula*

## ABACUS

*Név:* ABACUS, matematikai lapok 10-14 éveseknek

*Alapító:* Róka Sándor

*Alapítás éve:* 1994

*Kiadó:* Bolyai János Matematikai Társulat és  
Matematikában Tehetséges Gyermekéért Alapítvány

*Főszerkesztő:* Magyar Zsolt

*Felelős szerkesztők:* Csordás Mihály (matematika) és Szabó István (fizika)

*Szerkesztőbizottság tagjai:* Csík Zoltán, Dobos Sándor, Nagy Tibor, Pósa Lajos,  
Reiman István és Számadó László

*Példányszám a 2009/2010-es tanévben:* 3000

*Előfizetési díj a 2010/2011-es tanévben:* 4400 Ft (több példány előfizetése kedvezményes)

*Telefon:* 06-76/505-753

*E-mail:* [mategye@mail.datanet.hu](mailto:mategye@mail.datanet.hu)

*Fax:* 06-76/483-047

*Honlap:* [www.mategye.hu](http://www.mategye.hu)

### A folyóirat bemutatása

**A lap története:** A lapot 1994-ben Róka Sándor, a nyíregyházi Bessenyei György Tanárképző Főiskola Matematika Tanszékének tanára alapította. Az első négy évben ő volt a lap szerkesztője, kiadója. A lap ismertségének, példányszámának, a pontversenyben résztvevő diákok számának növekedésével a rá háruló feladatok nagysága már meghaladta az erejét, ezért úgy döntött, hogy 1998. szeptemberétől átadja a lapot a Bolyai János Matematikai Társulatnak (Budapest) és a Matematikában Tehetséges Gyermekéért Alapítványnak (Kecskemét). Ettől kezdve a lap szakmai irányítását a Bolyai János Matematikai Társulat által kinevezett főszerkesztő és szerkesztőbizottság végzi. A kiadói munkát, a lap terjesztését, adminisztrációját és pénzügyeit a Matematikában Tehetséges Gyermekéért Alapítvány végzi. Ettől az évtől kezdődően a lap új rovatokkal (logigrafika, csillagászat) bővül. A kezdeti risographos nyomtatási technikát 2000-ben a lényegesen szebb nyomdai előállítás váltotta fel. Ezzel egyidejűleg a lap címlapja is szebb lett, és az újság oldalszáma 4-gyel bővült. Az uniós csatlakozással egyidőben idegen nyelvű feladatmegoldó rovatok indultak német és angol nyelven. 2004-től a lapban meghirdetett pontversenyek legeredményesebb versenyzői a budapesti Szent István Gimnáziumban egy május végi, június eleji ünnepélyes díjkiosztón vehetik át megérdemelt jutalmaikat. Az olvasói igényekhez igazodva 2006-tól sudoku, majd 2007-től számrejtvények rovattal bővült a lap. Ezzel kialakult a lap mai arculata, formája.

**A lap célja:** A lapban megjelenő sokszínű cikkek keresztül a matematikai és természettudományos kultúra, a matematikai és természettudományos műveltség elterjesztése. A laphoz kapcsolódó pontversenyeken keresztül a 8-14 éves diákok matematikai tudásának, problémamegoldó képességének és a természettudományok iránti érdeklődésének fejlesztése.

**A lap olvasói köre:** A lapot elsősorban a 10-14 éves korú, matematika iránt érdeklődő tanulók olvassák. A lap megrendelői között – a diákok mellett – szép számmal találunk általános és középiskolai tanárokat, matematika és természettudományok iránt érdeklődő felnőtteket, akik között főiskolai, egyetemi oktatók, tudományos kutatók is vannak.

**A lap rovatai, rovatvezetői:** A lap rovatainak állandó szerzői vannak, az egyes cikkeket országosan elismert gyakorló pedagógusok írják. A lap rovatai (a rovat indítási évszámával) és rovatvezetői:

*Lurkó logika (1996):* a 3-4. osztályos tanulók matematikai pontversenye. Rovatvezető: Sinkáné Papp Mária (Nyíregyháza).

*Matematika pontverseny (1994):* az 5-8. osztályos tanulók matematikai pontversenye. Rovatvezetők: 1998-ig Róka Sándor (Nyíregyháza), 1998-tól Magyar Zsolt (Budapest) és Számadó László (Budapest), mellettük 1998-2004 Kovács Csongorné (Budapest), 2004-től Csík Zoltán (Budapest).

*Matematikai problémák (1996):* a nehezebb feladatokat, problémákat kedvelő tanulók rovata. Nem pontverseny, de a legeredményesebb, legszorgalmasabb megoldók jutalomban részesülnek. Rovatvezető: Csete Lajos (Győr).

*Logi-sarok (1997):* ebben a rovatban érdekes, néha kicsit beugratós feladatokat, problémákat talál az érdeklődő olvasó. Rovatvezető: Tuzson Zoltán (Székelyudvarhely, Románia).

*Barkács-matek (1995):* a kezűgyességgel rendelkező tanulók saját készítésű játékokat, eszközöket készíthetnek a rovatban megjelenő cikkek alapján. Rovatvezető: Kovács Zoltán (Budapest).

*Logigrafika (1998):* a Japánból elterjedt, ismert rejtvény feladatait tartalmazó rovat. Rovatvezető: Miklós Zoltán (Budapest).

*Sudoku (2006):* a nagy népszerűségnek örvendő játék rovata. Az újság egyik legnépszerűbb rovatában az egész évben hibátlan megoldást beküldők száma több, mint száz. Rovatvezetők: 2007-ig Sótonyi Sándor (Balatonfüred), 2007-től Csordás Péter (Kecskemét).

*Számrejtvények (2007):* különféle számokkal kapcsolatos rejtvények, feladványok rovata. Rovatvezető: Csordás Mihály (Kecskemét).

*Mathematik (2001):* a rovat pontversenyében német nyelven jelennek meg feladatok, amelyek megoldását német nyelven kell a tanulóknak beküldeni. Rovatvezető: Szeredi Éva (Győr).

*Maths (2000):* a rovat pontversenyében angol nyelven jelennek meg feladatok, amelyek megoldását angol nyelven kell a tanulóknak beküldeni. Rovatvezetők: 2002-ig, majd 2003-2004 Gyovai Sándor (Kecskemét), 2002-2003 Ron Garrett (San Diego, USA), 2005-2007 Csóti Melinda (Kecskemét), 2007-2008 Bíró György (Kecskemét), 2008-tól dr. Borbás Réka (Budapest).

*Info-derby (1999):* a rovatban feltett kérdésekre az interneten kell megkeresni a helyes választ. Rovatvezetők: 2005-ig Kiss Norbert (Budapest), 2005-2006 Csordás Péter (Kecskemét), 2006-tól Tassy Gergely (Budapest).

*Sakk-sarok (1995):* a rovatban a sakkozás szerelmesei érdekes cikkeket, tanulságos játszók leírását és megoldandó feladványokat találnak. Rovatvezető: Blázsik Zoltán (Szeged).

*Fizika rovat (1995):* fizikai feladatmegoldó verseny 7-8. osztályos tanulók számára. Rovatvezetők: 2008-ig Varga István (Békéscsaba), 2008-2009 Molnár Miklós (Szeged), 2009-től Schramek Anikó (Budapest).

*Csillagászat (1999):* a csillagászat iránt érdeklődő olvasók találnak a rovatban érdekes olvasmányokat. Rovatvezető: E. Kovács Zoltán (Kecskemét).

*Matematikatörténet (1998):* a matematika történetével kapcsolatos írások jelentek meg a rovatban. A rovat 2006-ban megszűnt. Rovatvezetők: 2000-ig Pusztai Ágota (Budapest), 2000-től 2005-ig Somogyi Tamás (Budapest), 2005-től Somogyi Gábor (Budapest).

**A laphoz kapcsolódó versenyek:** A hét fordulós matematika pontversenyben külön versenyeznek az egyes évfolyamok tanulói. A 3-6. osztályos tanulók számára minden fordulóban 5, a 7-8. osztályos tanulók számára 6 feladatot kell megoldaniuk. A megoldásra 20-25 napjuk van a versenyzőknek. A beküldési határidő után két héttel postára adjuk a kijavított dolgozatokat, hogy a diákok betekintést nyerhessenek hibáikba. A levelező verseny feladatainak javítását 1998-tól kezdve középiskolás matematika tagozatos diákok segítségével oldjuk meg. Ezzel lehetőséget adunk nekik magas színvonalú szakmai munka végzésére. A kiemelt pontversenyeket jól kiegészítik a lapban lévő Fizika, Matematikai problémák, Logigrafika, Sakk, Sudoku, Számrejtvények, Info-derby, Maths és Mathematika rovatok versenyei. A pontversenyeknek nincs nevezési díja. Azok a tanulók vehetnek részt rajta, akik előfizetői a lapnak. Egy előfizetéssel egy tanuló indulhat bármelyik pontversenyben.

**A lap jövőbeni célkitűzései:** A továbbiakban is célunk, hogy sokszínű, érdekes, jól hasznosítható újság legyen az ABACUS. Szeretnénk elérni a lap példányszámának és a pontversenyekben résztvevők számának megtartását, esetleg növelését. Egyre inkább szeretnénk kihasználni az internet adta lehetőségeket. Az elmúlt évtől a kitűzött feladatok már interneten is elérhetőek. Ezzel megszüntettük a késői postai kézbesítésekből származó hátrányokat. A jelenlegi internetes nevezés mellett a jövőben lehetővé szeretnénk tenni a megoldások internetes történő beküldését. A sudoku és számrejtvények rovat pontversenyének megoldásait már a következő évtől interneten küldhetik be a versenyzők.

**A matematikai pontversenyek feladatai:** A Lurkó logika feladatsorai mindig egy téma köré csoportosulnak. Az első két feladat megoldását csak 3. osztályos, az utolsó két feladat megoldását csak 4. osztályos tanulók küldhetik be. A középső három feladat megoldását mindkét osztály tanulóinak be lehet küldeni. Az alábbiakban egy ilyen feladatsort mutatunk be. Ezeknek a feladatoknak a megoldását nem közöljük. A matematikai pontverseny feladatai közül a B jelű feladatokat 5-6. osztályosoknak, a C jelű feladatokat 7-8. osztályos tanulók számára lehet megoldani. Ezekből mutatunk be két-két feladatot megoldással együtt. A Matematikai problémák a nehéz feladatok rovata. Ezek megoldásait bármelyik évfolyam tanulói beküldhetik. Ezekből is közlünk három feladatot megoldással együtt.



### Válogatás a Lurkó logika pontverseny feladataiból

**1. feladat:** A leghosszabb téli álmot alvó állatok egyike a mogyorós pele. Élete több mint felét átalussza, évente 7 hónapot alszik. Hány hetet alszik át életéből egy 4 évet megért mogyorós pele?

**2. feladat:** A kis pele a hosszú, mély téli álmából május környékén rekordsebességgel ébred. Lehűlt teste gyorsan melegszik. Az első negyedórában 5 percenként 3°C-ot, a következő negyedórában 5 percenként 4°C-ot, a harmadik negyedórában még 9°C-ot emelkedik a testhőmérséklete, így eléri a normál 36°C-ot. Hány Celsius fokosra hűl le a mogyorós pele testhőmérséklete a téli alvás során?

**3. feladat:** A sisakos baziliszkus (a vízben futó gyík) Közép- és Dél-Amerikában él. Jól úszik, de ha veszély fenyegeti, a vízhez száguld, és hátsó lábain (elég mulatságosan) szalad a víz felszínén. Négy másodperc alatt 10 métert képes megtenni. A nőstény sisakos baziliszkus egy évben 5 alkalommal rak tojást, egyszerre 12-14 darabot.

a) Hány méterre jut el a baziliszkus a víz felszínén futva fél perc alatt?

b) Legfeljebb hány tojása kelhet ki 6 nősténynek 2 év alatt?

**4. feladat:** A dél-amerikai ormányos szárcsa, hogy megóvja tojásait a ragadozóktól, sekély tavak közepére kövekből épít szigetet a fészkének. A köveket a szárcsapár a csőrével hordja a helyszínre. A szigetecskét nagyjából 30 dkg-os kövekből rakják össze. A hím másfélszer annyi, kb. 3000 követ hoz, mint a tojó. Mekkora tömegű követ mozgat meg az ormányos szárcsa hímje és a tojó együtt az építményhez?

**5. feladat:** A legtermetesebb repülőkutya a kalong. Szárnyfesztávolsága másfél méter. A kalongok a denevérhez hasonlóan fejjel lefelé lógva alszanak a fák ágain. Egy-egy fát tömegével lepnek el. Kedvenc fájukon, egy terebélyes kapok-fa alsó ágain négyszer annyi, a felső ágain 4-gyel több kalong lóg, mint a középső ágakon. A kapok-fa ágain 112 kalongot számoltak meg. Hány kalong lóg az alsó ágakon?

**6. feladat:** Azok az emlősök, amelyek nem alusszák át a telet, élelmet gyűjtenek. Egy északon élő, mindössze 20 grammos erdei egér föld alatti raktáraiban a vadászok 717 erdeifenyő- és 86 lucfenyőtobozt, valamint 3 liter gabonamagvat és 4 liter makkot találtak. Hányszorosa az összehordott élelem az egér tömegének, ha 1 db erdeifenyő-toboz átlagosan 2 dkg, 1 db lucfenyőtoboz 1 dkg, 1 liter gabona 80 dkg és 1 liter makk 60 dkg tömegű?

**7. feladat:** A sarki csér a távolsági repülés bajnoka. Az északi sarkvidéken költő madár ősszel a déli sarkvidékre vándorol, ott tölti a déli félteke nyarát. Évente 35 000 kilométert hagy maga mögött. Összesen 14 hetet tölt egy-egy sarkvidéken, a többi időt repüléssel tölti.

a) Mennyi ideig tart az út az egyik sarkvidékről a másikra?

b) Egy sarki csér 20 évig él. Mennyi időt tölt ez alatt a vonulással?

### Válogatás a Matematika pontverseny feladataiból

**1. feladat:** Van egy város, ahol mindenki igazmondó vagy hazudós, és őrült vagy normális. Az igazmondók azt mondják, amit gondolnak, a hazudósok az ellenkezőjét mondják annak, amit gondolnak. A normálisak az igazat gondolják, az őrütek az igazság ellenkezőjét gondolják. Ketten, akik ebben a városban laknak, a következőket mondták:

*Andi:*  $2 \times 2 = 4$ . *Bandi:* Ez nem igaz. *Andi:* Te őrült vagy. *Bandi:* Ez nem igaz.

Állapítsuk meg, hogy Bandi hazudós vagy igazmondó, valamint normális vagy őrült!

*Megoldás:* A feltételek alapján a normális igazmondó és az őrült hazudós igazat mond, az őrült igazmondó és a normális hazudós pedig hazudik. Mivel Andi első állítása igaz, ezért ő mindenképpen igazat mond, így a második állítása is igaz, tehát Bandi őrült. Bandi mindkét állítása hamis, ezért ő hazudik. De ha őrült, akkor így csak igazmondó lehet. Tehát Bandi őrült igazmondó.

**2. feladat:** Egy inget csak egyféleképpen lehet jól begombolni. Előfordul azonban, hogy félregomboljuk. Hányféle lehetőség adódik erre egy 6 gombos ingnél, ha felülről lefelé haladva valahol eggyel mellégombolunk egy gombot, de ehhez képest a többit már jól gomboljuk?

*Megoldás:* Ha valamelyik gombtól kezdve lefelé gomboltuk eggyel mellé a gombokat, akkor az utolsó gombnak nem lesz párja, az üresen maradt gomblyuk pedig az elsőtől kezdve az utolsó előttiig bármelyik lehet, ez 5 lehetőség. Ha felfelé gomboltuk eggyel mellé, akkor ismét 5 lehetőséget kapunk, ez összesen 10.

**3. feladat:** Robin Hood, Little John és Tuck barát gyakorlásképpen célba lőttek. A céltáblán a körök bentről kifelé a következő pontokat érték: 30; 20; 10; 5; 3; 2 és 1. Mindhárman ötször lőttek, minden nyílvevő eltalálta a céltáblát. Robin Hoodnak köszönhetően volt egy találat a tábla közepén, Tuck barát jóvoltából pedig egy az 5-ös körben, ezenkívül 3 db 1-es, 2 db 2-es, 2 db 3-as, 3 db 10-es és 3 db 20-as. Kinek milyen találatai lehettek, ha mindhármuk összpontszáma megegyezett?

*Megoldás:* Az összes lövés együtt 138 pontot ért, ennek harmada jutott egy emberre, ami 46 pont. Robin Hoodnak volt egy 30 pontos találat, a maradék 16-ot csak  $10 + 3 + 2 + 1$  formában érhetette el. A másik kettő közül három 20-as lövés nem lehetett egyvalakié, ezért  $20 + 20$  és  $20 + 10 + 10$  a lehetséges összegek. A maradék hat pontot három vagy két lövésből kellett elérniük, így ez csak  $20 + 20 + 3 + 2 + 1$  és  $20 + 10 + 10 + 5 + 1$  lehet, amik közül az utóbbi volt Tuck baráté az 5-ös miatt.

**4. feladat:** Egy versenyen 64 résztvevő van, és mindenki játszik a többiekkel mérkőzéseket (egy mérkőzés csak egy játszmából áll). Aki összegyűjt három vereséget, az kiesik. A győztes az, aki a végén bennmarad egyedül. Minimum, illetve maximum hány mérkőzésre kerülhet sor ezen a versenyen?

*Megoldás:* Minden résztvevő akkor esett ki, amikor pontosan három veresége volt. Az összes vereségek száma tehát  $63 \cdot 3$  és a győztes vereségeinek száma. Ez 0; 1 vagy 2 lehet, mert ő nem esett ki. Így a mérkőzések minimális száma  $63 \cdot 3 = 189$ , a maximális száma pedig  $189 + 2 = 191$ .

### Válogatás a Matematikai problémák rovat feladataiból

**1. feladat:** Van-e olyan  $n$  természetes szám, hogy az  $n+2$  és az  $n^2+n+1$  mindegyike köbszám?

*Megoldás:* Tegyük fel, hogy  $n+2$  és  $n^2+n+1$  is köbszám, ekkor szorzatuknak is köbszámnak kell lennie. Így  $(n+2) \cdot (n^2+n+1) = n^3 + 2n^2 + n^2 + 2n + n + 2 = n^3 + 3n^2 + 3n + 2 = (n+1)^3 + 1$ . Másrészt  $(n+2)^3 = n^3 + 3n^2 \cdot 2 + 3n \cdot 2^2 + 2^3 = n^3 + 6n^2 + 12n + 8 > n^3 + 3n^2 + 3n + 2$  ( $n \geq 0$ ). Tehát  $(n+1)^3 < (n+1)^3 + 1 < (n+2)^3$ , vagyis  $(n+1)^3 < (n+2) \cdot (n^2+n+1) < (n+2)^3$ . Azt kaptuk, hogy az  $(n+2) \cdot (n^2+n+1)$  két szomszédos köbszám közé esik, tehát nem lehet köbszám. Ellentmondásra jutottunk a feltevésünkkel, így feltevésünk hamis. Nincs olyan  $n$  természetes szám tehát, hogy  $n+2$  és  $n^2+n+1$  mindegyike köbszám.

**2. feladat:** Egy matematikaversenyre 35 tanuló nevezett. Balszerencsés módon többen nem érkeztek meg a versenyre. A versenyen mindegyik probléma megoldása 1 pontot ért. Ha a leányok mindegyike 5 problémát oldott volna meg és a fiúk mindegyike 4 problémát oldott volna meg, akkor a versenyzők összpontszáma 4%-kal nagyobb lett volna, mintha a leányok mindegyike 4 problémát és a fiúk mindegyike 5 problémát oldott volna meg. Hány leány és hány fiú vett részt a matematikaversenyen?

*Megoldás:* Legyen  $l$  a leányok száma és  $f$  a fiúk száma! Ekkor  $l+f < 34$ , mert legalább 2-en hiányoznak a feladat szövege szerint. Az első esetben  $5l+4f$  összpontszámot, a második esetben  $4l+5f$  összpontszámot érnek el.

A feladat szövege szerint  $5l+4f = \frac{104}{100} \cdot (4l+5f)$ . Ebből  $500l+400f = 416l+520f$ ,

amiből  $84l = 120f$ , azaz  $7l = 10f$ . A 7-nek és a 10-nek a legnagyobb közös osztója az 1, ezért a legkisebb pozitív egészek amelyek kielégítik az egyenletet az  $l=10$  és az  $f=7$ . Ha  $f=14$  és  $l=20$  lenne, akkor  $f+l=34$  lenne, ami nem lehet, mert  $f+l < 34$ . Hasonlóan az  $f=7k$  és  $l=10k$ , ahol  $k \geq 2$  egész szám, ez sem lehet, mert  $f+l = 7k+10k = 17k \geq 17 \cdot 2 = 34$ . A versenyen tehát 10 leány és 7 fiú vett részt.

**3. feladat:** Tudjuk, hogy  $p$ ,  $4p^2+1$  és a  $6p^2+1$  számok prímszámok. Határozzuk meg a  $p$  prímet!

*Megoldás:* A prímszámok utolsó számjegye 1; 3; 7 vagy 9 lehet, kivéve a 2-t és az 5-öt. Ha  $p=2$ , akkor  $4 \cdot 2^2+1=17$  prím, de  $6 \cdot 2^2+1=25$  nem prím. Ha  $p=5$ , akkor  $4 \cdot 5^2+1=101$  prím és  $6 \cdot 5^2+1=151$  prím. A  $p=5$  tehát megoldás. Az 1-re, 3-ra, 7-re vagy 9-re végződő számok négyzeteinek utolsó számjegye 1 vagy 9.

*1. eset:* Az 1-re végződő prímnégyzetek esetén a  $4p^2+1$  szám 5-re végződik, ami biztos nem prímszám, mert 5-tel osztható, és nem 5, mert ekkor  $p=1$  lenne, de 1 nem prímszám.

*2. eset:* A 9-re végződő prímnégyzetek esetén a  $6p^2+1$  szám 5-re végződik, vagyis osztható 5-tel, ezért összetett szám, mert 5-tel nem lehet egyenlő. Így mindkét esetben igazoltuk, hogy a  $p$ ,  $4p^2+1$ ,  $6p^2+1$  egyszerre nem lehetnek prímek. A  $p=5$  esetén lesznek tehát csak a  $p$ ,  $4p^2+1$  és  $6p^2+1$  számok egyszerre prímszámok.

Magyar Zsolt

## A M A T E M A T I K A T A N Í T Á S A

*Név:* A Matematika Tanítása

*Alapító:* Mozaik Kiadó Kft.

*Alapítás éve:* 1993

*Kiadó:* Mozaik Kiadó Kft.

*Főszerkesztő:* Dr. Urbán János

*Példányszám a 2009/2010-es tanévben:* 1000

*Előfizetési díj a 2010/2011-es tanévben:* 1000 Ft

*Telefon:* 06-62/470-101

*E-mail:* kiado@mozaik.info.hu

*Fax:* 06-62/544-660

*Honlap:* www.mozaik.info.hu

### A folyóirat bemutatása

A Matematika Tanítása című módszertani folyóirat mai alakjában immár a XVIII. évfolyamnál tart. Kiadója a MOZAIK KIADÓ, amely sikeresen tevékenykedik a hazai tankönyvkiadásban is. Több hasonló módszertani lappal együtt a Kiadó 1993-ban indította útjára új formában A Matematika Tanítása című folyóiratot.

Elődje a Tankönyvkiadó Vállalat gondozásában jelent meg az 1950-es évektől kezdve. A lap gazdáái között a Bolyai János Matematikai Társulat is szerepelt.

A szerkesztést az 1970-es évektől az akkori Országos Pedagógiai Intézet Matematika Tanszékén, majd Matematikai Osztályán végezték.

A lap ma is rendszeresen közöl érdekes, az oktatásban jól felhasználható módszertani cikkeket. Szívesen fogad aktuális versenyekkel, érettségi vizsgákkal kapcsolatos tanári véleményeket. Minden évben közzé teszi: az azévi Beke Manó emlékdíjasok névsorát, és ismerteti munkásságukat.

- hírt ad az 5-8. osztályosok Országos Kalmár László Matematika Versenyének megyei fordulójáról,
- az Országos Kalmár László Matematika Versenyének országos döntőjéről,
- ismerteti a Nemzetközi Magyar Matematika Verseny eseményeit, a kitűzött feladatokat, és a díjazottak névsorát.

Külön gondot fordít a szerkesztőség arra, hogy a határon túli magyar matematikaoktatásról is rendszeresen tájékoztasson. Így több cikket írtak már erdélyi, felvidéki, vajdasági szerzők.

A régi lap hagyományait ápolja az a rovat, amelyben tanároknak szóló feladatok szerepelnek.

A rovat vezetője jelenleg dr. Kosztolányi József, a szegedi tudományegyetem docense.

### Válogatás a folyóirat feladataiból

- 1. feladat:** Egy szabályos  $n$  oldalú sokszög belsejében véletlenszerűen kiválasztunk egy  $P$  pontot. Mekkora annak a valószínűsége, hogy  $P$  közelebb van a sokszög középpontjához, mint a sokszög határához?
- 2. feladat:** Egy tetraéder minden éle ugyanakkora szög alatt látszik a tetraéder egy belső pontjából. Mekkora ez a látószög?
- 3. feladat:** Egy állatkertből nyolc csimpánzt szeretnének átszállítani egy másik állatkertbe. A szállításhoz négy darab, két majom befogadására alkalmas ketrec áll rendelkezésre. A szállítandó csimpánzok között vannak olyan párok, amelyek nem férnek össze egymással, szállítás közben összeverekednének, ezért nem rakhatók azonos ketreche. Tudjuk, hogy a csoporton belül minden csimpánz legfeljebb három másikkal van összeférhetlenségi viszonyban. Elszállíthatók-e egyszerre a csimpánzok úgy, hogy egyik ketrechen sem legyen verkedés?
- 4. feladat:** Egy születésnapi összejövetelnek  $2n$  ( $n \geq 2$ ) résztvevője volt. Tudjuk, hogy mindenkinek páros sok ismerőse volt jelen a társaságban. Bizonyítsuk be, hogy van két olyan résztvevő, akiknek páros sok közös ismerősük volt jelen a születésnapi partin!
- 5. feladat:** Melyek azok a  $q$  racionális számok, amelyekre  $\operatorname{tg}(\pi q)$  is racionális?
- 6. feladat:** Legfeljebb hány elemű az első 100 pozitív egész szám halmazának azon részhalmaza, amelyre teljesül, hogy bármely két elemének összege osztható 6-tal?
- 7. feladat:** Van-e olyan háromszög, amelyben a szögek szinuszainak összege megegyezik a szögek koszinuszainak összegével?
- 8. feladat:** Egy tetraéderről tudjuk, hogy szemközti élei merőlegesek egymásra, és az élhosszak egy mértani sorozat egymást követő elemei. Mit mondhatunk a tetraéderről?
- 9. feladat:** Igaz-e, hogy bármely tetraéder kettévágható úgy egy síkkal, hogy a metszetalakzat szabályos háromszög?
- 10. feladat:** Adott a síkon egy  $k$  kör és egy  $e$  egyenes úgy, hogy nincs közös pontjuk.  $A$  és  $B$  az egyenes olyan pontjai, amelyekre teljesül, hogy az  $AB$  átmérőjű kör kívülről érinti a  $k$  kört. Bizonyítsuk be, hogy van a síkon olyan  $P$  pont, hogy az  $APB$  szög – függetlenül az  $AB$  szakasz helyzetétől – állandó!

Dr. Urbán János

## P O L Y G O N

**Név:** Polygon, Matematikai, szakdidaktikai közlemények

**Alapító:** József Attila Tudományegyetem (ma Szegedi Tudományegyetem) Bolyai Intézete

**Alapítás éve:** 1991

**Kiadó:** Szegedi Tudományegyetem TTIK Bolyai Intézet

**Főszerkesztők (a Szerkesztőbizottság elnökei):** Pintér Lajos és Szendrei János

**Felelős szerkesztő:** Kincses János

**Szerkesztőbizottság tagjai:** Csendes Tibor, Horváth Gyula, Kosztolányi József, Kurusa Árpád, Németh Zoltán, Pintér Klára, Szendrei Julianna és Varga Antal

**Példányszám a 2009/2010-es tanévben:** 2 alkalommal 300 példány

**Előfizetési díj a 2010/2011-es tanévben:** 1080 Ft (2×540 Ft)

**Telefon:** 06-62/544-085

**E-mail:** [polygon@math.u-szeged.hu](mailto:polygon@math.u-szeged.hu)

**Fax:** 06-62/544-548

**Honlap:** [www.math.u-szeged.hu/polygon/](http://www.math.u-szeged.hu/polygon/)

### A folyóirat bemutatása

**A folyóirat története, céljai, jellege:** A József Attila Tudományegyetem (ma Szegedi Tudományegyetem) Bolyai Intézete 1991-ben indította útjára a magyar nyelvű POLYGON folyóiratot. Az 1991 júniusában megjelent első szám 1. oldalán olvasható a lap alapítóinak ma is érvényes „ars poeticája”:

„...a nem sablonos matematikai probléma megoldása is alkotó szellemi munka.  
(Pólya György)

A matematika élő, fejlődő tudomány lévén a mindennapi élettel, a gyakorlattal szoros kapcsolatban áll, ezek hatnak a matematikára, de a matematika is segíti ezek fejlődését. A matematika tanítása, népszerűsítése ezért minden korban aktuális és fontos feladat. A matematika fejlődése nemcsak az ismeretanyag növekedését jelenti, hanem a szemlélet- és gondolkodásmód változását is. Ezért sok problémának újabb és más módon történő megközelítése válik lehetővé.

A matematikatanárok és tanárjelöltek, valamint diákok széles körének e most induló lappal egyrészt lehetőséget szándékozunk adni arra, hogy a Pólya György értelmében vett alkotó munka jó tapasztalatait hasznosíthassák, másrészt saját tapasztalataikat és gondolataikat az érdeklődők elé tárhassák.

Lapunk folytatni kívánja a magyar hagyományokat, matematikusainknak a törekvéseit a matematika iránti érdeklődés felkeltésére és annak népszerűsítésére. Foglalkozunk a matematikának a tanításban is hasznosítható fejezeteivel, didaktikai kérdésekkel, és közlünk írásokat a matematikának és oktatásának történetéről. Lényeges feladatunknak tartjuk a számítástudománynak a matematika mindennapi oktatásába való beépítését is. Tanulmányokon kívül olyan rövid írásokat is közlünk, amelyek egy-egy ötletet, gondolatot ismertetnek. Fontos szerepet szánunk a különböző feladatrovatoknak, referátumoknak is.”

A folyóirat évente kétszer jelenik meg, számonként kb. 100 oldal terjedelemben. Minden számban van matematikatörténeti jellegű cikk, és legalább egy hosszabb tanulmány. A tanulmányok a matematika új eredményeinek közérthető bemutatása mellett a felsőbb matematika bizonyos területeinek rendszerező jellegű áttekintését, megismertetését, népszerűsítését szolgálják. A minden számban megtalálható Műhelysarok rész cikkei kifejezetten olyan matematikai, matematikadidaktikai jellegű írások, amelyek közvetlenül vagy közvetve a matematika tanítása során hasznosíthatók. A Műhelysarok részben két állandó rovat található. Az „Egy ötlet” rovatall szándékunk az, hogy egy-egy számban egy ötlet köré csoportosítható feladatokat tárgyaljunk röviden, a megoldásokkal együtt. E feladatok többnyire elemiek, de egy-két nehezebb példát is kitűzünk, feltéve, hogy az adott ötlet azt egyszerűvé teszi. Ezen „ötletbörzének” több célja van. Egyrészt olyan fogásokat, trükköket vonultatunk fel, amelyek sokszor, illetve bizonyos feladattípusoknál alkalmazhatók, de esetleg nem mindenki előtt ismeretesek. Másrészt az itt tárgyalt példák érdekesek és esztétikusak, és néhány közülük alkalmas lehet órai, szakköri feldolgozásra is. Halmos Pál, magyar származású világhírű matematikussal együtt valljuk, hogy a matematika lelke a problémákban (és megoldásaikban) van. A másik állandó rovat a Feladatrovat, amelyben az olvasók számára kihívást jelentő feladatokat tűzünk ki. Törekszünk arra, hogy az aktuálisan kitűzött feladatok kapcsolódjanak az adott folyóiratszám valamelyik cikkéhez, arra kérjük a szerzőket is, hogy ha lehetséges tűzzenek ki a dolgozatukhoz kapcsolódó feladatokat. A feladatrovatba bárki küldhet be kitűzésre feladatot. A kitűzött feladatokra érkezett megoldásokat egy későbbi lapszámban a megoldó nevével együtt közöljük.

**Polygon Könyvtár, Polygon Jegyzettár:** A lap első megjelenése után három évvel könyvkiadással bővítettük a kiadói tevékenységet. Két sorozat, a Polygon Könyvtár és a Polygon Jegyzettár keretében mindeztidáig közel száz könyvet adtunk ki. E sorozatok beindításának kettős célja volt. Egyik szándékunk, hogy a felsőoktatás különböző szakjain (matematikatanár, matematikus, alkalmazott matematikus, informatikus, mérnökképzés) folyó matematikaoktatáshoz színvonalas magyar nyelvű tankönyveket biztosítsunk. Másrészt arra is vállalkoztunk, hogy bővítsük illetve korábban megjelent sikeres könyvek újrakiadásával felfrissítsük a matematikát népszerűsítő könyvek palettáját. Büszkén mondhatjuk, hogy szerzőink a matematika tanításának és kutatásának nemzetközileg is elismert, kiváló hazai képviselői. Több könyvünk kiadását támogatta a Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Tudományok Osztálya valamint az Oktatási Minisztérium a Felsőoktatási Tankönyv- és Szakkönyv-támogatási Pályázat keretében. Kiadott könyveinkről tájékoztatás található a

<http://www.math.u-szeged.hu/polygon/konyvtar.htm>,

<http://www.math.u-szeged.hu/polygon/jegyzet.htm>

honlapokon.

*Dr. Kosztolányi József*

## TEACHING MATHEMATICS

*Név:* Teaching Mathematics and Computer Science nemzetközi módszertani folyóirat

*Alapító:* Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézete

*Alapítás éve:* 2001

*Kiadó:* Debreceni Egyetem Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskolája

*Technikai szerkesztő:* Dr. Juhász Katalin

*Menedzser szerkesztő:* Dr. Lajkó Károly

*Felelős szerkesztő:* Páles Zsolt és Pethő Attila

*Példányszám a 2009/2010-es tanévben:* 200

*Előfizetési díj a 2010/2011-es tanévben:* 1 példány 90 dollár könyvtáraknak  
60 dollár egyéni előfizetőknek

*Telefon:* 06-52/512-900/22813

*E-mail:* [tmcs@math.klte.hu](mailto:tmcs@math.klte.hu)

*Fax:* 06-52/512-900/23062

*Honlap:* [tmcs.math.klte.hu](http://tmcs.math.klte.hu)

### A folyóirat bemutatása

A magyarországi módszertani kutatások presztízse, a doktori képzés elindítása matematika- és informatikadidaktikából, illetve annak felismerése, hogy a módszertani kutatásokkal foglalkozó oktatók, doktoranduszhallgatók publikálási lehetősége meglehetősen korlátozott, arra ösztönözte a Debreceni Egyetem Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskoláját, hogy megszervezze egy nemzetközi módszertani folyóirat kiadását.

A Matematikai és Informatikai Intézet tanácsa 2001-ben döntött a Teaching Mathematics and Computer Science (a továbbiakban TMCS) című nemzetközi módszertani folyóirat indításáról. A szerkesztőbizottságba és a tanácsadó testületbe bevonta a két szakterület vezető hazai és külföldi oktatóit, kutatóit, kijelölte a kapcsolódó szakmai stábot, s meghatározta a folyóirat profilját. A szakmai stáb tagjainak a megbízása öt évre szól. A fenntartóval történt egyeztetés után a második öt évre (2008-2012) az alábbi megbízások születtek:

**A szerkesztőbizottság tagjai:** Alsina, C. (Barcelona); Ambrus, A. (Budapest); Arató, M. (Debrecen); Bukovsky, L. (Košice); Fazekas, G. (Debrecen); Giering, O. (München); Hortobágyi, I. (Budapest); Horváth, Gy. (Szeged); Horváth, J. (Sopron); Kántor, T. (Debrecen); Karsai, J. (Szeged); Kátai, Z. (Marosvásárhely); Klincsik, M. (Pécs); Koch, W. (Graz); Kovács, Z. (Nyíregyháza); Kozma, L. (Budapest); Kvasz, L. (Bratislava); Liptai, K. (Eger); Losonczi, L. (Debrecen); Michalewicz, Z. (Adelaide); Selényi, E. (Budapest); Sima, D. (Budapest); Szabó, J. (Debrecen); Szendrei, J. (Szeged); Várterész, M. (Debrecen); Vásárhelyi, É. (Budapest); Zeitler, H. (Bayreuth); Zimmermann, B. (Jena); Zsakó, L. (Budapest)

**A tanácsadó testület tagjai:** Benczúr, A. (Budapest); Csirik, J. (Szeged); Daróczy, Z. (Debrecen); Demetrovics, J. (Budapest); Gaál, I. (Debrecen); Győry, K. (Debrecen); Hatvani, L. (Szeged); Laczkovich, M. (Budapest); Nagy, P. T. (Debrecen);



Páles, Zs. (Debrecen); Pap, Gy. (Debrecen); Rónyai, L. (Budapest); Stachel, H. (Wien); Szeidl, L. (Budapest)

**A stáb további tagjai mind debreceniek:** Lajkó, K. (menedzserszerkesztő); Juhász, K. (technikai szerkesztő); Mészáros, F. (tördelőszerkesztő); Adamkó, A. (webmester).

Az alapítók szándéka az volt, hogy lehetőséget adjon a matematika és informatika oktatásának módszertani problémáival foglalkozó kutatóknak, oktatóknak, doktorandusz hallgatóknak, hogy eredményeiket színvonalas dolgozat formájában megjelentessék. A dolgozatokban közölt kutatási eredmények bármilyen iskolatípusra vonatkozhatnak, illetve kapcsolódhatnak tantermi tevékenységhez vagy az oktatás, nevelés egyéb aspektusaihoz. A kéziratok angol, német és francia nyelven nyújthatók be.

2003 tavaszán, a Debreceni Egyetem Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskolája pénzügyi támogatásának köszönhetően, 250 példányban megjelent a TMCS első évfolyamának első száma, amelynek teljes tartalma letölthető formában felkerült a TMCS honlapjára is. A későbbi kiadások esetében csak a cikkek absztraktjai tölthetők le a honlapról.

Marketing tevékenységünk hiányosságai, valamint az a tény, hogy olyan időben kerültünk „piacra”, amikor a régi, rangos folyóiratoknál is jelentősen visszaestek a megrendelések, azt eredményezte, hogy a hazai és külföldi előfizetők a mai napig nagyon szerény összeggel járulnak hozzá a nyomdai és egyéb kiadásokhoz, amiket jelenleg a Matematika- és Számítástudományok, illetve az Informatikai Tudományok Doktori Iskola egyenlő mértékben biztosítanak.

A nyomdai, postai, személyi és egyéb költségek évente meghaladják az 1 millió forintot, ami azt jelenti, hogy egy megjelent cikk bekerülési költsége több mint 40 ezer forint.

Ahogy nőtt a TMCS ismertsége, népszerűsége a szerzők körében, egyre több kéziratot kaptunk és kapunk ma is. Amíg az első években a havi egy-két beküldött cikk volt a jellemző, ma már hetente érkeznek dolgozatok a világ minden tájáról. Mivel a folyóiratot a Zentralblatt für Didaktik der Mathematik referálja, ezért a szerzők értékes publikációt tudhatnak magukénak cikkük megjelenésével.

Sok fejtörést okoz a lektorok kiválasztása. A feladat nem azért kemény elsősorban, mert mindig a szakmailag legmegfelelőbb embert kellene megtalálni. Nagyon nehéz olyan lektort találni, aki határidőre és kellő alaposággal végzi feladatát. A lektorálásért ugyanis anyagi honorárium nem jár, az oktatók és a kutatók szakmai munkájának megítélésénél pedig egy kezdő, módszertani folyóiratnál végzett szakmai tevékenységet nem feltétlenül értékelik magasra. A szerkesztőbizottság és a tanácsadó testület változtatásánál igyekeztünk azoknak helyet adni, akik készségesen és sokat dolgoztak a korábban megjelent cikkeken.

Az anyag elkészítéséig a TMCS szerkesztőségéhez benyújtott kéziratok száma 270. A folyóiratnak 7 évfolyama, évfolyamonként pedig 2 száma jelent meg. A nyolcadik évfolyam első száma éppen most jött ki a nyomtatásból.

A kiadványok 158 cikket és 15 egyéb közleményt – 8 „Proof without Words”(PWW), 6 konferencia riport és egy könyvismertetést – tartalmaztak. A 158

megjelent dolgozathól 70 külföldi (az első szerző szerinti besorolással). Figyelemre méltó, hogy a megjelent dolgozatokból 55-öt PhD hallgatók írtak, összesen 62-en, és többnyire a folyóiratot támogató doktori iskolák volt vagy jelenlegi hallgatója. Az elutasított vagy átdolgozásra visszaküldött kéziratok száma 49. A beküldött kéziratoknak mintegy kétharmada tartamilag a matematikadidaktikához kapcsolódik, bár nagyon sokban megjelennek az informatika eszközei is valamilyen formában. A tisztán informatikadidaktikával foglalkozó cikkek száma még mindig nagyon kevés. Az elfogadott dolgozatok átlagos megjelenési ideje sok mindentől függ. Az a tapasztalat, hogy egy jól elkészített, komoly szerzői háttérrel rendelkező kézirat megjelenéséhez ritkán kell 8-10 hónapnál több idő. A lektorok is szívesebben vállalják a kevesebb munkával járó feladatot, és a szerkesztés, a javítás is lényegesen gördülékenyebben megy egy együttműködő szerző segítségével. Az esetek bizonyos százalékában azonban a cikk első változatának benyújtásától a végleges változat megjelenéséig akár egy vagy másfél év, ritkán ennél több is eltelhet.

Ahhoz, hogy a TMCS fennmaradjon, mindenképpen át kellett gondolni a működtetésével kapcsolatos további teendőket. A francia nyelvű kéziratok fogadása megszűnt, mert egyrészt nagyon nehéz franciául tudó, az informatika vagy a matematika módszertanához értő lektort találni, másrészt ezeknek a publikációknak az olvasottsága is kisebb. A megjelenő dolgozatokra terjedelmi korlátot szabtunk (maximum 15 oldal). Azok a szerzők, akik az adott oldalszámban nem tudják megnyugtatóan kifejtteni mondanivalójukat, jelezhetik a cikkben, hol (milyen honlapon) érhető el a kiegészítő vagy háttéranyagok. Ezzel a korábbi 400-450 oldalnyi éves terjedelmet 250-300 oldalra csökkentettük.

Egyértelműen látszik, hogy sűrűbbre kell szőni a lektori hálót, hogy tovább javuljon a folyóirat presztízse. Erősíteni kell a marketing tevékenységet itthon és külföldön egyaránt.

Ezúttal is kérjük a hazai felsőoktatási intézmények oktatóinak és kutatóinak fokozott támogatását a folyóirat szellemi, erkölcsi és anyagi háttérének biztosításához.

Angol vagy német nyelven TeX-ben megírt cikkeket a [tmcs@math.klte.hu](mailto:tmcs@math.klte.hu) címre kell beküldeni.

*Dr. Juhász Katalin és Dr. Lajkó Károly*

# SZAKKÖRÖK, TÁBOROK

*„A probléma megoldása az értelem legjellegzetesebb teljesítménye, és az értelem az emberiség jellegzetes képessége: tulajdonképpen a problémamegoldás a legjellemzőbb emberi tevékenység.”*

*Pólya György*

## MATEMATIKAI OLIMPIAI SZAKKÖR

*Szervező:* Bolyai János Matematikai Társulat

*Felelős személy:* Dobos Sándor

*Résztevők:* meghívásos

*Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:* 30 fő (Budapest)

*Részvételi díj a 2010/2011-es tanévben:* nincs

*Telefon:* 06-1/225-8410

*E-mail:* [dobos@fazekas.hu](mailto:dobos@fazekas.hu)

*Fax:* 06-1/201-6974

*Honlap:* [matek.fazekas.hu](http://matek.fazekas.hu)

### A szakkör bemutatása

A szakkörökön a diákok versenyfeladatokat oldanak meg, nehezebb problémákkal találkoznak. A szakkörvezető segítséget, ötleteket ad, alternatív megoldásokat mutat. Alkalmanként egyes feladatok mélyebb matematikai háttérét bemutatja. Ez a munka az átlagos középiskolai gyakorlattól jelentősen különbözik. Nem rutinpéldák, gyakorló feladatok szerepelnek, nem villámgyors, apró ötletekre épül a munka.

A szakkör a teljes tanév alatt működik általában kétheti rendszerességgel.

A diák szemével a szakkörök speciális oldalai:

- személyes találkozás a régió legjobb koponyáival korosztályában
- extra motiváció és példaadás (kitartó, szívós munka; leírási stílus; új ötletek)
- nehezebb, nemzetközi szintű, példák

A tanár szemével a szakkörök speciális oldalai:

- különleges felkészültség; időigényes, minőségi munka
- nagy matematikai háttértudás
- tájékozottság, külföldi versenyek, szaklapok

A szakkörök számára több segédanyag készült (Pl. Olimpiai feladatok, Válogatóversenyek, Feladatok a Nagyvilágból, a szakkörvezetők tematikus összeállításai).

A Bolyai János Matematikai Társulat által szervezett Olimpiai szakkörök a 2009/2010-es tanévben (a tanév első felében – 2010. január 31-ig – az alábbiakban felsoroltak szerint, 2010. februártól, pedig Budapesten)

*Baranya megye:* a Pécsi Tudományegyetem Matematika Tanszéken  
szakkörvezető: Ruff János

*Borsod-Abaúj-Zemplén megye:* a miskolci Földes Ferenc Gimnáziumban  
szakkörvezető: Veres Pál

*Budapest:* a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnáziumban  
szakkörvezető: Dobos Sándor

*Csongrád megye:* a Szegedi Tudományegyetem Bolyai Intézetében  
szakkörvezető: Dr. Kosztolányi József

*Győr-Moson-Sopron megye:* a győri Révai Miklós Gimnáziumban  
szakkörvezető: Csete Lajos

*Hajdú-Bihar megye:* a Debreceni Református Kollégium Gimnáziuma  
szakkörvezető: Bessenyei Mihály

*Heves megye:* az egri Szilágyi Erzsébet Gimnáziumban  
szakkörvezető: Bíró Bálint

*Jász-Nagykun-Szolnok megye:* a szolnoki Verseghy Ferenc Gimnáziumban  
szakkörvezető: Pogány Gyula

*Somogy megye:* a kaposvári Táncsics Mihály Gimnáziumban  
szakkörvezető: Kubatov Antal

*Szabolcs-Szatmár-Bereg megye:* a nyíregyházi Krúdy Gyula Gimnáziumban  
szakkörvezető: Dr. Kiss Sándor

*Tolna megye:* a Bonyhádi Petőfi Sándor Evangélikus Gimnáziumban  
szakkörvezető: Dr. Katz Sándor

*Zala megye:* a nagykanizsai Batthyány Lajos Gimnáziumban  
szakkörvezetők: Erdős Gábor (11-12. osztály), Dr. Pintér Ferenc (9-10. osztály)

### Válogatás a szakköri feladatokból

**1. feladat:** Az  $ABC$  háromszög köré írt körének pontja  $P$ .  $P$  merőleges vetülete az oldalegyenesekre  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ . Igazoljuk, hogy  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  egy egyenesen vannak!

**2. feladat:** Egy ötszög csúcsaira valós számokat írtunk. A csúcsokat összekötő szakaszokra ráírtuk a végpontokon levő két szám összegét. Ez utóbbi számok közül 7-ről tudjuk, hogy egész. Igazoljuk, hogy a többi is az!

**3. feladat:** Az  $ABC$  háromszög magasságpontja  $M$ , körülírt körének középpontja  $O$ , sugara  $R$ . Tükrözzük a háromszög csúcsait rendre a szemközti oldalegyenesekre; legyenek a tükörképek  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , és tegyük fel, hogy ezek a tükörképek egy egyenesen vannak! Mutassuk meg, hogy  $OM = 2R$ !

**4. feladat:** Okos Ottó felsorolta az  $n$  természetes szám pozitív osztóit nagyság szerinti sorrendben. Elsőként az 1-et, majd sorban egymás után, végül nyolcadikként következett az  $n$ . A hatodikként felsorolt  $d$  osztóról tudjuk, hogy  $19 < d < 26$ . Mi lehetett  $n$ ?

**5. feladat:** Egy vállalatnak 70 dolgozója van. Bármely két dolgozó –  $A$  és  $B$  – esetén van olyan nyelv, melyet  $A$  beszél, de  $B$  nem és van olyan nyelv, melyet  $B$  beszél, de  $A$  nem. Legalább hány nyelvet beszélnek a vállalat dolgozói?

**6. feladat:** Egy végtelen sakktábla egy  $n$ -szer  $n$ -es négyzetében minden mezőn áll egy figura. Egy lépésben egy figura átugorhat egy élszomszédos mezőn álló figurát, ha üres mezőre érkezik az ugrás, s az átugrott figurát levesszük a tábláról. Mely  $n$ -re érhető el, hogy csak egy figura maradjon néhány lépés után?

**7. feladat:** Egy 9 pontú gráf élei közül néhányat pirosra, néhányat kékre festettek. Mi a legkisebb  $n$ , melyre  $n$  színezett él esetén biztosan lesz piros, vagy kék háromszög a gráfban.

**8. feladat:** Legyen  $\{a_n\}$  valós számok olyan sorozata, amelyre  $a_1=2$  és  $a_{n+1}=a_n^2-a_n+1$ , ahol  $n$  tetszőleges pozitív egész szám!

Igazoljuk, hogy  $1 - \frac{1}{2003^{2003}} < \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2003}} < 1$ !

*Megoldási vázlat:* Megpróbálkozunk a parciális törtekre bontással és a teleszkopikus összeg módszerével.

Vegyük észre, hogy  $a_{n+1}-1 = a_n(a_n-1)$ , ebből kapjuk, hogy  $\frac{1}{a_{n+1}-1} = \frac{1}{a_n(a_n-1)}$

vagyis  $\frac{1}{a_{n+1}-1} = \frac{1}{a_n-1} - \frac{1}{a_n}$ . Ebből következik, hogy  $\frac{1}{a_n} = \frac{1}{a_n-1} - \frac{1}{a_{n+1}-1}$ .

Ezt fogjuk alkalmazni  $n = 1, 2, 3, \dots, 2003$ -ra, majd ezeket összeadva kapjuk, hogy:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2003}} &= \left( \frac{1}{a_1-1} - \frac{1}{a_2-1} \right) + \left( \frac{1}{a_2-1} - \frac{1}{a_3-1} \right) + \dots + \\ &+ \left( \frac{1}{a_{2003}-1} - \frac{1}{a_{2004}-1} \right) = \frac{1}{a_1-1} - \frac{1}{a_{2004}-1} = 1 - \frac{1}{a_{2004}-1} < 1. \end{aligned}$$

Hiszen könnyen igazolhatjuk, hogy az  $\{a_n\}$  sorozat szigorúan monoton növekedő és így  $a_{2004} > 1$ , ebből pedig következik, hogy  $\frac{1}{a_{2004}-1} < 1$ . A másik irány bizonyít-

tását itt csak vázoljuk. Ehhez elég igazolnunk, hogy  $1 - \frac{1}{2003^{2003}} < 1 - \frac{1}{a_{2004}-1}$

vagyis, hogy  $a_{2004}-1 > 2003^{2003}$ .

Teljes indukcióval bizonyíthatjuk, hogy  $a_{n+1} = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 + 1$ , és  $a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 > n^n$ . Ezeket felhasználva könnyen igazolhatjuk az egyenlőtlenség másik irányát.

**9. feladat:** Legyenek  $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$  olyan valós számok, amelyekre teljesül, hogy:

$$\sum_{i=1}^{2n-1} (a_{i+1} - a_i)^2 = 1!$$

Keressük meg a következő összeg maximumát:

$$(a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_{2n}) - (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$

*Megoldás:* Ha  $n=1$ , akkor  $(a_2 - a_1)^2 = 1$ , azaz  $a_2 - a_1 = \pm 1$ .

Ha  $n \geq 2$ , akkor legyen  $x_1 = a_1$  és  $x_{i+1} = a_{i+1} - a_i$ , ahol  $i = 1, 2, \dots, 2n-1$ .

Ekkor  $\sum_{i=1}^{2n} x_i^2 = 1$  és  $a_k = x_1 + x_2 + \dots + x_k$ , ahol  $k = 1, 2, \dots, 2n$ .

Vizsgáljuk a keresett összeget:  $(a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_{2n}) - (a_1 + a_2 + \dots + a_n) =$

$$n \cdot (x_1 + \dots + x_n) + n x_{n+1} + (n-1)x_{n+2} + \dots + x_{2n} - (n x_1 + (n-1)x_2 + \dots + x_n) =$$

$$x_2 + 2x_3 + \dots + (n-1)x_n + n x_{n+1} + (n-1)x_{n+2} + \dots + x_{2n}$$

Alkalmazzuk a Cauchy-féle egyenlőtlenséget (amelyet Cauchy-Bunyakovszkij-Schwarz-féle egyenlőtlenségnek is neveznek):

$$\begin{aligned}
& x_2 + 2x_3 + \dots + (n-1)x_n + nx_{n+1} + (n-1)x_{n+2} + \dots + x_{2n} \leq 1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2 + \\
& + (n-1)^2 + \dots + 2^2 + 1^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{2n}^2)^{\frac{1}{2}} = \\
& = \left( n^2 + 2 \cdot \frac{(n-1)n(2n-1)}{6} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{n(2n^2+1)}{3}}.
\end{aligned}$$

Azt kaptuk, hogy  $(a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_{2n}) - (a_1 + a_2 + \dots + a_n) \leq \sqrt{\frac{n(2n^2+1)}{3}}$ .

Tehát a vizsgált összeg maximális értéke  $\sqrt{\frac{n(2n^2+1)}{3}}$ . Mikor áll fenn egyenlőség?

**10. feladat:** Legyen  $n > 1$  egész szám és  $x_1, x_2, \dots, x_n > 0$  pozitív valós számok úgy, hogy  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$ ! Igazoljuk, hogy fennáll a következő egyenlőtlenség:

$$\frac{x_1}{\sqrt{1-x_1}} + \frac{x_2}{\sqrt{1-x_2}} + \dots + \frac{x_n}{\sqrt{1-x_n}} \geq \frac{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \dots + \sqrt{x_n}}{\sqrt{n-1}}.$$

*Megoldási vázlat:* Először mutassuk meg, hogy az  $f: (0,1) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x}}$  függvény konvex. Majd alkalmazzuk a Jensen-féle egyenlőtlenséget.

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sqrt{1-x_i}} \geq \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i}{\sqrt{1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i}}. \quad (1)$$

$$\text{Így } \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sqrt{1-x_i}} \geq \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}, \quad (2)$$

$$\text{azaz } \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sqrt{1-x_i}} \geq \sqrt{\frac{n}{n-1}}. \quad (3)$$

Másrészt a Cauchy-féle egyenlőtlenséget alkalmazva:

$$n = n \sum_{i=1}^n x_i \geq \left( \sum_{i=1}^n \sqrt{x_i} \right)^2, \quad (4)$$

$$\text{következésképpen: } \sum_{i=1}^n \sqrt{x_i} \leq \sqrt{n} \quad (5)$$

Ebből következik, hogy,

$$\frac{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \dots + \sqrt{x_n}}{\sqrt{n-1}} \leq \sqrt{\frac{n}{n-1}} \quad (6)$$

A (3)-ból és (6)-ból következik a bizonyítandó egyenlőtlenség.

*Csete János, Dobos Sándor és Veres Pál*

## K E C S K E M É T I V Á R O S I S Z A K K Ö R

**Szervező:** Matematikában Tehetséges Gyermekéért Alapítvány (Kecskemét)

**Felelős személy:** Csordás Mihály

**Résztevők:** kecskeméti iskolák 3-11. osztályos tanulói

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 181 fő

**Részvételi díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Telefon:** 06-76/483-047

**E-mail:** [mategye@mail.datanet.hu](mailto:mategye@mail.datanet.hu)

**Fax:** 06-76/483-047

**Honlap:** [www.mategye.hu](http://www.mategye.hu)

### A szakkör bemutatása

A Matematikában Tehetséges Gyermekéért Alapítvány először 1999/2000. tanévben indított városi szakköröket. Ezek két évig működtek, majd anyagi okok miatt az ezután következő években fokozatosan megszűntek. 2008 őszén sikerült Kecskemét város polgármesterét és a képviselőtestületet meggyőzni a városi szakkör fontosságáról. Így a 2008/2009-es tanévben újraindultak a szakkörök a város pénzügyi támogatásával.

A foglalkozásokra a tanulók pályázat útján jelentkezhetnek. A pályázó tanulóknak egy pályázati adatlapot kell kitölteni. Ebben a tanuló felsorolja eddigi versenyeredményeit matematikából, és vállalja a szakkörön való részvételi feltételek betartását. Ezen a lapon szerepel az iskola javaslata és a tanuló szülőjének aláírása is. A benyújtott pályázatokat az alapítvány kuratóriuma által felkért bizottság elbírálja, és javaslatot tesz a tanulók felvételére.

A szakkörön részt vevő tanulóknak a szakköri foglalkozások térítésmentesek, de saját költségükön kötelesek részt venni matematikai versenyeken. Az általános iskolai tanulók az ABACUS matematikai lapok pontversenyén (legalább 50%-os eredményt kell elérni), a Zrínyi Ilona matematikaversenyen, a Varga Tamás matematikaversenyen (7-8. osztályosok) és legalább még egy országos versenyen. A középiskolai tanulók a KöMaL valamelyik matematikai pontversenyén, az Arany Dániel matematikaversenyen (9-10. osztályosok), az OKTV-n (11-12. osztályosok), a Gordiusz matematikaversenyen és legalább még egy országos versenyen. A versenyeken való részvétel a tanulókat arra készíti (különösen az ABACUS és KÖMAL levelező versenyei), hogy rendszeresen foglalkozzanak matematikai feladatok megoldásával.

A szakkörön részt vevő tanulóknak ingyenesen biztosítja az alapítvány a szakköri segédanyagokat, a foglalkozásokon használt könyveket. Minden felvett tanuló egyedi emblémás matematikafüzetet kap.

A szakköri foglalkozásokra néhány városközponti iskola (Bányai Júlia Gimnázium, Katona József Gimnázium, Kecskeméti Református Általános Iskola és Kodály Zoltán Ének-Zenei Általános Iskola) biztosít térítésmentesen helyet.

A szakkörök vezetésére a Mategye Alapítvány kuratóriuma Kecskeméten dolgozó, eddigi munkájuk során a tehetséggondozásban eredményesen tevékenykedő



pedagógusokat kér fel. Így a szakköri foglalkozásokat a tehetséggondozásban kiváló eredményeket elért, elismert pedagógusok tartják. (Közülük négyen Beke Mánó díjban, négyen Ericsson díjban részesültek az elmúlt években.)

Az első szakköri foglalkozásra minden csoportban szeptember harmadik hetében kerül sor. A szakköri foglalkozások mindegyik csoportnak keddi napon vannak. Az időpontot a tanulók már jelentkezéskor ismerik, így a többi elfoglaltságukat ehhez igazíthatják. A szakkört vezető tanárok minden évben ugyanazon az évfolyamon tartanak foglalkozásokat. Így a tanulókkal minden évben más tanár foglalkozik. A szakköri foglalkozást tartó tanárok:

3. osztály: Koleszár Edit (Kecskeméti Református Általános Iskola)
4. osztály: Nagy Tibor (Kecskeméti Református Általános Iskola)
5. osztály: Brenyó Mihályné nyugdíjas
6. osztály: Brenyó Mihály nyugdíjas
7. osztály: Csordás Mihály (Kodály Zoltán Ének-Zenei Általános Iskola)
8. osztály: Csordásné Szécsi Jolán (Katona József Gimnázium)
9. osztály: Dr. Szablics Bálintné (Katona József Gimnázium)
10. osztály: Reiter István (Katona József Gimnázium)
11. osztály: Varga József (Bányai Júlia Gimnázium)

A matematikai gondolkodás fejlesztése, a versenyekre való felkészítés mellett a szakkörök egyik feladatának tekintjük, hogy a tanulókat megismertessük logikai játékokkal, megtanítsuk őket az ezekkel való játékra. Ezzel fejlődik játékkultúrájuk, és emellett az ilyen játékokkal való ismerkedés során a logikus gondolkodásuk is. Alapítványunk rendelkezik az ehhez szükséges logikai játékokkal.

A városi szakkörök néhány előnye az eddigi kétéves szakköri munkában is megmutatkozott. Ezek a következők:

- Egy csoportban dolgozhatnak a város legtehetségesebb tanulói. Ezzel egymást inspirálják az egyre jobb eredmények elérésére.
- A szakkörön részt vevő tanulók a pályázati kiírásnak megfelelően kötelesek részt venni matematikai versenyeken. Ezáltal a rendszer a tanulókat arra buzdítja, hogy rendszeresen foglalkozzanak matematikai problémák megoldásával.
- Egészen fiatal kortól nyomon követhetők a matematikából legtehetségesebb kecskeméti tanulók matematikai gondolkodásának fejlődése és a versenyeken elért eredményeik.
- Megismerik egymást a város matematikából tehetséges tanulói. Ez eredményesebbé teheti a későbbi – ma már egyre jobban elterjedt – csoportokban történő munkavégzésüket.

Reméljük, hogy ez a kezdeményezés egyre eredményesebb lesz, és az elkövetkező években még az idei évnél is sikeresebben szerepelnek a különböző matematikai versenyeken a szakkörre járó kecskeméti tanulók. Bízunk abban, hogy ezzel hozzájárulunk ahhoz, hogy városunkban kialakuljon egy mások által is követendő tehetséggondozási modell.

*Csordás Mihály*

## T A L E N T U M   K Ö R

**Szervező:** Pedagógiai Tanácsadó (Győri Kistérség)

**Felelős személy:** Havasréti Bélané

**Résztevők:** győri és Győr környéki iskolák 4-6. osztályos tanulói

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 14 fő

**Részvételi díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Telefon:** 06-96/515-545

**E-mail:** [tehetseg@gyorpedpszicho.hu](mailto:tehetseg@gyorpedpszicho.hu)

**Fax:** 06-96/515-545

**Honlap:** [www.gyorpedpszicho.hu/talentum](http://www.gyorpedpszicho.hu/talentum)

### A szakkör bemutatása

Kilencedik éve vezetek győri és Győr környéki gyerekeknek Talentum kör néven tehetség gondozó csoportot. A negyedik osztályban szerveződő kör három évig együtt marad. A kétórás foglalkozások félévenkénti 10 alkalommal elég tág teret biztosítanak a tehetség kibontakoztatására.

**A kezdés:** A gyerekek iskolai ajánlás és 2-3. osztályos versenyek eredménye alapján kerülnek a csoportba. Önkormányzati intézmény a szervező. Az eddig indított három csoportban az ajánlott és meghívott tanulók száma jelentősen nagyobb volt a kívánatos 10-15 fős létszámnál. Mivel nem mindenki tehetséges, egy főlvétellel egyszerűen kiválasztható a képzésre leginkább alkalmas gyerekek csoportja.

### Néhány kérdés a felvételi feladatsorból

**1. feladat:** Az első tíz pozitív egész szám között hány olyan van, amelyre igaz: Nem páros és nem kisebb hétnél?

**2. feladat:** Egy faluból elköltözött egy 5 fős család. Legfőljebb hányan lakhattak előtte a faluban, ha most a lakosság századra kerekített száma 1200 fő?

**3. feladat:** Egy buszmegállótól a kilátóig az *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* utak vezetnek. Túrának nevezzük, ha valaki fölmege a kilátóig és visszajön. Hány különböző olyan túra van, amelyben föl és vissza nem szabad ugyanazon az úton menni?

**4. feladat:** Ha 8 nyúl 8 nap alatt 32 kilogramm füvet eszik, akkor 1 ugyanilyen étvágyú nyúl mennyit eszik meg két nap alatt?

**5. feladat:** A Bükkben leesett a hó. Jól lehetett rajta szánkózni, de egy hét múlva sajnos a felére olvadt. A következő héten viszont kétszer annyi esett, mint az előző alkalommal, így már 45 cm-es hó volt a lejtőkön. Hány centiméteres hó esett az első alkalommal?

**A munka:** A továbbiakban a kör tagjai megismerkednek a korosztályban forgalomban lévő 20-25 feladattípussal a „ki törte be az ablakot”-tól a skatulyaelvig. Részt vesznek az országos és a területi versenyeken, sok házi feladatot adnak be. Megállapítható, hogy ha a képzés az ismeretanyag, tudás megszerzésére és bővítésére

sére irányul, jelentős követelményeket támaszt és a versenyszellemre is alapoz, akkor a 10-12 éves gyerekek legjobbjai imponálón magas szintre juthatnak matematikából.

**A befejezés:** A tanév utolsó foglalkozásán az egyébként nagy érdeklődést mutató szülők is megjelennek. A nyílt foglalkozást a szülők (nagy részt műszaki értelmiségi, pedagógus) számára könnyen értelmezhető, ugyanakkor nem mindig sablonos megoldású feladatokkal tesszük érdekessé.

### Feladatok a szülők elbűvölésére

**1. feladat:** Milyen számjegyre végződik a szorzat  $2001 \cdot 2002 \cdot \dots \cdot 2008$ ?

**2. feladat:** Igaz-e az állítás: Az 1; 2; ...; 9; 10 számokat föl lehet osztani két csoportra úgy, hogy a csoportokban egyenlő legyen:

- a számok összege;
- a számok szorzata.

**3. feladat:** Egy négyzetháló  $4 \times 4$ -es részletére az ábrán látható számú kis kockát tettünk. Mekkora az így kapott test térfogata, illetve felszíne?

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 4 | 4 |
| 4 | 3 | 2 | 1 |
| 4 | 4 | 4 | 4 |
| 4 | 4 | 4 | 3 |

**4. feladat:** A szokásos feltételekkel:  $\frac{m \cdot u \cdot n \cdot k \cdot \acute{a} \cdot t \cdot l \cdot a \cdot n}{\acute{e} \cdot l \cdot e \cdot t} = ?$

**Következtetés:** Számos tanulság, szempont alapján a matematikai tehetséggondozásra az alábbi ajánlásokat teszem (sajnos nagyrészt a ma domináló politikai pszichológiai-pedagógiai irányvonallal szemben):

### Tehetséggondozás általános iskolás korban

- Tudományterületként, művészeti áganként folyjon.
- A tudás, sajátos szakmai ismeret átadására irányuljon (nem „általános”, „gazdagító”, „személyiségfejlesztő”).
- Az anyaga kötődjön az általános iskolai tananyaghoz (nem gyerekegyetem, továbbá ne lehessen teljesen abszurd témakör a versenyeken, tehát a mérésen sem).
- Tartson szoros kapcsolatot a szakmai versenyek rendszerével (semmi esetre se őröljön két malom).
- Mérje rendszeresen a teljesítményt (ha tudást ad, akkor az mutatkozzon is).
- Nem iskolai szakkör, célszerű az iskolától részben függetleníteni, de a képzésekre a gyerekeket iskolai javaslat alapján fogadják be. Kötődhet középfokú vagy felsőoktatáshoz, pedagógiai intézményekhez, szakmai műhelyekhez.
- Nem kapcsolható össze a lemaradt tanulók fölzárkóztatásával.
- Az érintett korosztály cca. 5%-ára terjedjen ki (ennyi a szakemberek által mért aránya a tehetségeseknek).

Dr. Csóka Géza

## MATEMATIKAI MULATSÁGOK TÁBORA

**Szervező:** Juhász Péter és sokan mások

**Felelős személy:** Juhász Péter

**Tábor helye:** Mátrafüred

**Tábor időpontja:** augusztus első hete

**Résztevők:** meghívásos

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 118 fő, ebből 90 fő diák

**Részvételi díj a 2010/2011-es tanévben:** nincs

**Telefon:** 06-20/256-1462

**E-mail:** [jpet@cs.elte.hu](mailto:jpet@cs.elte.hu)

**Fax:** nincs

**Honlap:** [www.matematikatabor.hu](http://www.matematikatabor.hu)

### A tábor bemutatása

A Matematikai Mulatságok Tábora (MaMuT) egy lassan két évtizedes hagyomány folytatása, melyet Lajos Józsefné indított el. Kezdődött Zamárdiban (még Matematika Tanárok Nyári Egyeteme néven) 1992-ben, majd Vácott, Szegeden, Kőszegen folytatódott. Az utóbbi hat évhez hasonlóan idén is Mátrafüreden kerül megrendezésre.

A MaMuT egy olyan nyári matematika tábor, amelybe kiemelkedő képességű, 10-15 éves diákokat hívunk meg. Tehetségüket az országosan is elismert matematikaversenyeken bizonyítják, az ezek döntőjén elért eredményük alapján kerülnek meghívásra. A diákok számára szervezett tábor fő célja az, hogy a matematikában tehetséges gyerekek találkozzanak saját korosztályukból szellemi partnerekkel, kiemelkedően színvonalas szakmai oktatásban részesüljenek, illetve matematikától független, tartalmas szórakozást nyújtsunk nekik. Mindennek a megvalósulása komoly lökést jelenthet tehetségük kibontakozásához, amit sok korábbi táboros gyerekek példája is alátámaszt.

A táborban minden nap matematikai programokon vesznek részt a diákok, amiket szakmailag elismert tanárok tartanak. A tanárok közös vonása, hogy a felfedeztető matematikaoktatás hívei, és a táborban tartott programjaik is ennek megfelelő szellemiségűek.

A tábor helyszíne Mátrafüred, ahol egy erdészeti iskola és kollégiuma ad helyet az óráknak, szabadidős programoknak, és ez a szállásunk is.

A tábor a gyerekek számára ingyenes, ezzel szeretnénk biztosítani azt, hogy anyagi helyzetétől függetlenül, minden tehetséges diák, aki kiérdemelte a részvételt, el tudjon jönni hozzánk.

A tábor hagyományaihoz hozzátartozik a tanártovábbképzés is. Az utóbbi három évben már sikerült ezt a hagyományt is ápolnunk. Kevés (8-10) résztvevőt hívunk, de nekik szeretnénk minél többet adni. Az óralátogatások előtt és után is van lehetőségük a tanárokkal konzultálni, az órákon segíteni a tanár munkáját. A szabadidős programok lebonyolításából és az ifik egyéb feladataiból is kivehetik a részüket.

A táborban zajló szakmai programokat összekapcsolja, hogy a programokat tartó tanárok a felfedezettető matematikaoktatás hívei. A tábor didaktikailag meghatározó alakja Pósa Lajos, aki ennek a módszernek az egyik legnevesebb képviselője, és emellett a táborban tanító tanárok egy részét, – illetve az ifik közül mindenkit – ő vezetett be ennek a tanítási stílusnak és felfogásnak a rejtelseibe.

*Mi is ennek a módszernek a lényege?* A legfontosabb, hogy megpróbáljuk gondolkodni tanítani a gyerekeket. Vagyis azt próbáljuk elérni, hogy ne képletek, bema-golt módszerek, alkalmazható tételek után kutassanak a fejükben, hanem engedjék szabadjára a fantáziájukat, és bátran ötleteljenek.

A programokat tartó tanárok nem előadást tartanak, és nem a normál iskolai anyagon túlmutató tárgyi tudást plántálnak a diákok fejébe. Igyekszünk olyan programokat tartani, amibe a diákok érdemben be tudnak kapcsolódni, tehát nem passzív résztvevői az órának, hanem aktív szereplői, sőt alakítói. Ez utóbbi azt jelenti, hogy a tanár menetközben alkalmazkodik a csoport képességéhez, érdeklődéséhez, és bekerülhetnek a diákok által megfogalmazott érdekes kérdések is a megoldandó problémák közé. A programokon az egyéni munka mellett rendszeresen megjelenik a párban vagy több fős csoportokban gondolkodás is.

A módszer ennél sokkal bonyolultabb, ez csak egy leegyszerűsített kép róla. Szeretnénk, ha ez az oktatási hozzáállás szélesebb körben elterjedne, ezért is tartjuk a tábor meghatározó részének a tanárok számára tartott programot.

A tábor hagyományosan egy ismerkedő, játékos esttel kezdődik. Minden délelőtt két 90 perces matematika programon vesznek részt a diákok. A csoportok évfolyamonként szerveződnek, 12-16 fősek. Egy csoportban a 10 matematika órát általában két tanár tartja.

Eddig minden évben rendeztünk egy kirándulást, ahol választani lehet egy kellemes séta (Sás-tó) és egy komolyabb túra (Kékes) között.

Az egyik délutánt fakultatív programoknak szenteljük, ahová meghívunk előadókat matematikától független témákban. Járt már a táborban fizikus, agykutató, informatikus, rejtvényfejtő világbajnok stb. A tábor szervezői is igyekeznek ezen a délutánon olyan programokkal szolgálni, amiken a gyerekek szívesen vesznek részt. A tábor ideje alatt sportversenyek is zajlanak. Ezeknek a versenyeknek a döntőit is egy délutánra szoktuk sűríteni, ekkor a sportoké a főszerep.

Hagyományosan rendezünk egy erdei vetélkedőt, a „Sártúrát”. Ebben 8-9 fős csapatok indulnak, amiknek az összetételét sorsoljuk. Minden évfolyamból szerepelnek gyerekek egy-egy csapatban. A verseny első részében terepen kell tájékozódni és különböző feladatokat megoldani. A feladatok nem matematikai jellegűek. Vacsora után egy második résszel a tábor területén is folytatódik verseny, ezt követően alakul ki a végeredmény.

Igyekszünk minden évben zenei programot is kínálni az érdeklődőknek. A tábor szombat reggel ér véget, aznap már nincs szakmai program, csak a hazautazás.

*Juhász Péter*

## ORSZÁGOS MATEMATIKA VERSENY - TRÉNING

*Szervező: Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány*

*Felelős személy: Dr. Pintér Ferenc*

*Tábor helye: Balatonberény (2010-től Fonyód)*

*Tábor időpontja: utolsó tanítási nap utáni szombattól kezdve, 8 nap*

*Résztevők: 8-11. osztályos tanulók*

*Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben: kb. 200 fő*

*Részvételi díj a 2010-es tanévben: 30 000 Ft/fő*

*Telefon: 06-93/516-153*

*E-mail: info@zalamat.hu*

*Fax: 06-93/310-435*

*Honlap: www.zalamat.hu*

### A tábor bemutatása

1993 óta minden évben, a Balaton partján 250-270 diák (8. osztályostól 11. osztályosig) részére szervezzük az Országos Matematika Tréning-Versenyt. Az egész történet azonban sok évtizeddel ezelőtt kezdődött, hiszen a tréning „jogelődjének” a komoly múlttal rendelkező Zala megyei matematika tábor tekinthető. A cél azonban az évtizedek alatt lényegében változatlan maradt: minél jobb szakemberek segítségével fejleszteni a diákok tehetségét, segíteni a következő évi versenyekre való felkészülést, közben pedig lehetőséget adni a tábor örömeinek élvezésére: barátkozásra, nyaralásra, pihenésre.

A matematika foglalkozások napi  $3 \times 75$  percesek. Igyekeztünk a témák kijelölésekor több szempontot is szem előtt tartani. Fontosnak tartjuk, hogy a téma kellően érdekes legyen, olyan, amilyennel még a nyári melegben is szívesen foglalkoznak a diákok. Emellett természetesen hasznosnak is kell lenniük: olyan témák kerülnek terítékre, amikre az iskolai órákon kevés idő jut, de a versenyeken jól hasznosíthatóak. Arra is ügyelünk, hogy minden foglalkozást tartó tanár olyan témákról beszéljen, amelyben egy kicsit „specialista”, hiszen ez a tábor egyik legfontosabb módszertani hozadéka: a gyerekek nemcsak a megszokott módon, a jól ismert mestertől hallják a feladatokat, hanem ugyanazokat a problémákat esetleg egészen új oldalukról közelíthetik meg egy másik szakember irányításával. A szakmai programot a foglalkozások mellett egy feladatmegoldó verseny teszi teljessé. Minden nap minden korosztály 2 feladatot kap, amin másnap, reggelig lehet gondolkodni. A megoldást beadó diákok közül a legeredményesebbek a tábor végén, a táborzárón könyvjutalomban részesülnek.

A foglalkozások ebéd előtt vannak, délutánonként sportversenyeken, strandolás, kiránduláson vehetnek részt a diákok. A szervezett sportversenyeket a tábor sportfelelőse szervezi. Nagy érdeklődés mellett szoktak zajlani a küzdelmek fociban, kosárlabdában, kézilabdában, teniszben, asztaliteniszben egyaránt. Talán az sem meglepő egy matematika táborban, hogy az esténként rendezett sakkbajnokságon is sok színvonalas mérkőzésre került sor. A táborban szövődő barátságok is az

okai annak, hogy akik egyszer kipróbálták, nem tudják abbahagyni: nagyon sok diák, amíg „ki nem öregszik”, minden nyáron ott van a résztvevők között.

A tábor szombaton ebéddel kezdődik és az utolsó napon ebéddel fejeződik be. Természetesen ezeken a napokon is van foglalkozás. 2010-ben a körülmények javításának érdekében új helyszínre költözött a két évtizedes hagyományokkal rendelkező projekt. Kényelmes, kulturált körülményeket biztosít a Balaton Kollégium és a Mátyás Király Gimnázium.

Magyarországon kívül részt vesznek a határainkon túl élő magyar diákok Erdélyből, Kárpátaljáról, Délvidékről, Felvidékről, így a matematikán kívül a magyarságtudat erősítésében is fontos szerepet vállalunk. Fontosnak tartjuk, hogy az anyaország diákjai is saját bőrükön tapasztalják meg, hogy az erdélyi magyar fiú ugyanúgy rúgja a hetest, a felvidéki kislány ugyanúgy oldja meg a diofantoszi egyenleteket, a beregszászi tanárnő ugyanazt a szép magyar nyelvet beszéli, mint mi. Mivel a Tréninget ugyanaz a Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány rendezi, mint a Kenguru versenyt, így ezen a vonalon is színesítettük a tábort. Néhány éve finn és lengyel diákok is vannak köztünk, így a magyar diákok velük közös csoportban angol nyelven bővítették tudásukat matematikából, fejlesztették versenyképességüket, köthetnek egy életre szóló barátságot.

***Ízelítőül álljon itt az egyik 9. osztályos csoport 2010-es órarendje:***

|                       |  |   |
|-----------------------|--|---|
| jún. 19.<br>szombat   | $16^{15} - 17^{45}$  | Felmérő dolgozat  |
| jún. 20.<br>vasárnap  | $8^{00} - 9^{15}$<br>$9^{30} - 10^{45}$<br>$11^{00} - 12^{15}$ | Nevezetes ponthalmazok alkalmazása szerkesztésekben<br>Egyenletmegoldási módszerek<br>Logikai feladatok             |
| jún. 21.<br>hétfő     | $8^{00} - 9^{15}$<br>$9^{30} - 10^{45}$<br>$11^{00} - 12^{15}$ | Törtes egyenletek, egyenletrendszerek<br>Söprő egyenes, konvex burok<br>Oszthatósági feladatok, teljes indukció     |
| jún. 22.<br>kedd      | $8^{00} - 9^{15}$<br>$9^{30} - 10^{45}$<br>$11^{00} - 12^{15}$ | Diofantikus egyenletek<br>A talpponti háromszög tulajdonságai<br>Kombinatorikai alapfogalmak                        |
| jún. 23.<br>szerda    | $8^{00} - 9^{15}$<br>$9^{30} - 10^{45}$<br>$11^{00} - 12^{15}$ | Binomiális tétel és alkalmazása<br>Szélsőérték feladatok megoldása függvénytani alapon<br>Ceva tétel és alkalmazása |
| jún. 24.<br>csütörtök | $8^{00} - 9^{15}$<br>$9^{30} - 10^{45}$<br>$11^{00} - 12^{15}$ | Vektorok alkalmazása geometriai feladatokban<br>Nevezetes egyenlőtlenségek két tagra<br>Háromszög hozzáírt körei    |
| jún. 25.<br>péntek    | $8^{00} - 9^{15}$<br>$9^{30} - 10^{45}$<br>$11^{00} - 12^{15}$ | Bizonyítási egyenlőtlenségek (rendezési tétel)<br>Egyenletrendszerek<br>Színezési feladatok                         |
| jún. 26.<br>szombat   | $10^{00} - 11^{15}$  | Kör érintési problémák  |

*Erdős Gábor és Dr. Pintér Ferenc*

## TEHETSÉGGONDOZÓ MATEKTÁBOR TATÁN

**Szervező:** Maráz Lászlóné

**Felelős személy:** Maráz Lászlóné

**Tábor helye:** Esély Alapítvány Tábor (Tata)

**Tábor időpontja:** május közepe

**Résztevők:** 3-8. osztályos tanulók

**Résztevők száma a 2009/2010-es tanévben:** 80 fő

**Részvételi díj a 2010/2011-es tanévben:** 15 000 Ft/fő

**Telefon:** 06-34/588-022

**E-mail:** info@vaszarynet.hu

**Fax:** 06-34/588-022

**Honlap:** nincs

### A tábor bemutatása

A matematika szaktábort 24 éve rendezzük meg Tatán. A tábor egy jutalom a Tata és a kistérség általános iskolás tanulójának. 3-8. osztályos tanulók 1 évig versengnek a táborba bekerülésért. A verseny 2 részből áll: 10 alkalommal kapnak a gyerekek beküldős feladatokat, ami 2 feladat/alkalom. Ezen kívül 3 benti verseny van, amikor a gyerekek a tatai Vaszary János Általános Iskolában szombati napon 90 perc alatt oldanak meg feladatokat. Az első és a 3. Kalmár verseny, a 2. pedig Zrínyi verseny típusú.

A versenyszézon végén összeadódnak az otthoni és a benti pontok, ez utóbbiak erősebben számítanak.

A verseny végeredménye alapján hívunk a táborba 12-14 gyermeket évfolyamonként.

A táborunk sokszor kiegészül ún. „vendégesoporttal”, akik vagy határontúli magyarok (pl. Vajdaságból), testvérvárosaink szülöttei (Szováta, Szőgyén) vagy csak magyarországi települések 1-1 tehetséges gyermeke.

Délelőttönként 2x1,5 óra matematikafoglalkozás van, amelyek nagy részét Magyarország híres tanárai, tankönyvírói tartják. A gyerekek színvonalas, élménydús órákon vehetnek részt.

Állandó tanáraink: Pósa Lajos, Lénárt István, Kovács Csongorné, Jakucs Erika, Brenyó Mihályné. Már többször tartott foglalkozást: Fabó Katalin, Szeredi Éva, Jakab Tamás, Deli Lajos.

Délutánonként különféle programokat szervezünk a gyerekeknek. Egy nap délután kirándulunk (Komáromi Erőd, Majk, Tatabánya – Bányász Múzeum, Iskola Múzeum). A tatai Öreg-tavon hajókázunk, kisivatozunk, múzeumot (Görög-Római Szobormásolati Múzeum, Geológiai Múzeum) és várat látogatunk. Mivel a gyerekek egy része nem tatai, kicsit megismertetjük őket a környékkel.

Egy délutánra előadást szervezünk, ami nem matematika jellegű. Pl. barlangászat, kőzetek, kémiai és fizikai kísérletek. Ezen kívül sportversenyek is vannak



igény szerint: asztalitenisz, focimeccs, hetesrúgó és kosárra dobó verseny, sorverseny....

Vacsora után játék, sport, vetélkedő, ki mit tud vár a gyerekekre.

Az órákon és versenyeken nyújtott teljesítményt édességgel jutalmazzuk.

Táborzáráskor mindig próbálunk maradandó ajándékot adni, amely az itt eltöltött 4 napra emlékezteti a gyerekeket. Adtunk már pólót, sapkát, tollat, bögrét, logikai játékot a kis matematikusainknak.

„Jövőre is jövök”– ezzel szoktak búcsúzni a tábor végén a gyerekek.

***A létszámokat a 2009/2010-es év adataival szeretnénk bemutatni:***

| <i>Iskola</i>    | <i>4. oszt.</i> | <i>5. oszt.</i> | <i>6. oszt.</i> | <i>7. oszt.</i> | <i>8. oszt.</i> | <i>Össz.</i> |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------|
| Vaszary          | 41              | 39              | 24              | 40              | 12              | <b>156</b>   |
| Fazekas          | 11              | 7               | 5               | 6               | 3               | <b>32</b>    |
| Kőkút            | 10              | 21              | 12              | 13              | 9               | <b>65</b>    |
| Színes           | 0               | 0               | 3               | 2               | 2               | <b>7</b>     |
| Talentum         | 0               | 0               | 4               | 3               | 3               | <b>10</b>    |
| Jázmin           | 17              | 0               | 0               | 0               | 0               | <b>17</b>    |
| Baj              | 5               | 13              | 4               | 3               | 3               | <b>28</b>    |
| Tardos           | 5               | 13              | 0               | 6               | 4               | <b>28</b>    |
| Neszmély         | 6               | 7               | 3               | 3               | 3               | <b>22</b>    |
| Dunaalmás        | 0               | 4               | 0               | 5               | 9               | <b>18</b>    |
| Szomód           | 11              | 8               | 4               | 6               | 6               | <b>35</b>    |
| Kocs             | 0               | 8               | 9               | 2               | 6               | <b>25</b>    |
| Naszály          | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | <b>0</b>     |
| <b>Összesen:</b> | <b>106</b>      | <b>120</b>      | <b>68</b>       | <b>89</b>       | <b>60</b>       | <b>443</b>   |

A 443 tanulóból 287 városi és 156 városkörnyéki iskola tanulója.

*Maráz Lászlóné*

## LAJOS ERZSI TÁBORA

Szakmai életem egyik legszebb szakasza az a néhány év, mely alatt a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Általános Iskola és Gimnáziumban taníthattam. Ebben az iskolában havi rendszerességgel ismétlődnek azok a napok, amikor külső emberek bemehetnek bárkinek az órájára. Nagyon sok tanár jött be ezeken a napokon ötleteket gyűjteni a napi munkájához. Sajnos, nem juthat el minden tanár ilyen jellegű tapasztalatgyűjtésre. Alapvetően ez volt a motiváció ahhoz, hogy megtervezek egy olyan tanár-továbbképzési formát, ahol megélhető mások számára is az a bensőséges és önzetlen műhelymunka, mely ennek a kiváló iskolának a matematika munkaközösségében történik.

Először 1992 augusztusában, a Pest-megyei TIT Egyesület szervezői segítségével Zamárdiban töltöttünk együtt kilenc napot a matematikából verseny-győztes 5-10. évfolyamos gyerekekkel, és hazai illetve határon túli magyar nyelvű diák és tanár vendégekkel. Ezt követően évente gyarapodva más országokból jött résztvevőkkel is, Vác, Szeged (1999 Napfogyatkozás idején) és Kőszeg adott otthont számunkra. Minden évben az igazi matematikai műhelymunka mellett számos kellemes szórakozásban volt részünk. Derűs, humoros, baráti hangulat jellemezte programunkat. Sokat tanultunk egymástól, eredeti és ötletes gondolkodást tekintve különösen sokat a gyerekektől.

A szakmai program tervezésében az első pillanattól Pósa Lajos kollégám volt a legfőbb támogatóm. A gyakorlati kivitelezésben maximális segítséget kaptam a „fazekasos” kollégáktól, és számos más, határon belüli és azon túli kollégától is.

Egy ilyen nyári képzés egy napjának a programja a következő volt: reggel kb. másfél órán át matematika feladatokat és problémákat, logikai feladatokat, fejtörőket oldottunk meg évfolyamonként. Az 5-10. évfolyamok mindegyikének eleinte egy, majd két szakmai vezetője volt, aki hónapokkal a képzés előtt tudta, hogy mely évfolyam 10-15 fős, verseny-győztesekből álló csoportnak fog délelőttönként foglalkozásokat vezetni. Erre időben és alaposan felkészültek a kollégák, hiszen a matematikai tehetségek legjobbjai ültek velük szemben ezen a programon. A résztvevő tanárok dönthettek arról, hogy mely évfolyam, mely téma érdekli őket a legjobban, s oda mentek megfigyelőnek vagy aktív résztvevőnek. Ezután egy bő órás szünet következett, mely alatt a gyerekeket számos egyéb program várta (sakk, strandolás, foci, számítógépek, csillagászati foglalkozás, játékok vagy akár további gondolkodtató feladatok) az ifi-vezetők felügyeletével. A felnőttek számára ekkor a közoktatás első számú vezetői tartottak tájékoztatást az oktatáspolitikai újdonságairól, az oktatáskutatók a különböző fejlesztési feladataikról, illetve tanárok mutatták be sikeres, jó gyakorlataikat, a tankönyvkiadók pedig a könyvkínálatukat. Ezt követően újabb másfél-két órás problémamegoldó foglalkozások voltak évfolyamonként, tanárok részvételével. Ezeken a foglalkozásokon a másik gondolkodásának megismerése, az ötletes, változatos, eredeti megoldások megcsodálása mellett mód nyílt arra is, hogy a résztvevők mintát lássanak az ideális tanár jellemzőiből, például a felkészültségéből, viselkedéséből, türelmességéből, kérdéskultúrájából, a kényesebb helyzetek kezeléséből, a diákok tiszteletéből, partnernek való tekintéséből. Az

ebédet követően általában kirándulások, közös zenélések, éneklések (pl.: minden ország résztvevői hoztak egy rövid, rájuk jellemző dalt, melyet mindnyájan - általában Horváth Géza szlovákiai matematikus-zenész kollégánk segítségével – megtanultunk. Sportolás, számítógépezés, logikai játékok, sakk-verseny (Lékó Péter és edzője is vendégünk volt) és számos egyéb verseny várta a gyerekeket és felnőtteket egyaránt. Késő délután és este folytatódtak a kulturális (pl.: hangverseny, színházlátogatás) és a szakmai programok. A tanárok számára esténként tantervi, módszertani, mérési-értékelési problémák kerültek terítékre, illetve ilyenkor tájékoztattak bennünket a határon túli magyar résztvevők és más külföldi résztvevők a hazájukban folyó matematikai nevelés jellemzőiről, aktuális problémáiról. A program zárása mindig ünnepélyes keretek között történt. A csoportok önálló, humoros műsorokkal készültek, és mindenki kapott valamilyen ajándékot, mert mindenki valamilyen módon jól teljesített.

Mivel programunkon számos ország diák és tanár képviselői is részt vettek (a legnagyobb létszám 273 fő volt), angol nyelvű „szekciót” is indítottunk. Angol nyelven dolgozó diákcsoportunk is volt, s tanárkollégáink tolmácsként is kitűnően megállták helyüket a magyarul nem beszélő kollégáink mellett. A határon túli magyar kollégáink szívesen hozták el a fordítási s egyéb munkáikat, hogy azok elolvasásával segítsük őket a fejlődő magyar matematikai szókincs helyes alkalmazásában. Számos új fogalom (pl.: nyitott mondatok) tartalmi jegyeivel itt ismerkedtek meg. Erdélyből, Kárpátaljáról, Vajdaságból, Szlovákiából, Csehországból, Németországból, Franciaországból, Angliából, Finnországból, az Amerikai Egyesült Államokból is voltak matematikából tehetséges gyerekek és tehetséggondozó tanárok ezeken a nyári programokon. Dr. Tompa Klára (†) kiváló kolléganőnk az Európai Matematikai Társulattól is hozott vendégeket. Programunkat nemzetközi hírvéleményes matematikusok, akadémikusok is támogatták (például Lovász László, T. Sós Vera).

A program minden résztvevő számára ingyenes volt, sok-sok pályázat és kérvény írása előzte meg a valódi szervezőmunkát. A Graphisoft Zrt. rendszeres anyagi támogatónk volt. A Matematikai Kutatóintézet, a BJMT, Pósa Lajos, Lovász László is anyagi támogatást adtak a megvalósításhoz. Számos kiadó könyvjutalmakat ajánlott fel. Minden évben jelentős támogatást adott az Oktatási Minisztérium, amelyet 2004-től megszüntetett. Ettől lehetetlenné vált a szükséges anyagi háttér biztosítása, és megszűnt ez a különleges program. Itthon és külföldön is sokan megpróbálták megszervezni ilyen programot, ez önmagában nagy elismerés. Szakembereinket a magyar kollégákon kívül Németországba és Angliába is meghívták, hogy segítsenek egy ilyen jellegű program indításában.

Ennek a különleges tanár-továbbképzési programnak sok értékét továbbvivő nyári matematikai tehetségprogram a MaMuT nevet viselő program, melyről e könyvben is olvashat az érdeklődő.

*Lajos Józsefné*

## VOLT 1×1 MATEMATIKA TÁBOR

A heti 3 matematikaóra, amit még szakmai matematikára is kellett fordítanom, nem volt elég arra, hogy a jobb képességű tanulók felvegyék a versenyt az ugyanolyan feltételekkel felvételiző gimnáziumi diákokkal. Így matematika tábort szerveztem 1984-től 2007-ig egy-két év kihagyásával minden évben.

A tanulók többségének a szülei számára nem volt központi kérdés a tanulás, így nekik sokat jelentett ez a sokszor ingyenes matematika tábor. Sajnos a tábor az iskolával egy időben megszűnt működni. Az iskolánkat 2007-ben a Főváros bezárta és a tábort annak ellenére, hogy a tanulók vették és építették fel, elvették (Fővárosi Vagyonkezelő).

A tábor fenntartási költségeit (villany, adó) az iskola fizette. A festés, takarítás, bővítést a tanulók és tanárok végezték. A tanárok ingyen tanítottak a táborban. Az étkezést is mi biztosítottuk, hogy olcsóbb legyen a tábor, és a szegényebb tanulók is részt vehessenek rajta. Ha pályázaton nyertünk valamennyi összeget, akkor sokszor ingyenessé tudtuk tenni a tábort.

A tábor nagyon népszerű volt a tanulók körében, pedig sokszor 10-12 órát is matekoztunk (volt persze olyan tanuló, aki még ennél is többet).

A tábor programja általában 7 órakor ébresztővel kezdődött. Reggeli tornát a focipályához való lefutással kezdtük, ami kb. 2 km-re volt a tábortól. A focipályán általában egy tanuló vezetésével sok mozgással teli játékokat játszottunk, csoki kiosztással a résztvevőknek. Sokszor a vissza utat, becsukott szemmel egy nyitott szemű vezető tanulóval tettük meg.

A kollégám már kész reggelivel várt bennünket. Reggeli után fél 9 felé kezdődött az intenzív tanulás, ami az első napokban az egyes konkrét témakörök feladatmegoldásával, későbbi napokban teljes feladatsorok megírásával folytatódott.

A közös reggelit és az ebédet Kádár Jenő kollégám készítette a bevásárlással együtt, gyakran a feleségével.

Ezekben a táborokban segítőként egy-egy már nálunk végzett korábbi táborozó volt, akik persze szívesen vállalkoztak a feladatra. Ebéd után egy kis játék következett, majd a csoportok újra feladatsorokat kaptak egy-egy témából.

Vacsora után az úgynevezett TEJ következett, ami a Tábori Esti Játékoknak a rövidítése volt, ahol az egyik csoport a nap eseményeit adta elő vidám formában.

Este még vetélkedővel ért véget a nap, ahol a csapatok sokszor logikai- matematikai és egyéb játékos (matematikai mese írása...) feladatokban mérték össze tudásukat.

### Mese a gonosz Cosinusról

Egyszer volt, hol nem volt, az XY koordináta-rendszeren is túl állt egy öreg háromszög. Volt neki három fia: Alfonzó, Bétamás, Gammatyi. Történt egyszer egy egységnyi sugarú délután, hogy a háromszög magához hívatta a szögeit.

– Kedves fiaim, érzem, hogy nemsokára eltranszformálok. Ti pedig menjetek és próbáljatok szerencsét a nagy Trigonometriában!

Adott nekik egy-egy tarisznya gyökbesült logaritmust és útnak eresztette őket. Mentek, mendegéltek amíg a nagy Elágazó Paralelopipedonhoz nem értek. Ott aztán letelepedtek és egykedvűen interpretáltak. Amikor kipihenték magukat, mindegyikük elindult egy differenciált elágazáson. Gammatyi is ment, mendegélt, de aztán már nagyon interpretáltak érezte magát és lepihent. Ekkor lépett eléje a gonosz Cosinus, és kért tőle egy gyökbesült logaritmust. Miután Gammatyi nem adott neki, előrántotta negatív előjelét és vívni kezdtek. A gonosz Cosinus azonban képtelen volt hősünket Y-ra rendezni. Matyi viszont egy oldalvágással akkorát csapott az irántangensére, hogy a Cosinus menten 0-ra redukálódott. Gammatyi tovább ment. Nemsokára meglátott egy gyönyörű, kacsalábon forgó emeletes törtet. Felment a számlálóba, mert olyan, de olyan szép emeletes törtet látott, hogy először érezte magát igazán az élet nagy disztributivitásában. Aztán lement a nevezőbe, s színes görbék, mesés párhuzamosok között járt. Hát, uramfia, mit látott? Az öreg Tangens feküdt ott összekötve és nyögve.

– Látod, fiam, a gonosz Cosinus elfoglalta az országot, engem zárójelbe tett, és bedugott a gyökjel alá. Amint ezt kimondta, megjelent a gonosz Cosinus unokaöccse, a félelmetes Szekáns. Gammatyi nem volt rest, kirántotta számtani közepét, és lesúlytott vele. A ravasz Szekáns elterült, de Matyi utolsó dőféssel még gyököt vont belőle. Ekkor az öreg Tangens így szólt:

– Amiért megmentetted az életem, neked adom a fele értelmezési tartományom és három zérushelyem: Amáliát, Beátát, Cecíliát. Matyi eképp felelt:

– Sok nekem Három, inkább idehívom a bátyáimat is. Ezzel belefűjt normálvektorába, mire megjelentek a testvérei. Alfonzó Amáliát, Bétamás Beátát, Gammatyi Cecíliát választotta. Hét nap, hét éjjel folyt a négyzetreemelés, az ifjú egyenletek boldogan aránylottak egymáshoz. Nemsokára létrejött az első közös többszörös. Azóta is boldogan élnek, ha meg nem haltak, vagy ha agyon nem egyszerűsítették egymást.

*Hubert Tibor*

## DOMASZÉKI TÁBOR

*Szervező: Pintér Klára*

*Felelős személy: Pintér Klára*

*Tábor helye: Domaszék*

*Tábor időpontja: június vége*

*Résztevők: 5-8. osztályos csongrád megyei tanulók*

### A tábor bemutatása

A Juhász Gyula Tanárképző Főiskola Matematika Tanszéke 1993 óta szervezte a Domaszéki matematika tábort felső tagozatos Csongrád megyei tanulók számára. A résztvevők körét az utóbbi években kiterjesztettük vajdasági gyerekekre is. A 4-5 napos táborban 35-40 gyerek vett részt a verseny eredmények, a városi szakkörön való részvétel alapján. A gyerekek mérsékelt részvételi díjat fizettek köszönhetően a Bolyai Társulat, a Bonifert Domonkos Alapítvány és Szeged Város Önkormányzata támogatásának.

A tábor szervezője és vezetője Pintér Klára főiskolai adjunktus.

A tábor helyszíne a Domaszéki Katolikus Ifjúsági Központ, ahol ideálisak a körülmények a munkához és a játékokhoz egyaránt a szívélyes ellátás mellett.

A táborban kihasználva Szeged közelségét neves matematikatanárok tartottak előadásokat. Mindig nagy élményt jelentettek Pintér Lajos izgalmas probléma füzet-rei, Szendrei János feladatai, Szilassi Lajos, Gévay Gábor látványos előadásai. Hosszan lehetne még sorolni az előadókat: Makay Géza sudoku stratégiákról, Szabó Péter Gábor matematika történeti érdekességekről, Csendes Tibor számítástudományi kutatásokról mesélt. Kosztolányi József, Nagy Zsóka, Konfár László mindig érdekes problémákat hozott, csakúgy, mint Csordás Mihály, Nagy Tibor, Schultz János és Vincze István.

Az érdekes előadások mellett a gyerekek önálló munkáját is nagyon fontosnak tartottuk. Matematikai csapatversenyt hirdettünk, az első napon kiadott feladatokat a csapatoknak közösen kellett megoldani és bemutatni, ezeket az utolsó nap megbeszéltük és értékeltük. A csapatok minden napra kaptak három rejtvényt is, amit mindig reggel kellett beadni. Emellett minden csapatnak kiselőadást kellett tartani szabadon választott matematikai témából, amelyhez segítséget nyújtott a „tábori könyvtár” magyar és angol nyelvű könyvekkel, amelyek a tanulók előismereteivel is érthetőek. Ugyanis az előadások és a feladatmegoldás mellett nagyon fontos, hogy az érdeklődő gyerekek elkezdjenek matematikát olvasni is.

A szakmai programok mellett nagy hangsúlyt fektettünk a szabadidő tartalmas eltöltésére. A nagy ebédlő volt a helyszíne a közös játékoknak, activity, stb., valamint az izgalmas vetélkedőnek. Itt helyeztük el a stratégiai játékokat, a Polydront, melyekkel bármikor lehetett játszani, több játékból bajnokság is indult. A gyerekek pingpongozhattak, tollaslabdázhattak, focizhattak, volt számháború, utolsó este pedig tábortüzet raktunk, ahol minden csapat előadta saját műsorát. A szabadidős

programok szervezését, a gyerekek felügyeletét kezdetben főiskolai hallgatók látták el, majd felnőtt egy lelkes csapat hajdani táborozókból, a legkitartóbbak Velcsov Gabriella és Vígh Viktor voltak, akik az egyetem elvégzéséig pótolhatatlan segítséget nyújtottak, és nagyban emelték a tábor vonzerejét.

### Válogatás a tábori csapatverseny feladataiból

- 1. feladat:** 0-9 a tíz számjegyből készítsünk öt kétjegyű számot úgy, hogy ezek szorzata a lehető legnagyobb legyen! Eléri-e ez a szorzat a billiót?
- 2. feladat:** Megjelöljük egy kocka csúcsait és lapjainak középpontját. Bejárhatjuk-e a megjelölt pontokat a lapátlókon sétálva?
- 3. feladat:** Albert és Béla maratont futnak, kicsit szabálytalan a pálya, mert pontosan 42 km (42195 m lenne szabályosan). Albert állandó sebességgel fut, 50 perc alatt tesz meg 10 km-t. Béla minden 10 km-es szakaszt 51 perc alatt tesz meg (ez azt jelenti, hogy minden  $(x; x + 10)$  alakú intervallumot). Lehetséges-e, hogy Béla Albert előtt érjen célba? Ha igen, hogyan, ha nem, miért nem?
- 4. feladat:** Egy egyetem hallgatóinak száma nem több 5000-nél. Harmaduk első éves,  $\frac{2}{7}$ -ük másodéves, ötödük harmadéves, a maradék végzős. A matematika tan-szék egy népszerű előadására az elsősök negyvened része, a másodévesek egy tizenhatodrésze, a harmadévesek egy kilencede jár, az előadás hallgatóinak har-mada utolsó éves. Hány hallgatója van a matematika előadásnak?
- 5. feladat:** Egy atlétika versenyen a három résztvevő, Albert, Béla és Csaba minden számban rajthoz állt. Mindegyik számban ugyanannyi pontot kapnak az egyforma helyezést elérő versenyzők, holtverseny nincs, és minél előrébb végez valaki annál több pontot kap, már a harmadik helyezett is kap legalább 1 pontot. Minden pont-szám egész. Albert összesen 22 pontot szerzett, Béla is és Csaba is 9-et. Bob nyerte a 100 m-es síkfutást. Ki volt a második magasugrásban?

### A táborban feladott néhány rejtvény

- 1. rejtvény:** Az alábbi 10 négyzetbe írjunk egy-egy számjegyet úgy, hogy a kapott 10-jegyű 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

 szám első számjegye a 0-k számát jelölje az egész számban, az 1-es cellába írt számjegye az 1-esek számát, és így tovább a 9-es cella a 9-esek számát.
- 2. rejtvény:** A hölgnél nem volt jogosítvány, nem állt meg a stop táblánál, három háznyit haladt az egyirányú utcán a helyes iránnyal szemben. Mindezt látta egy rendőr és mégsem állította meg. Magyarazzuk meg, miért!

Sajnos az olajozottan működő gépezetből többen kiestek, így egyelőre a kiválóan sikerült 2007-es tábor volt az utolsó. Reménykedünk benne, hogy jövőre sikerül újjáéleszteni ezt a szép és hasznos hagyományt.

Pintér Klára

## A MATEMATIKAI TÁBORAIMRÓL

Pósa Lajos előadásának rövidített változata

Tisztelt Hallgatóság!

A matematikai táboraimról szeretnék most mesélni. Ez az elnevezés, matematikai tábor egy kicsit félrevezető. Általában nincs szó valamilyen táborozásról, sátrakról, erdőről... Csak jó képességű gyerekekről, akik intenzív matematikai munkára ösztöngyültek valahol (lehet a hely véletlenül egy sátoztábor is, bár nem ez a jellemző). Ezt a műfajt nem én találtam ki. Évekig jártam mások által szervezett táborokban, és csak ez után ébredt bennem vágy arra, hogy saját táboraim is legyenek. Ezek a táborok, amelyekben vendégként közreműködtem, többnyire a nyári vakációra estek, és egy héttig, néha 10 napig is tartottak. Folytatásuk általában nem volt, és a végén szomorúan kellett arra gondolnom, hogy ezeket a gyerekeket az életben többet nem fogom látni, sorsuk alakulására nem lehetek hatással. Ez adta az ötletet, hogy a táborban megismert, legérdeklődőbb gyerekeknek magam is szervezzek táborot, és ezzel a megkezdett munkát és a személyes kapcsolatot is folytatni tudjam.

Táboraim általában hétvégi táborok. Tanév közben, egy közönséges tanítási hét végén, a jelenleg szokásos forgatókönyv szerint pénteken délután fél ötre hívom a gyerekeket, és innentől vasárnap délután kettő óráig vagyunk együtt. Kezdetben nagy gond volt a helyszín megtalálása, a szülőktől kértem és kaptam segítséget, minden alkalommal máshová mentünk, és mindig féltem, lesz-e alkalmas hely a foglalkozásokra, nem leszünk-e kellemetlen idegenekkel összezárva. Most már tíz éve csaknem mindig ugyanoda megyünk, egy gyönyörű rózsadombi kastélyba, amely diákothontként működik, de a saját diákjait a hétvégékre hazaküldi, így mi ott magunkban lehetünk, és teljesen otthon érezhetjük magunkat.

Jó, ez mind rendben van, – gondolhatják most Önök –, de mit csinálnak ezek a szerencsétlen gyerekek egy egész hétvégén át? Egyenleteket oldogatnak?

A szülők az első meghívás alkalmából gyakran különösen értetlenek, és hosszas faggatnak a szakmai részletekről, amelyeket csakugyan nehéz elmagyarázni. Néha a matematikus szülő érti meg a legnehezebben. Érdekes teszt volna, ha a jelenlévők mind elmesélnék, hogy hogyan képzelik el a táborot annak alapján, amit idáig elmondtam. Bizonyára sokan gondolnák azt, hogy én először valamilyen előadást tartok a gyerekeknek egy új témáról, kimondok néhány tételt bizonyítással vagy anélkül, ezt módszerek bemutatása követheti, végül esetleg kapnak olyan feladatokat, amelyeken az előbbieket gyakorolhatják. Ahogy ezt megszoktuk.

Nos, én ennek a megszokásnak, amely a diákokat – szerte az egész világon – ki-rekeszti az érdemi alkotó munkából, megfosztja őket az önálló gondolkodás örömetől, ellensége voltam attól a pillanattól kezdve, hogy fiatal egyetemi oktatóként elkezdtem tanítani. Szeretett korábbi tanáromat, akinek az előadásához gyakorlatot tartottam – ha minden igaz, most itt ül Önök között –, halálra gyötörtem, hogy minél lassabban haladjon előre, hogy én a gyakorlataimon minél több izgalmas kérdést vethessek fel, az előadásban a későbbiekben közlésre váró gondolatokat jól előkészítsem, és az előadást szolgáló kiszolgáló feladatok száma minél kisebb le-



hessen. „Az úgyszem ér sokat, amit az előadáson elmondasz – mondtam a kezdő fiatalok magabiztosságával–, hiszen az csak közlés, amit a hallgatóság passzívan tudomásul vesz, a lényeg az, amit én a gyakorlaton felfedeztetek, attól változik meg valami a fejükben.” Később rájöttem, hogy ilyen szélsőségesen ez sem igaz, és hogy nem véletlenül szeretnék annyira a hallgatók azt az előadást, amelyről az előbb szó esett. Még később meg már nekem kellett előadásokat tartanom, és jókat vitázhattam magammal, mire is való az előadás...

Szóval őrizkedjünk a dogmáktól. De a hagyományos matematikatanítás tagadhatatlanul a fontos ismeretek közlésén alapul, és a passzív befogadást várja el elsődlegesen, ezzel áll szemben a formálódó, lassan megszülető új, a felfedeztető tanítás, amelynek például Varga Tamás volt az egyik legnagyobb hatású képviselője hazánkban.

A táborok ideális terepet jelentenek a felfedezésekhez. Adott sok okos gyerek, akik imádják a matematikát, van rengeteg időnk, és előttünk a matematika meghódításra váró varázsbirodalma... Nincs is semmi probléma, csak fel kell adni az izgalmas kérdéseket, és a mindig olyan kreatív gyerekek biztosan mindenre rájönnek. Hát, ez azért nem ilyen egyszerű.

A felfedeztető tanítás legfőbb nehézsége épp abban áll, hogy esetleg a diákjaink mégsem birkóznak meg azokkal a feladatsorokkal, amelyeket számukra kigondoltunk...

Az első táboraimban gyakran szenvedtem attól a képtől, ahogy egy nagyobb terebben üldögéltek a gyerekek, kínlódtak az ötletigényes, olykor igen nehéz feladatokkal, amelyekhez nem kaptak útbaigazítást; és az egésznek nem volt meg az a hangulata, az a varázsa, amelyet megálmodtam. Aztán meg az ügyesebb, gyorsabb diákok mégis csak megoldották valahogy a feladatokat, legalább is egy részüket, ennek híre ment, még ha nem is kaptak szót, és nem mondhatták el a megoldásaikat; ez után a többiek megoldási kedve csökkenni kezdett, és a sikeres gondolkodásra már alig volt remény.

Sokat javult a helyzet, amikor bevezettem, hogy a gyerekek 2-4-fős csoportokban dolgozhatnak. Jobb kedvvel és kitartóbban gondolkoztak, de a gyorsabbakkal való akaratlan versenyzés egy idő után a lassabbak, kevésbé tehetségesek kedvét szegte. Ezen úgy segítettem, hogy az összes csoportot más-más helyiségben helyeztem el, és innen kezdve nem volt már semmi tudomásuk arról, hogy a többiek mit csinálnak, hol tartanak a munkával. Nagy színvonalkülönbség esetén még az is lehetőség, hogy egy-egy nehezebb feladattal csak az erősebb csoportok találkoznak.

Hogyan reagálnak a gyerekek arra, hogy egyszer csak egy szobában találják magukat összezárva néhány társukkal és számos megoldandó problémával? Amikor először jönnek táborba, bizony előfordul, hogy nagyon furcsa nekik ez az egész, hamar feladnák a gondolkozást, segítségeket kérnek a feladatokhoz; talán az életükben még sose fordult elő, hogy egy-két órán át kellett önállóan küzdeniük nehezebb kérdésekkel. Azt sem értik, hogy miért nem árulom el a megoldást, vagy legalább is miért nem segítek, az iskolában a tanárok olyan segítőkészek... És aztán valamikor ráéreznek a küzdelem, a saját fejünkkel gondolkozás öröme, arra, hogy

mit jelent egy utat keresni és végül célba érni... Milyen az, amikor az ember szabadon gondolkozhat, az eltévedés kockázatával, de a szokatlan, egyéni, meghökkentő új lehetőségével. Eljön a pillanat, amikor már ők nem hagyják, hogy én segísek. Én már segítenék, mert a folytatáshoz szükség van erre a megoldásra, de ők még haladékot kérnek.

A csoportmunka után közös megbeszélés következik, elhangzanak a feladatok megoldásai (gyakran sokféle szép megoldás ugyanarra a kérdésre), és itt is gyakran tiltakoznak a csoportok, ezt még ne beszéljük meg, ezen még gondolkozni szeretnénk...

Óvakodjunk a szélsőségektől, azért időnként komoly segítségeket adunk a csoportoknak, ha úgy ítéljük meg, hogy a teljesen önálló megoldásra már (vagy eleve) nincsen remény. Még mindig többet ér egy feladatot segítséggel megoldani, mint mások megoldását passzívan tudomásul venni.

„Segítségeket adunk” – mondtam az előbb, ideje elárulnom, hogy a táborokat évek óta már segítőkkel, társakkal együtt csinálom. Kik ezek a segítők? Főként egykori tábori gyerekek, akik már felnőttek közben, értve ezen azt, hogy már egyetemre járnak vagy azt is elvégezték. Nagyjából ez a választóvonal, egy tábori csoport beindul 12-13 éves gyerekekkel, és ha minden jól alakul, összejönnek évi egy-két alkalommal középiskolás éveik végeztéig. Utána lesznek – igényeik és képességeik szerint – segítők, nagyfiúk vagy nagylányok, ahogy hívni szoktuk őket.

Akkor most térjünk vissza a táborokhoz. A csoportmunkánál tartottunk. Kezdetben nem akartam ennek a munkafornának túlzottan nagy teret engedni. Hogyan fog mindenki lehetőleg mindenre vagy minél többre rájönni, ha ott ül az a négy gyerek a szobában, és egyfolytában karattyolnak? Azonban történt valami. Amikor a táborok végén a gyerekek véleményét kértem arról, hogy mi tetszett, illetve nem tetszett a táborban, elsöprő többséggel és nagy hevességgel mondták, hogy a csoportmunka mint munkamódszer tetszett nekik a legjobban. Valami nagy varázsa van a közös gondolkodásnak, ha már a csoport tagjai közel kerültek egymáshoz... Kevésbé gondolkoznak önállóan, de valamit kapnak helyette, ami nem kevésbé fontos. És az is tanulságos, ahogy belélnak egymás fejébe, látják a megszülető gondolatokat... Arra azért nevelni kell a gyerekeket, hogy elég sokáig teljesen önállóan gondolkozzanak, és csak ez után kezdjenek el beszélgetni a feladatokról, és hogy ha valaki már megoldott egy feladatot, ne mondja el azonnal a megoldást a többieknek. A csoportok módszere és hangulata nagyon különböző, és ezt azonnal érezzük, amikor belépünk egy szobába. A nagyon okos gyerekek néha úgy ülnek, hogy páronként a lehető legmesszebb legyenek egymástól, más szobában pedig mintha egyetlen sokfejű lényt látnánk, olyan szimbiózisban élnek egymással.

Nem mindenki alkalmas a csoportmunkára, egy-egy gyereknek olykor megengedjük, hogy önállóan dolgozhasson. Egy 30-fős táborban körülbelül 10 csoport megalakulása várható. A gyerekek maguk döntenek el, hogy kikkel kívánnak együtt dolgozni. Ebbe csak akkor avatkozunk bele, ha nyilvánvalóan hibásan döntöttek, és maguk is szenvednek a helyzettől.

A csoportokat rendszeresen látogatjuk (a segítőim és én), meghallgatjuk a megoldásaikat, és ilyenkor sokkal inkább van lehetőség arra, hogy türelmesen végig-

hallgathassuk egy-egy nehezen beszélő diák gondolatmenetét, mint egy közös megbeszélésnél, amikor a jelen lévő 30 gyerek számára ez roppant terhes lenne.

Még mindig semmi sem derült ki arról, hogy végül is mivel foglalkozunk ezekben a táborokban. Erről a legnehezebb képet adnom ilyen rövid idő alatt. Egy-két pillanatképet azonban szeretnék bemutatni. Talán mondok most három feladatot, ezeket az első egy-két táborban, tehát 12–14 éves gyerekeknek szoktam feladni.

1. feladat: Egy derékszögű szegletben (lehet egy szoba alsó sarkára gondolni) csúszik egy pálca lefelé. Kezdetben függőlegesen áll, a végére vízszintes lesz. Mit ír le a csúszás közben a pálca felezőpontja?

2. feladat: Hány részhalmaz van egy 12-elemű halmaznak?

3. feladat: Történetünk 4273-ban játszódik. A világűr értelmes lényei már felismerték egymást, és elhatározták, hogy megrendezik az Űrlények Első Koszmos Pingpong bajnokságát. Bárki benevezhet, akinek van keze... Óriási az érdeklődés, eddig 27351428-an jelentkeztek, és óráról órára futnak be az újabb jelentkezések... Ezt látva a szervezők elálltak eredeti elképzelésüktől, körmérgőzés helyett már a kieséses versennyel is beérik. Kieséses versenynél a játékosokat párokba sorsolják, a párok megmérkőznek egymással, aki győz, továbbjut, aki vesz, kiesik. Akinek nem jut pár, az játék nélkül jut tovább.

Abban kérnek tőlünk a szervezők segítséget, hogy állapítsuk meg gyorsan, hány játszma lesz összesen a verseny során. Ha majd tudni fogjuk a résztvevők számát.

Ebből a feladatból csapatjáték lesz. A csoportmunka után, amikor ismét összegyűlnek a gyerekek, közölni fogom a résztvevők számát, és abban versenyeznek a csapatok, hogy milyen gyorsan képesek megállapítani a játszmák számát.

Mi a kapcsolat ezek között a feladatok között? Az, hogy mindegyiknél lehet kísérletezni. Az első feladatnál azt a pálcát egy papíron csúsztatva, meg lehet nézni, mit ír le a felezőpont. Ez persze csak egy sejtés lesz, a bizonyítás még hátravan...

A második feladatnál miben áll a kísérletezés? Nézzük meg, hogy egy 1-elemű, egy 2-elemű, egy 3-elemű halmaznak hány részhalmaz van, azt találjuk, hogy a részhalmazok száma 2, 4, illetve 8, ebből már megszületik a jó sejtés.

Ugyanez a teendő a harmadik feladatnál. Két játékosnál egy, háromnál kettő, négyenél három, ötnél négy játszma lesz összesen..., szóval eggyel kevesebb, mint ahányan vannak.

Hagyományos stílusú tanításnál azzal kezdődne az óra, hogy ma a kísérletezés szerepéről lesz szó. Itt viszont ez a három feladat biztosan nem szerepel ugyanabban a félnapban, az viszont lehetséges, hogy péntek délután feladom az egyiket, szombat délelőtt a másikat, vasárnap a harmadikat. A tudatosítás pedig utólag történik, a feladat megbeszélésekor. Ebben a felépítésben tehát a tanári eligazítással nem kezdődik, hanem általában végződik egy-egy szakasz, amikor már elegendő tapasztalat gyűlt össze a gyerekekben, és rájöttek maguktól mindarra, amire rájöhettek.

Az összetartozó dolgokat szeretem egymástól elválasztani, hogy ne legyen nyilvánvaló, mire megy ki a játék. Így is nagy segítség, hogy egymás után, ha más köntösben is, de időnként megjelennek olyan feladatok, amelyeknél a kísérletezés jó elindulást jelent. A gyerekek felfedező munkáját ilyen módon lehet megkönnyí-

teni (így ezek a felfedezések természetesen nagyon kevésbé mondhatók teljes értékűeknek). Azt külön hangsúlyozni kívánom, hogy nem csak, és nem is elsősorban a matematika területeit, hanem a gondolkodás művészetét tanítjuk, és ebben a lehetséges gondolkodásmódok tudatosítása – a kísérletezés ezek egyike – nagyon fontos.

Ha egy-egy témából csak ilyen keveset lépünk előre egyszerre, akkor mivel lehet eltölteni egy teljes délutánt? Egyszerre több téma fut párhuzamosan, olyan ez mint egy polifon zene... A témák gyakran több táboron keresztül is átívelnek, a gondolkodási módszerekre is újra és újra visszatérünk, mind magasabb szinteken. Amikor egy-egy kis gondolati építőkockát lerakok, már valamilyen elképzelésem van arról, hogy ez mire lesz jó egy-két tábor múlva, mit fogok erre építeni. Építkezni nem a táblán kell, hanem a gyerekek fejében.

Őrizkedjünk a dogmáktól..., időnként minden lehet másképpen is. Néha mégis előadással kezdődik el valami. Az is lehet, hogy egy délutánt mégis csak egyetlen témával töltünk el, az összetartozó dolgok kivételesen kerülhetnek egymás mellé. Általában jó, ha a gyerekek szinte korlátlanul gondolkodhatnak a feladatokon, olykor meg attól lesz izgalmas az élet, ha villámkérdéseket kapnak; a csoportmunkát egyéni munkával kell kiegészíteni. Pezsgő, eleven, sokszínű életet éljenek a táborban a gyerekek, ez is cél. Előre nem is lehet jól megtervezni egy tábort, ott helyben derül ki sokszor az én számomra is, hogy most ez a tábor éppen miről szól.

Valami nagyon lényegesről még nem beszéltem. Nemcsak azt várjuk el a gyerekektől, hogy mások kérdésein tudjanak önállóan gondolkodni, hanem azt is, hogy legyenek saját kérdéseik is. Nyitott szemmel, kíváncsian nézzenek a világra, és merjenek izgalmas, jó kérdéseket feltenni. Ezt mindig várjuk, de néha kifejezetten ez a feladatuk: itt és itt tartunk, ezt és ezt már tudjuk, most mit kérdeznél, mi a következő probléma, amit felvethetnénk? Kezdetben úgy néznek rám ilyenkor, mint ha megbolondultam volna, nem értik, mit akarok, ilyen furát az iskolában még sose kértek tőlük... Annál nagyobb az öröm, ha egy-egy érdekes kérdésük felkerül az étlapra, és új irányba tereli a munkánkat.

Végül feltennék egy életbevágóan fontos kérdést. A felfedezettő tanítás vajon csak a tehetséges gyerekek privilégiuma? A többiek érzék be mások utasításainak végrehajtásával? Meggyőződésem szerint valamilyen szinten mindenki tud értelmesen, önállóan gondolkodni, és ez a szint fejleszthető. Az alkotó munka örömeiből senkit sem szabad kirekeszteni.

Amikor az 1970-es években Varga Tamással és lelkes, számomra végtelenül szimpatikus munkatársaival megismerkedtem, a hatásuk alá kerültem, és azt hittem, hogy néhány éven belül a matematika lesz a magyar diákok legkedvesebb tárgya, boldogan és izgatottan fogják várni a matekórákat szerte az országban, mindenütt; mert ez lesz az első tárgy, amelyben rendszeresen a saját fejükkal gondolkodhatnak, ezek lesznek azok az órák, amelyekben egyenrangú munkatársak, szellemi partnerek, alkotó emberek lehetnek. Ma már tudom, hogy az ide vezető út hosszú lesz és nagyon göröngyös. A vége pedig a beláthatatlan távolban van.

*Pósa Lajos*

# MÉRÉSI RENDSZEREK

*„Ne félj megtenni egy nagy lépést.  
Egy szakadékot sem lehet  
két kis ugrással átszelni.”*

*David Lloyd George*

## A KÖZOKTATÁS MÉRÉSI RENDSZEREI MAGYARORSZÁGON

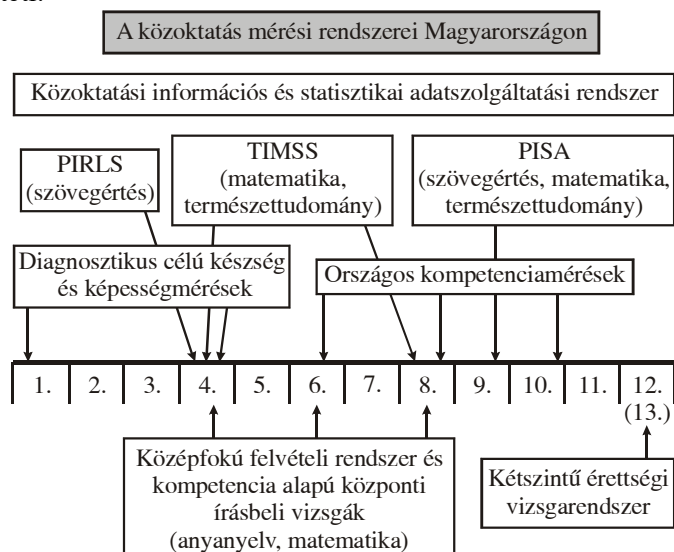
Az alábbi bemutatásban a magyarországi közoktatás mérési rendszerei közé soroljuk mindazokat a rendszereket, amelyeket létét jogszabályok írják elő és közvetlenül kvantitatív adatokat szolgáltatnak a közoktatás szereplőinek egyikéről vagy mindegyikéről; tanulóról, iskoláról, iskolafenntartóról.

Mindezen rendszerek célja, hogy külön-külön és együttesen minél pontosabb és árnyaltabb képet adjanak a közoktatási rendszer egészéről és annak egyes részleteiről a politikai döntéshozatal, a különféle külső értékelési rendszerek, és a szereplők önértékelése számára egyaránt.

### A rendszer alapvető részei:

- I. A közoktatási információs és statisztikai adatszolgáltatási rendszer
- II. A középfokú felvételi rendszer és az ehhez kapcsolódó központi írásbeli vizsgarendszer
- III. A kétszintű érettségi vizsgarendszer
- IV. A pedagógiai mérési rendszer
  - a. Magyarország részvétele a nemzetközi mérési értékelési programokban
  - b. Az országos pedagógiai mérési rendszer

A rendszer részeit és a közoktatás 12 (13) évfolyamára való ráépülését az alábbi ábra szemlélteti:



### I. A közoktatási információs és statisztikai adatszolgáltatási rendszer

**Jogi környezet:** A közoktatási információs és statisztikai adatszolgáltatási rendszer részben a közoktatási jogszabályok részben a statisztikai adatgyűjtést országosan szabályozó jogszabályok alapján szerveződik. Ezek a jogszabályok határozzák meg

a kezelt adatok körét, és a közoktatási rendszer szereplőinek adatszolgáltatási kötelezettségeket egyaránt.

**A rendszer felépítése:** A közoktatási információs és statisztikai adatszolgáltatási rendszer két fő részből áll:

- A közoktatási információs rendszer
- A közoktatási intézményi statisztikai adatszolgáltatási rendszer

**A rendszer szolgáltatásai:** A közoktatási információs rendszer egy folyamatosan működő informatikai rendszer, amely naprakész nyilvántartást tartalmaz a tanulók (oktatási azonosító szám és az ahhoz csatolt adatok), a pedagógusok (pedagógus azonosító szám és az ahhoz csatolt adatok), a közoktatási intézmények (intézményi azonosító szám és az ahhoz csatolt adatok), valamint az intézményfenntartók adatairól. A rendszer szolgáltatásainak egy része minden állampolgár számára elérhető, más részei csak az arra jogosultak számára, megfelelő hozzáférési feltételekhez kötve használható. Elemzések, kutatások természetesen ez utóbbiak adattartalmáról is készíthetők.

**A rendszer néhány szolgáltatása a teljesség igénye nélkül:**

- a közoktatási intézmények, fenntartók közérdekű adatainak nyilvántartása,
  - adatfeltöltés és módosítás,
  - adatlekérdezési szolgáltatás,
- a tanulók és a pedagógusok nyilvántartása intézmények szerint,
- óvodai és iskolai körzethatárok nyilvántartása és megjelenítése,
- a tanulmányi eredmények nyomon követése, visszacsatolása az általános iskolák számára a középiskoláktól,
- nyomtatvány megrendelő rendszer az iskolák számára,
- tankönyv megrendelő rendszer az iskolák számára,
- az egyéb, elektronikus formában zajló közoktatási programok szoftvereibe való intézményi belépés és a hozzáférési jogosultságok kezelésének biztosítása,
- speciális üzenetküldő rendszer, amellyel a közoktatási programok napi információi eljuttathatók az intézményekhez, vagy azok egy célcsoportjához.

A közoktatási intézményi statisztikai adatszolgáltatási rendszer egy olyan internet alapú informatikai rendszert jelent, amelynek segítségével az intézmények eleget tudnak tenni éves statisztikai adatszolgáltatási kötelezettségüknek. Ennek során részletes adatokat küldenek teljes oktatási és tevékenységi struktúrájukról. Az adatokat a Központi Statisztikai Hivatal hozza nyilvánosságra, de természetesen a közoktatás rendszerei számára közvetlenül is felhasználhatók.

**Fejlesztési irányok:** Mindkét rendszer folyamatos fejlesztés alatt áll a szolgáltatások mennyisége és minősége tekintetében. Néhány fejlesztési irány:

- az adattartalom bővítése,
- az adattartalom összehangolása a két részrendszerben,
- a rendszerek integráltsági fokának növelése,
- a központi rendszerek és a helyi iskolai informatikai rendszerek kapcsolatának fejlesztése.

## II. A középfokú felvételi rendszer és az ehhez kapcsolódó központi írásbeli vizsgarendszer

**Jogi környezet:** A magyarországi iskolarendszerben a diákok és az iskolák számára egyaránt fontos pont az általános iskola (8. évfolyam) és a középiskola (9. évfolyam) közötti átmenet. Kevesebb tanulót érint ugyan, de hasonlóan fontos elem a tanulók egy részének az ún. nyolc évfolyamos gimnáziumokban (4. évfolyam után), illetve a hat évfolyamos gimnáziumokban (6. évfolyam után) való továbbhaladása is. Éppen ezért ezen átmeneteket jogszabályok szabályozzák.

**A legfontosabb alapelvek:**

- a tanuló (szülő) szabad iskolaválasztása,
- az iskola igazgatójának döntési joga a felvételtől,
- a felvétel feltételeinek egységessége és nyilvánossága,
- az egyenlő bánásmód biztosítása.

**Mindezen elvek az alábbiak szerint érvényesülnek:** A középiskolák maguk határozzák meg saját felvételi rendszerüket, amelyben pontosan rögzíteniük kell, hogy milyen képzéseket kívánnak indítani, milyen szempontrendszer és számítási eljárás alapján bírálják el a felvételi jelentkezéseket, milyen speciális eljárásokat alkalmaznak a sajátos nevelési igényű jelentkezők elbírálására, stb.

A feltételek meghatározásában azonban a jogszabály több ponton korlátozza őket. E korlátozások között talán a legfontosabb, hogy a középiskolák nem rendezhetnek saját írásbeli vizsgákat. Ha az eljárásukban írásbeli produktumot várnak el, az csak a központi írásbeli vizsgákon megszerezhető vizsgaeredmény lehet. A több éves tapasztalat szerint a középiskolák kb. fele nem ír elő írásbeli vizsgát, hanem a tanulók felvételét korábbi tanulmányi eredményeik alapján bírálja el.)

Középiskoláknak mindezeket egy kiadványban (felvételi tájékoztató) kell nyilvánosságra hozniuk a tanév elején, saját környezetükben és a közoktatási információs rendszerben is.

A továbbtanulni szándékozók, amennyiben szükséges, részt vesznek a központi írásbeli vizsgákon. A vizsga eredményének ismeretében jelentkeznek az általuk kiválasztott középiskolákba, a jelentkezéskor meghatározva, hogy melyik intézménybe mennének a legszívesebben, és melyikbe kevésbé, az általuk meghatározott prioritás szerint sorrendbe állítva azokat.

A középiskolák a hozzájuk jelentkezők esetében, saját felvételi szabályaik szerint meghatározzák az általuk alkalmasnak ítélt tanulók felvételi sorrendjét, illetőleg azt, ha valakit nem tartanak alkalmasnak a felvételre.

Egy központi informatikai rendszer a tanulók intézményválasztási sorrendjének és az iskolák felvételi „döntésének” összevetésével meghatározza, hogy melyik tanuló melyik intézménybe kerül felvételre. A döntést szolgáló algoritmusban elsődleges a tanuló választása, ám ez csak akkor érvényesülhet, ha az intézmény felvehetőnek ítélte és a tanuló belefér az intézmény által meghatározott létszámkeretbe is. Az immár sokéves tapasztalat szerint a tanulók körülbelül 70%-a abba az intézménybe kerül be, amelybe leginkább vágyott.



**A rendszer felépítése:** A felvételi rendszer a címében is említett két alapvető összetevőből áll:

- a középfokú felvételi eljárás informatikai rendszere,
- a központi írásbeli vizsgák rendszere.

A középfokú felvételi eljárás informatikai rendszere lényegében egy internet alapú szoftver, amely az általános és középiskolák számára biztosítja annak lehetőségét, hogy felvételi folyamat teljes adminisztrációja elektronikus úton történjen.

A rendszer néhány szolgáltatása a teljesség igénye nélkül:

- a jelentkezési lapok elektronikus kitöltése,
- a diákok jelentkeztetése a központi írásbeli vizsgákra,
- az írásbeli vizsgák adminisztrációjának támogatása,
- a vizsgaeredmények elektronikus rögzítése, tárolása,
- a középiskolákba történő jelentkezés adminisztrációja,
- a jelentkezett tanulók rangsorolásának lehetősége a középiskolákban,
- a felvételi jelentkezéseket elbíráló algoritmus,
- az eredmények kommunikációját segítő alrendszer.

Az informatikai rendszerben évről-évre keletkezett adatok alkalmasak arra, hogy nyomon követhető legyen a diákok továbbtanulási szándéka, az iskolák felvételi követelményei, a középiskolák kapacitása, az iskolák férőhelyeinek betöltöttsége. Mindezek értelmében a felvételi informatikai rendszer a közoktatás szereplői számára (oktatáspolitikai, fenntartók, iskolák, szülők) fontos információforrást jelent.

A központi írásbeli vizsgák eredményeinek tárolása a vizsgán részt vevők teljesítményének összemérése mellett lehetővé teszi a vizsga feladatlapjainak, mint mérőeszközöknek, méréselméleti értékelését is.

A központi írásbeli vizsgák rendszerében a tanulóknak magyar nyelvi és matematikai feladatlapokat kell megoldaniuk. Az egyes feladatlapok megoldására szánt idő 45 perc.

Külön feladatlapok készülnek a nyolc és a hat évfolyamos gimnáziumokban, illetve a kilencedik évfolyamon továbbtanulni készülőkhöz számára.

A feladatlapokat az Oktatási Hivatal dolgoztatja ki, sokszorosíttatja és juttatja el a vizsgák helyszínére.

A vizsga célja méréselméleti szempontból a különböző vizsgateljesítmények megfelelő és megbízható összehasonlítása.

Az általános iskolákból érkező jelentkezők számára az írásbeli vizsgákat a középiskolák szervezik, és - az Oktatási Hivatal által kibocsátott értékelési útmutató alapján - azok kiértékelését is ők végzik. Mivel a javítást végzők a javítás egységességében és korrektségében egyaránt érdekeltek, nincs szükség az egyébként rendkívül költséges központi javításra. A nyolc évfolyamos gimnáziumokban az adott generáció kb. 3%-a, a hat évfolyamos gimnáziumokban kb. 5%-a ír a bekezdés érdekében írásbeli vizsgát. A kilencedik évfolyamon való továbbtanulás érdekében az adott generáció több mint 60%-a vesz részt az írásbeli vizsgákon, így a vizsgák eredménye tartalmi szempontból is értékelhető információt hordoz.

**Fejlesztési irányok:** Mind az informatikai rendszer, mind pedig a vizsgarendszer a tapasztalatok szerint jól betölti funkcióját. A fejlesztés egyik iránya annak biztosítása, hogy az egyes évek feladatlapjai minél inkább hasonló követelményeket állítsanak a vizsgázók elé. A másik fő irány, a rendszer által szolgáltatott adatoknak egyre mélyebb és egyre sokrétűbb elemzése lehet, annak érdekében, hogy azok az oktatási rendszer minden szereplője számára jobban hasznosulhassanak.

### III. A kétszintű érettségi vizsgarendszer

**Jogi környezet:** Magyarországon az érettségi vizsga a középiskolai tanulmányokat lezáró állami vizsga, és mint ilyen, különféle szintű jogszabályok által szigorúan szabályozott.

Az érettségi vizsga célja a jogszabály szerint annak megállapítása, hogy a vizsgázó **a)** rendelkezik-e az általános műveltség alapjaival és olyan képességekkel, amelyek alkalmassá teszik az önművelésre;

**b)** szert tett-e megfelelő tárgyi tudásra, gondolkodási és tájékozódási képességre, képes-e ismereteinek rendszerezésére és gyakorlati alkalmazására;

**c)** felkészült-e a felsőoktatási intézményekben folyó tanulmányok megkezdésére.

Az érettségi vizsgabizonyítvány középfokú végzettséget tanúsít, feljogosít bizonyos munkakörök betöltésére, és a felsőoktatási továbbtanulás feltétele.

A rendszer szempontjából alapvető fontosságú, hogy a vizsgatárgyak tartalmi követelményei, a vizsgafeladatok tartalmi és formai összetétele, valamint a vizsga leírása jogszabályban részletesen rögzített. Így a vizsgára való felkészüléshez és felkészítéshez az egyforma informáltság feltételei mindenki számára garantáltak.

A tartalmi szabályozás fontos alapelve, hogy a vizsgakövetelmények a tárgyi tudás mellett hangsúlyosan terjedjenek ki az alkalmazási készségekre is, így minél inkább közelítsenek a tantárgyi kompetenciák méréséhez.

A jogi szabályozás fontos alapelve, hogy a vizsgarendszer a lehetőségekhez képest legnagyobb objektivitást biztosítson.

A vizsgateljesítmények értékelése száz-as fokozatú skálán (százalékos eredmény) történik, amely az általában szokásos néhány (5-7-10) fokozatú skálánál lényegesen jobb összehasonlíthatóságot biztosít.

Magyarországon a felsőoktatási intézményekbe való bekerülés az érettségi vizsga után nem automatikus. A különféle képzési irányokra, szakokra való bejutásért éles verseny folyik. E verseny elbírálása az érettségi vizsgákon elért teljesítmények alapján történik, ezért az érettségi vizsgarendszer a felsőoktatási továbbtanulás meghatározásában is döntő szerepet játszik.

Az érettségi vizsgabizonyítvány megszerzéséhez a diákoknak négy kötelező és egy szabadon választott vizsgatárgyból kell sikeres vizsgát tenniük. A kötelező vizsgatárgyak: magyar nyelv és irodalom, matematika, történelem, egy idegen nyelv.

A vizsgarendszer kétszintű. A vizsgázók maguk döntenek el, hogy egy adott vizsgatárgyból közép- vagy emelt szinten kívánják vizsgázni. A döntést alapvetően a felsőoktatási, továbbtanulási szándék határozza meg; az igazi „karrier” szakokra emelt szintű vizsga nélkül alig-alig lehet bekerülni.

**A rendszer felépítése:** A középszintű vizsgák a középiskolákban zajlanak. Az írásbeli vizsgarészekhez központi feladatlapok készülnek és értékelésük helyben ugyan, de központilag kiadott javítási-értékelés útmutatók alapján történik. A középszintű szóbeli vizsgatételeket a középiskolák maguk dolgozhatják ki, természetesen a vizsgakövetelmények által meghatározott keretek között.

Az emelt szintű vizsgák külső vizsgák. Az írásbeli vizsgák a vizsgázók középiskolájától független vizsgahelyszíneken, számukra ismeretlen tanárok felügyelete mellett zajlanak, a vizsgadolgozatok azonosítására kódszámok szolgálnak. A javítás során az értékelők nem tudhatják, hogy kinek a dolgozatát javítják. A szóbeli vizsgák háromtagú, a vizsgázó szempontjából független, bizottságok előtt zajlanak.

A vizsgarendszer működtetéséért alapvetően az Oktatási Hivatal a felelős. A hivatal készített el mindkét szinten az írásbeli vizsga feladatlapjait és javítási-értékelési útmutatóit, gondoskodik azok sokszorosításáról és eljuttatásáról a vizsgahelyszínekre. A hivatal szervezi meg továbbá a független emelt szintű vizsgák minden elemét.

Az Oktatási Hivatal működteti az érettségi vizsgák lebonyolítását támogató internetes informatikai rendszert is. Ez a rendszer a jelentkezéstől a vizsgaeredmények megállapításáig és közléséig végigköveti a vizsgaszervezés teljes folyamatát. Mivel használata minden vizsgáztató intézmény számára kötelező, a szoftverben tárolt adatok szinte teljes körű képet adnak a vizsgák menetéről és eredményeiről.

**A rendszer szolgáltatásai:** Az érettségi rendszer szolgáltatásait most elsősorban a mérési rendszer szolgáltatásai szempontjából tekintjük át:

- regisztrálja egy érettségiző korosztály teljesítményét a kötelező és választott vizsgatárgyakból,
- biztosítja az egyes vizsgaeredmények összehasonlíthatóságát,
- a szaktanárok és szakértők számára lehetővé teszi a vizsgaeredmények teljes körű, sokrétű elemzését, és így a tantárgyi fejlesztés alapjául szolgálhat,
- a vizsgakövetelmények a közoktatási rendszer tartalmi szabályozásának leghatékonyabb elemei, így közvetlen hatással vannak a tantermi munkára is.

**Fejlesztési irányok:** Az érettségi vizsgarendszer ún. „tanuló rendszer”. Ez első sorban méréseméleti szempontból van így. A vizsgaeredmények feldolgozásának egyik legfontosabb célja annak elősegítése, hogy az adott vizsgatárgyak évről-évre fejlesztett feladatsorai egymással közel azonos követelményeket állítsanak a vizsgázók elé, ily módon a rendszer maximálisan kiszámítható legyen. Az immár öt éves tapasztalatok azt mutatják, hogy ez a feltétel igen jó közelítéssel teljesül.

A vizsgarendszerben felhalmozott adatok számos lehetőséget nyújtanak a közoktatási rendszer szereplőire (iskolák, fenntartók) vonatkozó jellemzők, mutatók előállítására. Ezek az elemzések jelenleg még – kapacitás hiányában – nem készülnek el, az ez irányú fejlesztés lehetősége tehát nyilvánvaló. Akár rövidtávon is elérhető lenne, hogy a vizsgaeredményekből a közoktatási mérési rendszerhez hasonló elemzések készüljenek a középiskolák és fenntartóik számára.

#### IV. A pedagógiai mérési rendszer

##### Magyarország részvétele a nemzetközi mérési értékelési programokban

**Jogi környezet:** A nemzetközi mérésekben való részvételt jogszabály nem írja elő.

**A rendszer felépítése:** Ma Magyarország három tanulói teljesítménymérésben vesz részt: az IEA TIMSS és PIRLS mérésében, valamint az OECD PISA vizsgálatában.

**A rendszer szolgáltatásai:** A mérések a rendszer egészéről adnak képet. A nemzetközi jelentéssel egy időben jelenik meg a magyar összefoglaló jelentés (a legutóbbi ciklusoktól). A jelentések angolul elérhetők a [www.pirls.hu](http://www.pirls.hu), a [www.timss.hu](http://www.timss.hu), valamint a [www.oecd-pisa.hu](http://www.oecd-pisa.hu) oldalakon.

##### Az országos pedagógiai mérési rendszer

**Jogi környezet:** Az országos pedagógiai mérési rendszer jól beágyazott, logikailag megalapozott jogi környezetben működik:

- a jogszabály kötelezően előírja, hogy mely évfolyamokon, milyen kompetencterületeken, kik számára kötelező a pedagógiai mérésekben való részvétel,
- ezzel párhuzamosan meghatározza, hogy a mérések megszervezése mely intézmény feladata (Oktatási Hivatal),
- a mérési feladatokat munkajogi szempontból is beilleszti az iskolák feladatrendszerébe,
- előírja a mérés során keletkezett adatok nyilvánosságra hozatalát,
- az iskolák számára kötelezővé teszi saját mérési eredményeik elemzését, felhasználását,
- azokban az intézményekben ahol a mérési eredmények jelentős problémákra utalnak, kötelezővé teszi az iskola és fenntartója számára is a beavatkozást.

A jogi szabályozásnak ez a rendszere azt hivatott kifejezni, hogy az állam a közoktatás szereplői számára biztosítja a mérési rendszer – egyébként meglehetősen kiterjedt és professzionális – szolgáltatásait, ám egyben kötelezi őket annak megfelelő használatára, és szükség esetén a megfelelő intézkedések megtételére.

**A rendszer felépítése:** Az országos pedagógiai mérési rendszer alapvetően két részrendszerre osztható:

- diagnosztikus célú, kritériumorientált mérési rendszerek az 1. és a 4. évfolyamon,
- összehasonlító jellegű kompetenciamérések a 6., a 8. és a 10. évfolyamon.

A jelentős különbségek miatt a két részrendszert a továbbiakban külön ismeretjük.

##### Diagnosztikus célú, kritériumorientált mérési rendszerek az 1. és a 4. évfolyamon

###### *Diagnosztikus fejlődésvizsgáló rendszer az 1. évfolyamon*

**A rendszer céljai:** A rendszer célja, hogy az iskolarendszer kezdő szakaszában a

tanítóknak olyan mérőeszközt biztosítson, amely alkalmas az iskolai fejlődéshez szükséges alapkészségek diagnosztizálására. Ebben az életkorban a gyermekek fejlettsége és haladási üteme igen eltérő. A pedagógus nyilvánvalóan érzékeli ezeket a különbségeket, ám a tanórai munka során nem feltétlenül képes megállapítani a lassúbb fejlődés okát. Ebben segíti őt ez a mérőeszköz rendszer. Használata éppen ezért nem kötelező. A jogszabály csak azt írja elő, hogy az 1. évfolyam elején minden tanítónak fel kell mérnie, hogy melyek azok a tanulói, akik esetében indokolt a mérés lefolytatása, és ezeket a tanulókat később meg is kell mérnie.

**A rendszer szolgáltatásai:** A mérőeszközzel az alábbi területek vizsgálhatók:

- szociális motívumok és készségek
- írásmozgás koordináció
- tapasztalati összefüggés-megértés
- beszédhanghallás
- tapasztalati következtetés
- relációszókincs
- elemi számolási készség

A mérés módszertana az életkori sajátosságokhoz igazodik. A mérés játékos formában, színes, érdeklődést keltő eszközökkel, a pedagógus és a gyermek közvetlen kommunikációjában valósul meg.

A pedagógus a „beszélgetés” során feljegyzi a gyermek válaszait, majd az erre a célra készült szoftverben rögzíti azokat. A szoftver előállítja számára a gyermek egyéni képességprofilját.

A mérőeszköz csomag használata – annak ellenére, hogy nem kötelező – elterjedt az iskolákban: Az intézmények 88,7%-ában rendszeresen használják, országosan évente a tanulók kb. 30%-át mérik fel (kb. 30.000 diák).

#### **Diagnosztikus mérés a 4. évfolyamon**

**A rendszer céljai:** Ezen az évfolyamon az életkori sajátosságoknak megfelelően a klasszikus értelemben vett kompetenciamérés nem indokolt. A 4. évfolyamos ún. diagnosztikus mérőeszköz segítségével az mérhető, hogy bizonyos alapvető képességek, készségek tekintetében az adott tanuló a korosztályára jellemző szinthez képest fejlődésében milyen szinten áll. Mivel ebben az életkorban a különbségek még természetesnek mondhatók, a mérési eredmény itt nem igazán alkalmas arra, hogy az iskola munkáját jellemezze. A mérés célja a 4. évfolyamon elsődlegesen az, hogy a pedagógusokat informálja a gyermek egyes képességeinek, készségeinek fejlettsége tekintetében, hogy ezen adatokra építve ki tudja dolgozni az adott csoportra vagy akár tanulóra "szabott" speciális fejlesztési irányokat, módszereket.

**A rendszer szolgáltatásai:** A tesztek a 4. évfolyamon nem tantárgyi ismereteket, hanem sok év alatt fejlődő alapkészségeket, képességeket (írás, olvasás, számolás, gondolkodás) mérnek. A mérés minden tanuló számára kötelező, de központi elemzésre csak egy 200 iskolából álló reprezentatív minta adatait dolgozza fel az Oktatási Hivatal. Ennek oka, hogy a mérés célja az egyéni fejlődés diagnosztizálása, amely az iskolában, helyben kell, hogy megtörténjen. Az országos trendek meghatározásához elegendő a minta feldolgozása.

A teszt megíratása után az iskolák az Oktatási Hivatal által üzemeltetett on-line szoftverben saját tanulóik eredményeit rögzíthetik, és előállíthatják az egyéni, osztály vagy iskola szintű elemzéseiket. A rendszer sikerét jellemzi, hogy a szoftverbe való belépések száma egy év alatt több mint 32.000 volt.

**Fejlesztési irányok:** A diagnosztikus tesztek prognosztizálható lassú eróziója miatt – uniós támogatás segítségével – megkezdődött egy – a jelenlegi 4. évfolyamos mérést majdan helyettesítő – többfokozatú mérési eszközrendszer kidolgozása. Ez a tervek szerint az életkori sajátosságok figyelembe vételével az 1-től a 6. évfolyamig teszi majd lehetővé az alapkészségek fejlődésének diagnosztikus jellegű mérését.

### **Összehasonlító jellegű kompetenciamérések a 6., a 8. és a 10. évfolyamon**

**Célok, jellemzők, szolgáltatott információk:** A 2001-ben bevezetett Országos kompetenciamérés elsődleges célja az, hogy objektív adatok tükrében minél árnyaltabb, sokrétűbb képet szolgáltatson az iskolák eredményességéről az ország többi iskolájával összevethető módon, segítve ezzel az intézmények önértékelését, és hozzájárulva a külső értékelés teljességéhez.

Az Országos kompetenciamérés (National Assessment of Basic Competencies) az ország szinte minden 6., 8. és 10. évfolyamos tanulója kiterjedő éves mérési rendszer. A felmérés alól csupán azok a tanulók mentesülnek, akik olyan fokú sajátos nevelési igénnyel küzdenek, amely megakadályozza őket a részvételben: autisták, értelmi fogyatékosok vagy súlyos testi fogyatékkal élnek. Az integráltan tanított diszlexiás, diszgráfiás és/vagy egyéb tanulási nehézséggel küzdő tanulók részt vesznek a felmérésben, de az iskolák nyilvános jelentéseiben nem jelennek meg az eredményeik.

A felmérésben a tanulók matematika és szövegértés feladatokat tartalmazó tesztfüzeteket töltenek ki (4×45 percben), valamint szüleik bevonásával, önkéntes alapon egy a családi háttérüket felmérő kérdőív kérdéseire is választ adnak. A mérésben alkalmazott feladatok nem az adott évfolyam tantervi követelményeiben meghatározott tudástartalom elsajátításának mértékét mérik, a felmérés nem az adott tanévi tananyag ismeretanyagának számonkérése, hanem azt vizsgálja, hogy a diákok által a közoktatásban addig elsajátított ismereteket milyen mértékben tudják alkalmazni a mindennapi életből vett feladatok megoldásában. A felmérés tartalmi kerete (framework), - amely definiálja a mérési területeket (cognitive domains), meghatározza a feladatok típusait és arányát - miniszteri rendelet mellékletét képezi, így a tesztanyagok jogszabályban is rögzített deklarált tartalommal bírnak. A felmérés tesztanyagait az Oktatási Hivatal Közoktatási Mérési Értékelési Osztálya (Educational Authority, Department of Assessment and Evaluation) állítja össze.

A felmérés adatfelvétele minden évben a tanév végén, május utolsó hetében történik. Az intézmények lezárt, a mérés előtt fél órával felbontható csomagokban kapják meg a tesztanyagokat. A felmérés standardizálása érdekében az intézmények felméréssel kapcsolatos teendőit, eljárásrendjét Útmutató foglalja össze, az ebben leírtak betartása minden intézmény számára kötelező. A felmérés szabályszerű lebonyolítását külső minőségellenőrök biztosítják, akik jegyzőkönyvben je-

lentést tesznek az Oktatási Hivatalnak. Minden iskolaépületben van a felmérés napján minőségellenőr, aki szabadon közlekedhet az egyes osztályok között. A minőségellenőr nem tartózkodik folyamatosan az érintett osztályok tantermeiben, a tesztírást az intézmény tanárai vezetik. A felméréssel kapcsolatos adminisztrációs feladataikat az intézményeknek az Oktatási Hivatal által üzemeltetett online szoftverben kell elvégezniük.

A mérési anyagok azonosítására a tesztfüzetek és háttérkérdőívek a 2007/2008 tanév mérésétől kezdődően a tanulók egyedi mérési azonosítóit tartalmazó címkékkel vannak ellátva. A tanuló egyedi mérési azonosítóját kizárólag a tanulót oktató intézmény jogosult és képes előállítani az OH által fejlesztett és üzemeltetett online szoftver használatával. A mérési azonosító több célt is szolgál. Egyrészt a tanuló és szülei ennek megadásával tekinthetik meg a tanuló mérési eredményét az adatok nyilvánosságra kerülése után. Másrészt lehetővé teszi az eredmények egyéni szintű longitudinális vizsgálatát, így a 6., 8. és 10. évfolyamon összekötött adatok segítségével a pedagógiai hozzáadott érték kimutatására is lehetőséget biztosít (a 2009/2010 tanévi mérés jelentéseitől).

A felmérés tesztanyagainak kódolása (marking) központilag, az OH KMÉO irányításával történik, szigorú minőségbiztosítási szabályok betartásával, amelyek biztosítják, hogy a nyíltvégű feladatok (open-ended questions) javítása egységes szabályrendszer alapján történjen. Az adatbevitelt, adattisztítást és statisztikai adatfeldolgozást (eg. computing students' ability scores and items' parameters with Item Response Theory models, weighting and standardization, etc.) követően az OH a mérést követő év februárjában, azaz kilenc hónappal a felmérés után hozza nyilvánosságra a mérési eredményeket. Az OH több szinten és többféle jelentést készít Az Országos jelentés mellett készül Fenntartói, Intézményi, Telephelyi jelentés és egyéni szintű Tanulói jelentés. Emellett elkészülnek a tesztfeladatok jellemzőit (javítási útmutató, statisztikai paraméterek, tartalmikeret-beli besorolás, rövid jellemzés) bemutató Feladatok és jellemzőik kötetek.

Az Országos jelentés összesített eredményeket tartalmaz és elsősorban az oktatáspolitikusok és oktatáskutatók számára ad az oktatási rendszerre vonatkozó mutatókat. Az Országos jelentés 10-12 oldalas rövid jellemzés után az eredményeket táblázatok és ábrák alkalmazásával ismerteti.

Az Országos jelentést az OH megküldi az Oktatási és Kulturális Minisztériumnak, amely a honlapján nyilvánosságra hozza azt.

A Fenntartói, Intézményi és Telephelyi jelentések a fenntartó, intézmény, illetve telephely összesített eredményeit mutatják be többféle ábra és táblázat segítségével. Az alap jelentéstípus a telephelyi jelentés, mert a magyar oktatási rendszerben jellemző, hogy akár több iskola, akár különböző településeken lévő iskolák is egy közigazgatási egységet képezhetnek, egy igazgató irányítása alatt állhatnak. A telephelyi jelentés évfolyamonként, képzési típusonként foglalja össze az eredményeket a következő ábra- és táblázatsorportok segítségével. A jelentés a telephely létszámadatainak összegzésével indul, majd mérési területenként a következő című oldalakat tartalmazza: Átlageredmények, A képességeloszlás néhány jellemzője, Átlageredmény a családháttér-index tükrében, Képességeloszlás, Az átlagered-

mény változása, A képességeloszlás változása, A képességeloszlás néhány jellemzője osztályonként, A képességeloszlás osztályonként. Az Intézményi és Fenntartói jelentések hasonló típusú adatokat adnak, illetve az intézmény telephelyeinek/a fenntartó intézményeinek eredményeit összegzik. A jelentések az intézményre vonatkozó adatok mellett az országos, területi és képzési formák szerinti eredményeket is ismertetik összehasonlítási alapként. A Fenntartói, Intézményi és Telephelyi jelentések nyilvánosak, az Oktatási Hivatal honlapjáról az intézmény nevének vagy azonosítójának megadásával letölthetők.

A Tanulói jelentés az egyes tanulók eredményeit mutatja be, a tanuló által elért képességpontot, feladatonkénti eredményét és azt, hogy az országos, az iskolája és az osztálya eredményéhez ez hogyan viszonyul. A tanulói jelentés eléréséhez a mérési azonosító ismerete szükséges, így azokat csak a tanuló és szülei, valamint iskolája érhetik el.

A jelentések mellett az intézmények saját eredményeiket a FIT elemző szoftverrel is elemezhetik, amelyben elérik összes tanulójuk összes mérési adatát, és további elemzéseket készíthetnek. Megvizsgálhatják a feladatonkénti eredményeket, vagy összehasonlíthatják különböző tanulócsoportjaik (például fiúk és lányok) eredményét. A FIT-szoftverbe belépve az iskola nemcsak azoknak a tanulóknak az eredményei láthatja, akik a mérést abban az iskolában írták meg, hanem saját a tanulóinak a korábbi iskolájukban szerzett mérési eredményeihez is hozzáférnek. Így például a középiskola az eredmények nyilvánosságra kerülése után (azaz a második félév elején) megnézheti a 9. évfolyamosainak az általános iskola 8. évfolyamán szerzett mérési eredményét is. A szoftver népszerűségét mutatja, hogy az Oktatási Hivatal egy év alatt több mint 28.000 belépést regisztrált.

**A mérési rendszer legfontosabb fejlesztési irányai:** A 2007/2008 tanévtől a mérési azonosító bevezetésével a tanulói szintű nyomon követhetőség is megvalósult, a 2009/2010 tanév jelentése ezért új elemekkel bővül, a tanulók kétéves fejlődésének visszajelzése is megjelenik majd a családháttér-index és az iskola teljesítménye közötti összefüggés visszajelzése mellett. Az Országos kompetenciamérés bevezetésének pillanatától törekedett arra, hogy a tanulók eredményeit kontextusba helyezve mutassa be, ezért a jelentésben az első iskolajelentésektől kezdve megtalálható az önkéntes tanulói kérdőív adataiból számított szociális-kulturális helyzetet mérő index és a teljesítmény kapcsolatát bemutató ábracsoport. A tanulók fejlődésének nyomon követése azonban ekkor még nem volt megoldható, mert országos adatbázisban a személyes adatok teljesítménymutatókkal összekapcsolása a magyar alkotmányban rögzített személyiségi adatvédelmi jogokkal ütközik. Ennek a jogi akadálynak a leküzdésére vezette be a kormányzat 2008-ban a mérési azonosítót és az azt előállító online számítógépes szoftvert, amelyben az iskolák belépés után elő tudják állítani tanulójuk mérési azonosítóját. A központi adatbázisban már csak a mérési azonosító jelenik meg, amely így a tanuló azonosítására nem alkalmas, ugyanakkor a különböző évek mérési eredményeinek összekötésére igen. A másik fontos fejlesztési irány az iskolák elemzési készségeinek fejlesztése.

*Balázs Ildikó, Pongrácz László  
Oktatási Hivatal KÉPF*



## TARTALOMJEGYZÉK

|  |    |
|--|----|
| Bevezető .....                               | 5  |
| Tehetséggondozó műhelyek .....               | 7  |
| Bolyai János Matematikai Társulat.....       | 8  |
| Rácz László Vándorgyűlés .....               | 10 |
| Varga Tamás Módszertani Napok.....           | 12 |
| Mategye Alapítvány .....                     | 14 |
| Zalamat Alapítvány.....                      | 16 |
| Tolnamat Alapítvány .....                    | 18 |
| Erdős Iskola .....                           | 20 |
| A matematikaoktatás jelene és jövője .....   | 22 |
| Nemzetközi Matematikai Diákolimpia .....     | 24 |
| Versenyek.....                               | 27 |
| Országos versenyek.....                      | 28 |
| Kürschák verseny.....                        | 28 |
| OKTV .....                                   | 34 |
| Arany Dániel verseny .....                   | 40 |
| Varga Tamás verseny.....                     | 46 |
| Zrínyi verseny .....                         | 50 |
| Gordiusz verseny .....                       | 56 |
| Kenguru verseny .....                        | 60 |
| Kalmár verseny .....                         | 64 |
| Bátaszéki verseny.....                       | 68 |
| Bolyai csapatverseny .....                   | 72 |
| Regionális, területi versenyek .....         | 76 |
| Szőkefalvi-Nagy Gyula Emlékverseny .....     | 76 |
| Bonifert Domonkos verseny .....              | 80 |
| Öveges József Emlékverseny.....              | 84 |
| Budapesti általános iskolások versenye ..... | 86 |
| Alapműveleti verseny .....                   | 88 |

|  |     |
|--|-----|
| Megyei versenyek .....                   | 90  |
| Bács-Kiskun megye .....                  | 90  |
| Baranya megye.....                       | 92  |
| Békés megye .....                        | 94  |
| Borsod megye .....                       | 96  |
| Fejér megye.....                         | 98  |
| Győr-Moson-Sopron megye .....            | 100 |
| Hajdú-Bihar megye.....                   | 102 |
| Heves megye.....                         | 104 |
| Pest megye .....                         | 106 |
| Szabolcs-Szatmár-Bereg megye .....       | 108 |
| Jász-Nagykun-Szolnok megye.....          | 110 |
| Tolna megye.....                         | 112 |
| Zala megye.....                          | 114 |
| További jelentős versenyek.....          | 116 |
| Arany János Program verseny.....         | 116 |
| Német nemzetiségi iskolák versenye ..... | 118 |
| Református iskolák versenye .....        | 120 |
| Dugonics András verseny .....            | 122 |
| Muskát József verseny .....              | 124 |
| Szegő Gábor verseny .....                | 126 |
| Dürer verseny.....                       | 128 |
| Matekguru csapatverseny.....             | 130 |
| Országos Logikaverseny.....              | 132 |
| Makkosházi Matekverseny .....            | 134 |
| Amfiteátrum Kupa .....                   | 136 |
| Kecskeméti pontszerző .....              | 138 |
| Bem városi verseny.....                  | 140 |
| Bukstitörő.....                          | 142 |
| Német nyelvű verseny.....                | 144 |
| Bolyai levelező verseny .....            | 146 |
| Holenda Barnabás verseny.....            | 148 |

|  |     |
|--|-----|
| Boronkay verseny .....                             | 150 |
| Szakiskolás tanulók versenye.....                  | 152 |
| Hajós György verseny.....                          | 154 |
| Folyóiratok .....                                  | 157 |
| KöMaL.....   | 158 |
| ABACUS .....                                       | 166 |
| A Matematika Tanítása .....                        | 172 |
| Polygon .....                                      | 174 |
| Teaching Mathematics .....                         | 176 |
| Szakkörök, táborok.....                            | 179 |
| Matematikai Olimpiai Szakkör .....                 | 180 |
| Kecskeméti Városi Szakkör .....                    | 184 |
| Talentum Kör .....                                 | 186 |
| Matematikai Multságok Tábor .....                  | 188 |
| Országos Matematika Verseny-Tréning .....          | 190 |
| Tehetséggondozó Matektábor Tatán .....             | 192 |
| Lajos Erzsébet tábor .....                         | 194 |
| Volt 1×1 matematika tábor .....                    | 196 |
| Domaszéki tábor .....                              | 198 |
| A matematikai táboraimról .....                    | 200 |
| Mérési rendszerek.....                             | 205 |
| A közoktatás mérési rendszerei Magyarországon..... | 206 |

Kiadja: Bolyai János Matematikai Társulat  
1027 Budapest, Fő u. 68. Tel.: 06-1/201-6974  
E-mail: [bjmt@renyi.hu](mailto:bjmt@renyi.hu); Honlap: [www.bolyai.hu](http://www.bolyai.hu)  
Készült: Cerberus Kft., Budapest; Felelős vezető: Schmidt Dániel  
2010. június